Gabarito Lista 2

1) **Para as seguintes funções, encontre os valores estacionários de X, e verifique se são pontos de máximo relativo, mínimo relativo ou inflexão.**

a) $\boldsymbol{f(x) = -2x^2 + 4x + 6}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -4x + 4$$

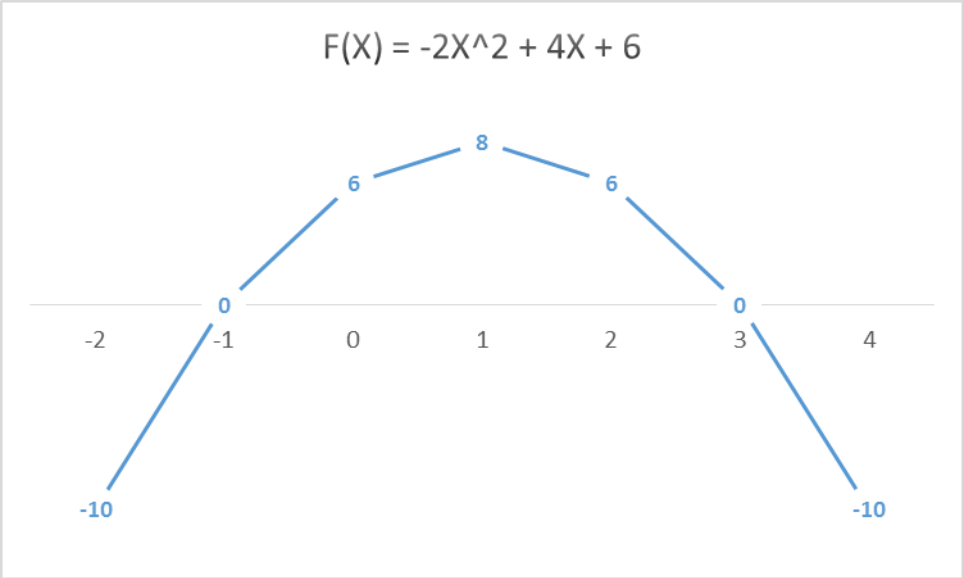
Igualando a derivada a zero, encontramos os pontos estacionários da equação acima.

$$-4x + 4 = 0$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

Gráfico da função:



Pela análise gráfica, o ponto estacionário encontrado é classificado como "Ponto de Máximo".

b) $\boldsymbol{f(x) = 6x^2 + 24x}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 12x + 24$$

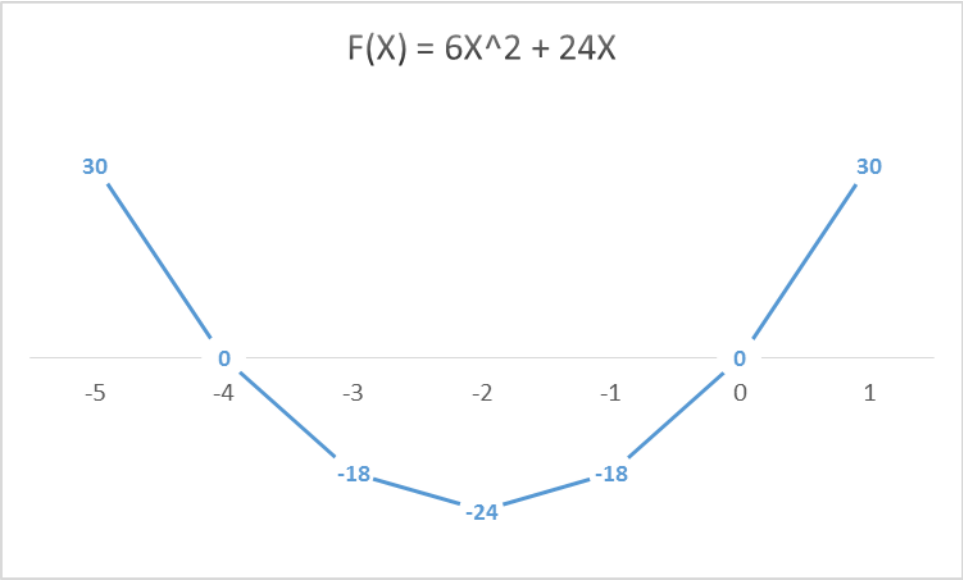
Igualando a derivada a zero, encontramos os pontos estacionários da equação acima.

$$12x + 24 = 0$$

$$12x = -24$$

$$x = -2$$

Gráfico da função:



Pela análise gráfica, o ponto estacionário encontrado é classificado como “Ponto de Mínimo”.

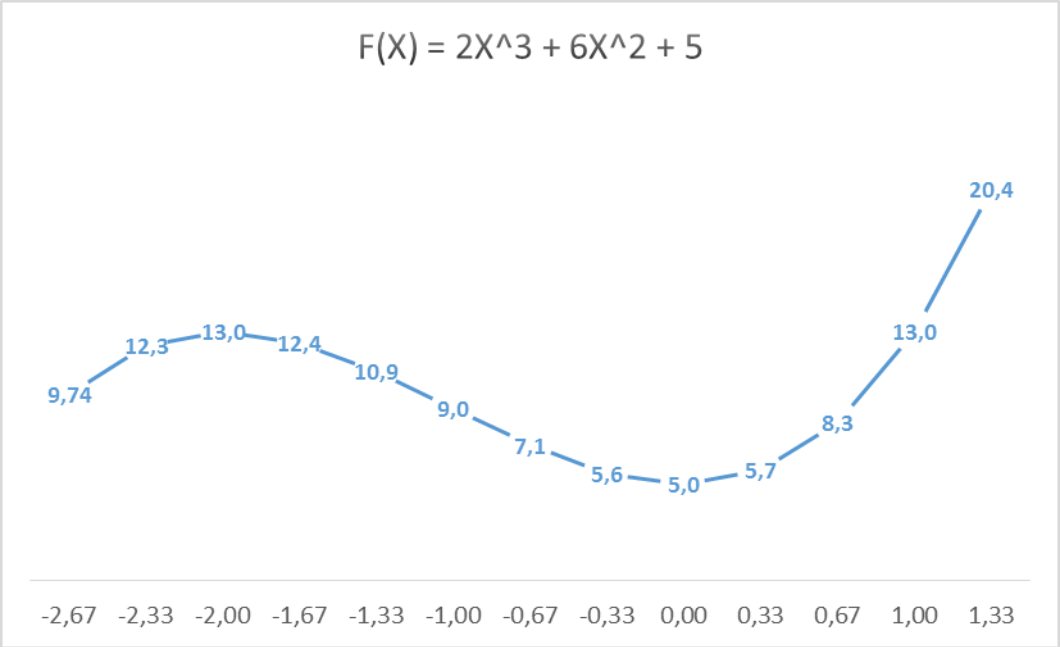
c) $\boldsymbol{f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 5}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 8x^2 + 12x$$

Igualando a derivada a zero, encontramos os pontos estacionários da equação acima.

$$8x^2 + 12x = 0$$
$$x_1 = -\frac{3}{2}$$
$$x_2 = 0$$

Gráfico da Função:



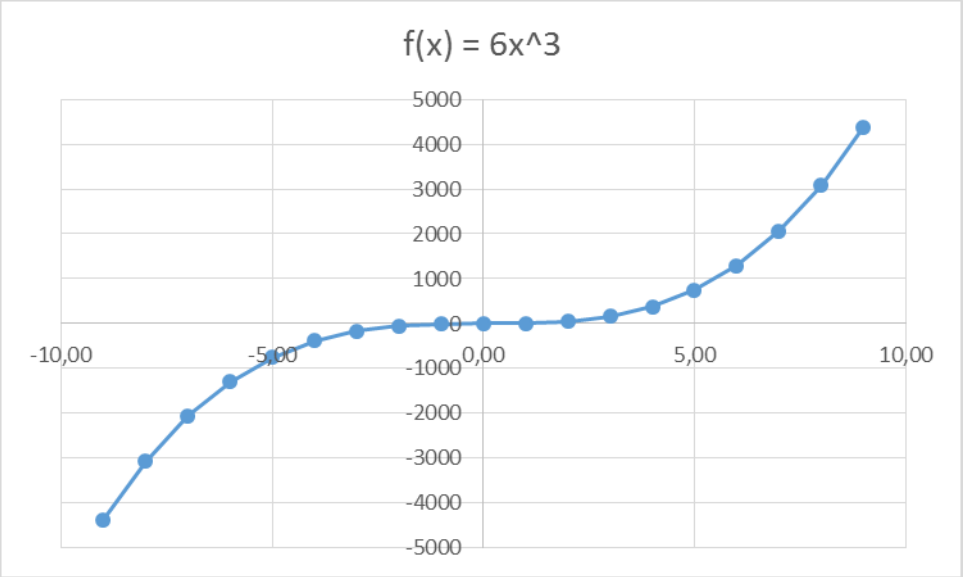
Pela análise gráfica, os pontos estacionários encontrados são de “máximo relativo”, para X = -2, e de mínimo relativo, para X = 0.

d) $\boldsymbol{f(x) = 6x^3 + 1200}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 18x^2$$

Igualando a derivada a zero, encontramos os pontos estacionários da equação acima.

$$18x^2 = 0$$
$$x = 0$$



Pela análise gráfica, o ponto estacionário encontrado é um “ponto de inflexão”.

e) Plote cada uma das funções em gráficos.

2) Calcule os pontos críticos das seguintes funções e indique, pelo teste da derivada segunda, se os valores encontrados são pontos de máximo relativo, mínimo relativo, ou inflexão.

a) $\boldsymbol{f(x) = \frac{x^3}{3} + 4x^2 + 4x + 20}$ **Cancelada**

b) $\boldsymbol{f(x) = -3x^2 + 30x + 100}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -6x + 30 = 0$$

Resolvendo a equação acima, temos que:

$$x = 5$$

Aplicando o teste da derivada segunda:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = -6$$

Como a derivada segunda assume um valor negativo, o ponto estacionário encontrado é considerado um "ponto de máximo".

c) $\boldsymbol{f(x) = 4x^2 + 40x + 15}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 8x + 40 = 0$$

Resolvendo a equação acima, temos que:

$$x = -5$$

Aplicando o teste da derivada segunda:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = 8$$

Como a derivada segunda assume um valor positivo, o ponto estacionário encontrado é considerado um "ponto de mínimo".

d) $\boldsymbol{f(x) = 3x^3 - 81x}$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 9x^2 - 81 = 0$$

Resolvendo a equação acima, temos que:

$$x_1 = -3$$
$$x_2 = 3$$

Aplicando o teste da derivada segunda:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = 18x$$

Substituindo os pontos críticos encontrados na equação acima, temos que:

Para $x = 3$:

$$18 * 3 = 54$$

Para $x = -3$:

$$18 * (-3) = -54$$

Como para x = 3 a segunda derivada assume um valor positivo, ele é classificado como um "ponto de mínimo". E, como para x = -3 a segunda derivada assume um valor negativo, ele é classificado como um "ponto de máximo".

3) Calcule os pontos estacionários das seguintes funções e identifique a sua natureza (ponto de máximo, mínimo ou de inflexão) a partir do teste da n-ésima derivada. Devido a um erro no enunciado, foi considerada apenas a regra, e não o cálculo da "n-ésima" derivada.

a) $\boldsymbol{f(x) = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1}$

Derivando a função "n" vezes, para n = 6, temos que:

$$\frac{\partial^6 f(x)}{x^6} = 720$$

Assim, como a derivada "n-ésima" é de ordem par, e o valor é positivo (720), o ponto estacionário x = -1 é considerado um "ponto de mínimo"

A função f(x) foi dada a partir de uma expansão de Taylor para a forma reduzida $(x+1)^6$. Para critérios de correção, não será considerado o cálculo dos pontos estacionários, mas sim apenas o teste da "n-ésima" derivada.

b) $\boldsymbol{f(x) = x^7 - 14x^6 + 84x^5 - 280x^4 + 560x^3 - 672x^2 + 448x - 128}$

Derivando a função "n" vezes, para n = 7, temos que:

$$\frac{\partial^7 f(x)}{x^7} = 5040$$

Como a derivada "n-ésima" é de ordem ímpar, o ponto estacionário x = -2 é um ponto de inflexão.

A função f(x) foi dada a partir de uma expansão de Taylor para a forma reduzida $(x+1)^6$. Para critérios de correção, não será considerado o cálculo dos pontos estacionários, mas sim apenas a regra da "n-ésima" derivada.

c) $\boldsymbol{f(x) = -x^8 + 5x^3 - 2x^7}$

Derivando a função "n" vezes, para n = 8, temos que:

$$\frac{\partial^7 f(x)}{x^7} = -40320$$

Assim, como a derivada "n-ésima" é de ordem par, e o valor é negativo (-40320), o ponto estacionário é considerado um "ponto de máximo".

4) Uma empresa apresenta uma função de custos definida por $\boldsymbol{C(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 600}$. Sabe-se que a mesma empresa vende seus produtos por R$ 12,00 a unidade. Cancelada