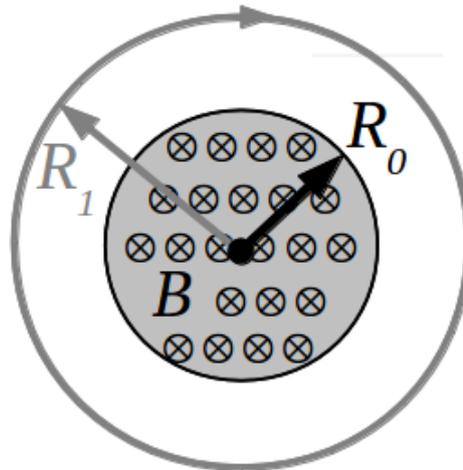


PROVA 3 - FÍSICA III PARA O INSTITUTO DE QUÍMICA (4310245)

Prof. José Roberto B. Oliveira - IFUSP - 2014

1) A figura abaixo ilustra a seção de um solenóide muito longo de raio R_0 , no interior do qual existe um campo magnético uniforme $\vec{B}(x, y, z, t) = B_0 \cos(\omega t)\hat{z}$, orientado perpendicularmente ao plano do corte, com sentido positivo para dentro (\hat{z}), sendo $B_0 > 0$ e $\omega > 0$ constantes. Este campo é dependente harmonicamente do tempo t , como pode-se constatar a partir da expressão apresentada. Externamente ao solenóide é disposta uma espira circular de raio R_1 . A espira é constituída de um fio fino de resistência elétrica total r_e .



OBS: Apresente as respostas dos itens abaixo em função dos parâmetros previamente mencionados.

- (a) [0,5] Determine a expressão da força eletromotriz induzida ε na espira devido à variação do campo magnético no solenóide. Atente para a orientação positiva do circuito indicada na figura.
- (b) [2,5] Obtenha as expressões para a corrente induzida $i(t)$, para a potência instantânea dissipada por efeito Joule $P(t)$, e para a energia total U_T dissipada em um ciclo ($\Delta t = T = \frac{2\pi}{\omega}$).
- (c) [3,0] Obtenha, considerando a simetria do problema, a expressão da magnitude do campo elétrico induzido no espaço em função da distância R ao eixo do solenóide $E(R, t)$, nas regiões $R < R_0$ e $R > R_0$. Despreze qualquer efeito da corrente induzida na espira (limite de resistência alta), bem como o campo magnético induzido pela variação do próprio campo elétrico (limite de frequência baixa). Faça um esboço do gráfico de $E(R)$ (indicando pontos notáveis) e das linhas de campo elétrico no plano xy , no instante $t = \frac{\pi}{4\omega}$.
- (d) [2,0] Determine a energia armazenada no campo eletro-magnético no interior do solenóide ($R < R_0$), em um trecho de comprimento L , no instante $t = \frac{\pi}{4\omega}$.
- (e) [2,0] Calcule a “corrente de deslocamento” no vácuo $I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ que circula o eixo do solenóide em um trecho de comprimento L (na direção \hat{z}), mas somente no interior do solenóide ($R < R_0$), no instante $t = \frac{\pi}{4\omega}$. Compare com a corrente elétrica real $I(L)$ que flui pela superfície do solenóide ($R = R_0$) no mesmo trecho e no mesmo instante (determine a razão entre estas correntes), e discuta a aproximação de frequência baixa do item (c). A partir de que ordem de grandeza a frequência seria considerada baixa se $R_0 = 1$ m?

Formulário

Força de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

Força eletromotriz: $\varepsilon = \oint \frac{\vec{E}}{q} \cdot d\vec{l}$

Leis de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Densidade de energia do campo eletro-magnético: $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$

Teorema de Stokes: $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{S(c)} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \hat{n} da$

Teorema de Gauss: $\oint_s \vec{E} \cdot \hat{n} da = \int_{V(s)} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV$

Operador Nabla: $\vec{\nabla} = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$

Relações trigonométricas: $\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \pi$;

Constantes fundamentais

$$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$$

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{C}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3,0 \times 10^8 \text{m/s}$$