

**OBS: Apresente as respostas dos itens em função dos parâmetros previamente mencionados no enunciado.**

Fig. 1: Esfera da Questão 1.

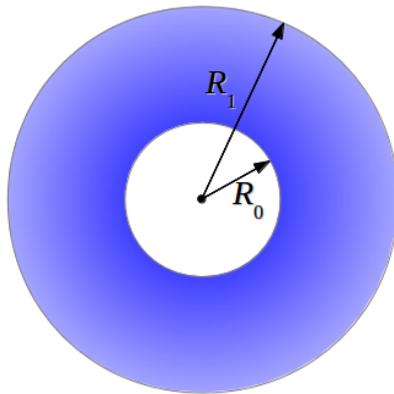
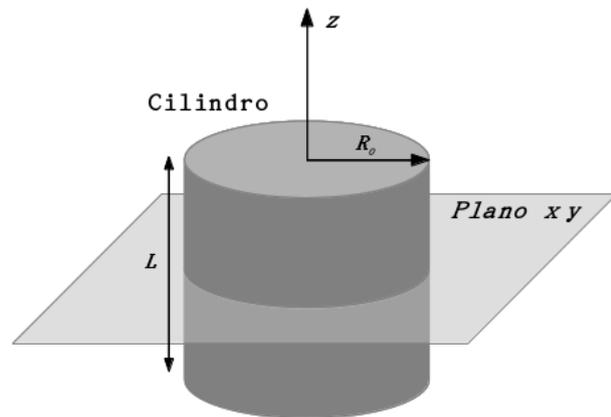


Fig. 2: Cilindro da Questão 2.



1) A figura 1 acima ilustra uma esfera isolante oca, de raio interno  $R_0$  e raio externo  $R_1$ , cujo material foi ionizado por um procedimento especial, que resultou em uma distribuição de cargas elétricas esfericamente simétrica dada pela equação:  $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{R_0}{r}\right)^2$ , onde  $\rho_0$  é constante e  $r$  é o módulo da coordenada radial com relação ao centro da esfera. As regiões interna ( $R < R_0$ ) e externa ( $R > R_1$ ) à esfera estão livres de cargas elétricas ( $\rho = 0$ ).

- [1,5] Determine a expressão do campo elétrico  $\vec{E}(\vec{r})$  deste sistema em cada uma das 3 regiões do espaço: I-  $r < R_0$ ; II-  $R_0 < r < R_1$ ; e III-  $r > R_1$ . Faça um esboço do gráfico de  $E(r)$  indicando os valores dos pontos notáveis.
- [1,0] Determine a carga total  $Q$  da esfera.
- [1,0] Adotando como referência um ponto no infinito, determine o potencial elétrico da superfície externa da esfera  $\varphi(R_1)$ .
- [1,0] Determine a diferença de potencial entre as superfícies interna e externa da esfera  $\Delta\varphi = \varphi(R_0) - \varphi(R_1)$ .

2) Um tubo (cilindro oco) de raio externo  $R_0$  e comprimento  $L = 2R_0$  com parede de espessura  $\delta$  muito fina ( $\delta \ll R_0$ ) está tampado nas duas extremidades por placas planas circulares de raio  $R_0$  também muito finas (Fig. 2). O sistema todo está em vácuo. Inicialmente ( $t = 0$ ) as placas inferior e superior encontram-se uniformemente carregadas com carga total  $Q_0$  e  $-Q_0$ , respectivamente, descarregando-se mutuamente, para  $t > 0$ , através da resistência elétrica longitudinal da parede do tubo, cujo material tem resistividade elétrica  $\rho_{res}$  muito inferior à resistividade das tampas circulares.

- [1,0] Determine a capacitância  $C_p$  entre as tampas planas, e a resistência longitudinal  $r_L$  do tubo cilíndrico.
  - [0,5] Determine a equação da carga em função do tempo ( $Q(t)$ ).
- Supondo que  $\frac{R_0}{ct} \ll 1$ , onde  $c$  é a velocidade da luz e  $\tau = C_p r_L$  (aproximação quase-estacionária):
- [0,5] Determine o campo elétrico em função do tempo  $E(t)$  no interior do tubo (indique sua direção e sentido).
  - [2,0] Determine a magnitude do campo magnético em função do tempo e da coordenada radial  $B(R, t)$  no plano  $xy$  (perpendicular ao eixo e que passa pelo centro do cilindro), nas regiões  $R < R_0 - \delta$  e  $R > R_0$ . Note que há duas fontes de campo magnético, a corrente real  $i$  pela parede do tubo e a corrente de deslocamento  $i_d$  no interior do tubo - considere cada contribuição separadamente, e obtenha o total.
  - [0,5] Faça um esboço das linhas de campo elétrico e magnético nesse plano (podem ser apenas pontos se as linhas estiverem atravessando o plano - nesse caso indique o sentido:  $\otimes$  ou  $\odot$ ).
  - [1,0] Estime o campo elétrico induzido pela variação do campo magnético no interior do capacitor e discuta a validade da condição  $\frac{R_0}{ct} \ll 1$  para o item (c).

## Formulário

Força de Lorentz:  $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

Força eletromotriz:  $\varepsilon = \oint \frac{\vec{E}}{q} \cdot d\vec{l}$

Leis de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Densidade de energia do campo eletro-magnético:  $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$

Lei de Ohm microscópica:  $\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho_{res}}$

Teorema de Stokes:  $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{S(c)} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \hat{n} da$

Teorema de Gauss:  $\oint_s \vec{E} \cdot \hat{n} da = \int_{V(s)} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV$

Operador Nabla:  $\vec{\nabla} = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$

Relações trigonométricas:  $\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \pi$ ;

## Constantes fundamentais

$$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$$

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{C}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3,0 \times 10^8 \text{m/s}$$