

**Atividade para entrega 15 – 16/06/2014***O raio clássico do elétron*

A relatividade de Einstein relaciona a massa  $m$  de um sistema com a sua energia  $U$  através da famosa equação:

$$U = mc^2$$

onde  $c$  é a velocidade da luz (a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo). Normalmente a equação é escrita na forma  $E = mc^2$  mas reservaremos a letra  $E$  para representar o módulo do campo elétrico).

A energia eletromagnética de um sistema está associada à presença de campos elétricos e/ou magnéticos, sendo a densidade de energia  $u(\vec{r}, t) = \frac{dU}{dV}$  expressa por:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Podemos assim associar uma certa quantidade de massa ao campo eletromagnético presente em uma dada região do espaço, através da equação de Einstein.

Qual seria, então, a energia e, portanto, a massa contida no campo elétrico gerado em todo o espaço por uma carga elementar em repouso (um elétron, por exemplo)? Se a carga  $e$  fosse rigorosamente puntiforme, essa massa seria infinita. Por outro lado, supondo-se que a carga  $e$  esteja distribuída dentro de uma esfera de raio

da ordem de  $R_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} \approx 2,82 \times 10^{-15} \text{ m}$  obtém-se que a massa do campo elétrico (integrada em

todo o espaço) é da mesma ordem de grandeza da massa do elétron medida experimentalmente:

$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  (ou  $m_e c^2 = 511 \text{ keV} = 8,19 \times 10^{-14} \text{ J}$ ).  $R_0$  é conhecido como o “raio clássico do elétron”. A relação exata entre o raio e a carga do elétron depende do modelo para a distribuição da carga  $e = 1,609 \times 10^{-19} \text{ C}$  (seja, por exemplo, uniformemente distribuída dentro de uma esfera, ou numa superfície esférica de raio  $R \approx R_0$  - consulte os textos de Física III sobre estes casos).

1) Suponhamos que a distribuição da carga do elétron seja dada por:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{4\pi} \frac{R_0^2}{r^2}, \text{ para } r < R_0; \quad \rho(\vec{r}) = 0, \text{ para } r > R_0$$

(a) Determine a expressão da constante  $\rho_0$  (para que seja compatível com a carga total  $e$ ).

(b) Calcule a massa do elétron de acordo com esse modelo e compare com o valor medido experimentalmente.

Sugestão: determine a expressão da carga contida em uma esfera em função do raio  $q(r)$ , e o campo elétrico correspondente  $E(r)$  pela lei de Gauss.

OBS.: Note que a eletro-dinâmica quântica modifica radicalmente a interpretação destes resultados. Atualmente, no Modelo Padrão, o elétron é considerado uma partícula elementar, rigorosamente puntiforme. Experimentalmente sabe-se que o raio em que está contida a carga  $e$  do elétron é pelo menos 1000 vezes menor do que  $R_0$  (compatível com  $R=0$ ).

Física III – IQ 2014 (4310245)

Grupo	#		
Número USP:	Nome:	Assinatura:	

**Respostas:**

1) (a) [5,0]

(b) [5,0]