

CAPÍTULO 4

DETALHAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL (FLEXÃO) NA SEÇÃO TRANSVERSAL E ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Em uma viga de concreto armado, conhecendo-se o diagrama de momentos fletores, as dimensões da seção transversal e as características mecânicas do concreto e do aço, é possível determinar a armadura longitudinal necessária em cada seção.

A maneira de calcular essa armadura, no estado limite último, foi discutida no capítulo anterior, e a questão agora é: deve-se calcular a armadura em todas as seções transversais? A resposta é não. Normalmente, basta calcular a área da armadura nas seções de momentos extremos (positivo e negativo) para cada tramo; momento fletor positivo é aquele que produz tensão de tração na borda inferior da seção.

A partir da definição da disposição das barras nessas seções, pode-se, com maior ou menor aproximação, detalhar a armadura ao longo da viga, o que garantirá que todas as seções tenham quantidade de aço suficiente, o que será feito no capítulo 5.

Para efetuar o detalhamento da armadura na seção transversal é preciso, primeiramente, escolher, a partir da área de aço calculada, a quantidade de barras longitudinais necessárias em função da área da seção transversal de uma barra. O Quadro 4.1 contém características das barras com bitolas comerciais mais empregadas em concreto armado. Destaca-se que os fios são menos rígidos que as barras.

Quadro 4.1 Características das barras de aço.

Fios	Barras ϕ (mm)	Diâmetro (cm)	Peso (daN/m - kgf/m)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
3,2	—	0,32	0,063	1,00	0,080
4,0	—	0,40	0,100	1,25	0,125
5,5	5,5	0,55	0,186	1,73	0,240
6,3	6,3 (1/4")	0,63	0,248	2,00	0,315
8,0	8,0 (5/16")	0,80	0,393	2,50	0,500
10,0	10,0 (3/8")	1,0	0,624	3,15	0,800

Quadro 4.1 Continuação...

Fios	Barras ϕ (mm)	Diâmetro (cm)	Peso (daN/m - kgf/m)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
—	12,5 (1/2")	1,25	0,988	4,00	1,250
—	16,0 (5/8")	1,60	1,570	5,00	2,000
—	20,0 (3/4")	2,0	2,480	6,30	3,150
—	22,5 (7/8")	2,25	3,120	7,10	4,000
—	25,0 (1")	2,50	3,930	8,00	5,000
—	32,0 (1,25")	3,20	6,240	10,0	8,000

A quantidade de barras e seu arranjo (posição dentro da seção transversal da viga) devem atender às prescrições da ABNT NBR 6118:2014, que são descritas nos itens seguintes. Além dessas prescrições, os projetistas devem ter em mente as operações de lançamento e adensamento do concreto, de modo a permitir que ele penetre com facilidade em todos os vazios da viga, bem como assegurar que haja espaço para que as agulhas de vibradores possam ser introduzidas entre as barras.

O engenheiro da obra, responsável pela operação de concretagem, deve sempre tomar alguns cuidados a fim de que, durante a concretagem, as propriedades essenciais sejam asseguradas. Entre essas propriedades destacam-se a aderência entre o aço e o concreto, a homogeneidade do concreto (sem ninhos de concretagem – regiões só com pedras, ou seja, com pouca ou nenhuma nata de cimento) e o cobrimento mínimo da armadura. Recomenda-se para tanto a leitura das seções 9 e 10 da ABNT NBR 14931:2003 (Execução de estruturas de concreto – procedimento) que tratam de aspectos referentes à concretagem, fôrmas, escoramentos, adensamento, cura etc.

Neste capítulo estão todas as prescrições que devem ser atendidas ao se detalhar a armadura na seção transversal. Para seções com pouca armadura, por exemplo, com armadura mínima, várias das prescrições estão automaticamente verificadas. Assim, a importância da utilização cuidadosa dessas prescrições aumenta à medida que a seção é mais solicitada.

Além de garantir a segurança contra o colapso, como visto no capítulo anterior (em relação à flexão), é preciso garantir que a estrutura de concreto armado atenda aos estados limites de serviço, que segundo o item 10.4 da ABNT NBR 6118:2014 “são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas”.

Entre eles, destacam-se os estados limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e os de deformações excessivas, ou seja, a estrutura não deve apresentar, em utilização, fissuração ou deformação além de determinados limites. Como a quantidade e o detalhamento das barras na seção transversal influem nessas condições, nas seções 4.7 e 4.8 são abordados os estados limites referentes à fissuração inaceitável e à deformação excessiva, respectivamente.

As situações aqui abordadas referem-se à flexão, mas os conceitos devem ser estendidos para os casos de esforços de cisalhamento devidos à força cortante e à torção.

4.2 ARMADURA LONGITUDINAL MÍNIMA E MÁXIMA EM UMA SEÇÃO

As quantidades mínima e máxima da armadura de flexão em uma seção devem ser previstas. A armadura mínima deve ser colocada para evitar rupturas bruscas (frágeis) da seção, pois o aço faz com que ela apresente uma deformação razoável antes de entrar em ruína. Também é útil para absorver pequenos esforços não considerados no cálculo. A especificação de valores máximos decorre da necessidade de assegurar condições de ductilidade e de respeitar o campo de validade dos ensaios que deram origem às prescrições de funcionamento do conjunto aço-concreto.

Na ABNT NBR 6118:2014, as recomendações se encontram no item 17.3.5, que contém indicações sobre as quantidades mínima e máxima que devem ser respeitadas.

4.2.1 ARMADURA MÍNIMA

Conforme o item 17.3.5.1 da norma:

A ruptura frágil das seções transversais, quando da formação da primeira fissura, deve ser evitada considerando-se, para o cálculo das armaduras, um momento mínimo dado pelo valor correspondente ao que produziria a ruptura da seção de concreto simples, supondo que a resistência à tração do concreto seja dada por $f_{ctk,sup}$, devendo também obedecer às condições relativas ao controle da abertura de fissuras dadas em 17.3.3 (seção 4.7 deste capítulo).

A armadura mínima de tração em uma viga, ou em qualquer outro elemento estrutural de concreto armado ou protendido, deve ser determinada dimensionando-se a seção para um momento fletor mínimo dado pela expressão seguinte, respeitando sempre uma taxa mínima absoluta de 0,15% (item 17.3.5.2.1 da norma):

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (4.1)$$

em que:

W_0 – módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk, sup}$ – resistência característica superior do concreto à tração (ver capítulo 1, seção 1.6.2.3, equações 1.5, 1.6 e 1.7).

O dimensionamento para $M_{d,min}$ será considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura (ρ_{min}) do Quadro 4.2 (Quadro 17.3 da norma); A_c é a área bruta da seção de concreto.

Quadro 4.2 Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Forma da seção		Valores de $\rho_{\min}^{(1)} (A_{s,\min}/A_c)$ %														
		20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular		0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

⁽¹⁾ Os valores de $\delta_{\min}$ estabelecidos neste quadro pressupõem o uso de aço CA50, $d/h = 0,8$ e $v_c = 1,4$ e $v_t = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{\min}$ deve ser recalculado.

4.2.2 ARMADURA MÁXIMA

A soma das armaduras de tração e compressão ($A_s + A_c$) não deve ter valor maior que 4% da área de concreto da seção (A_g), calculada em região fora da zona de emendas (item 17.3.5.2.4 da norma).

4.3 ARMADURA CONCENTRADA

Para que a armadura longitudinal, comprimida ou tracionada, possa ser calculada admitindo-a concentrada em seu centro de gravidade, a ABNT NBR 6118:2014, item 17.2.4.1, estabelece que a distância (a) desse centro ao ponto da seção da armadura mais afastado da linha neutra, medida normalmente a esta, deve ser menor que 10% de h.

A teoria desenvolvida no capítulo 3 considerou que a armadura longitudinal estaria concentrada no seu centro de gravidade, em um único nível, portanto com $a < 0,10 h$ (Figura 4.1). Se isso não for possível, deve-se considerar a deformação específica do aço de cada nível, como indicado na Figura 4.1. Se a deformação específica da armadura mais próxima da linha neutra for igual ou superior a ϵ_{yd} , o cálculo feito no capítulo 3 é válido; supõe-se que isso ocorre quando a consideração de armadura concentrada é atendida, mas é preciso também que a armadura mais afastada do centro de gravidade e da linha neutra tenha deformação inferior a 1%; caso contrário, o cálculo passa a ser iterativo (camada por camada). Note a diferença entre o texto da norma e a Figura 4.1 em relação à distância a , colocada em posição contrária ao prescrito, mas parecendo ser o mais lógico.

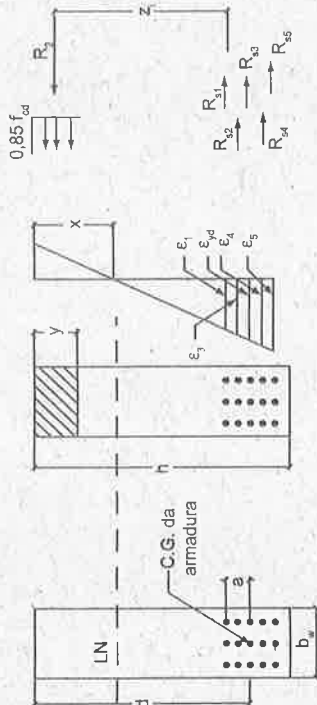


Figura 4.1 Armadura considerada concentrada.

4.4 ARMADURA DE PELE

A função dessa armadura é, principalmente, minimizar os problemas decorrentes da fissuração, retração e variação de temperatura. Serve também para diminuir a abertura de fissuras de flexão na alma das vigas.

Na ABNT NBR 6118:2014, as recomendações encontram-se no item 17.3.5.2.3. A armadura de pele (armadura lateral) deve ser colocada em cada face da alma da viga, com área, em cada face, não menor que a dada pela equação 4.2, em que $A_{c,alma}$ é a área de concreto da alma da viga.

$$A_{s,pde} = 0,10\% de A_{c,alma} = \frac{0,10}{100} \cdot A_{c,alma} \quad (4.2)$$

A armadura de pele deve ser composta de barras de CA50 ou CA60, não sendo necessária uma armadura superior a $5 \text{ cm}^2/\text{m}$ por face.

No item 18.3.5, indica-se que a armadura de pele, calculada de acordo com 17.3.5.2.3, deve ser disposta de modo que o afastamento entre as barras não ultrapasse, além de 20 cm, também a $d/3$. Ainda de acordo com o item 17.3.3.2, é conveniente que o espaçamento, na zona tracionada da viga, seja menor ou igual a 15ϕ .

Em vigas que tenham altura igual ou inferior a 60 cm, não é necessária a colocação dessa armadura. Essas indicações estão resumidas na Figura 4.2.

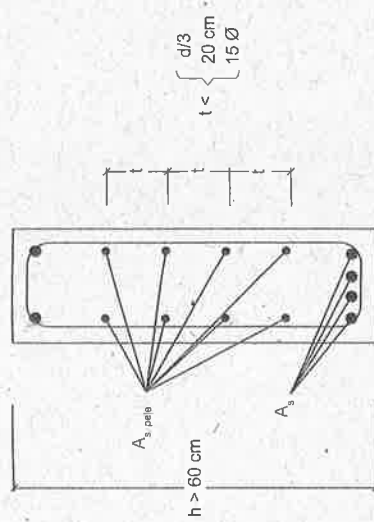


Figura 4.2 Distribuição da armadura de pele.

4.5 ESPAÇAMENTOS ENTRE AS BARRAS

O arranjo das armaduras deve propiciar que elas cumpram sua função estrutural (aderência, manutenção da altura útil etc.) e proporcionar condições adequadas de execução, principalmente com relação ao lançamento e ao adensamento do concreto. Os espaços entre as barras longitudinais devem ser projetados para possibilitar a introdução de vibradores, evitando que ocorram vazios e segregação dos agregados. Para isso, devem ser respeitadas as distâncias mínimas entre as barras, constantes na ABNT NBR 6118:2014, item 18.3.2.2.

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras, medido horizontal (a_h) e verticalmente (a_v) no plano da seção transversal, deve ser, em cada direção, o maior entre os três valores seguintes, também indicados na Figura 4.3, em que $d_{\text{máx,agregado}}$ é a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

$$a_h \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \text{diâmetro da barra, do feixe ou da luva} \\ 1,2 \cdot d_{\text{máx,agregado}} \end{cases} \quad a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \text{diâmetro da barra, do feixe ou da luva} \\ 0,5 \cdot d_{\text{máx,agregado}} \end{cases}$$

Nas barras com mossas ou saliências, segundo Fusco,¹⁶ deve-se acrescentar ao diâmetro das mesmas o valor $0,04 \cdot \phi$, ou seja, $\phi_{\text{barra}} = \phi + 0,04 \cdot \phi$. Para feixes de barras, deve-se considerar, como diâmetro do feixe, $\phi_n = \phi \cdot \sqrt{n}$, sendo n o número de barras do feixe de diâmetro ϕ cada uma.

Os valores mínimos de espaçamentos devem ser obedecidos também em regiões em que houver emendas por traspasse das barras. As emendas serão tratadas na seção 5.4 do capítulo 5.

¹⁶ Fusco (1995).

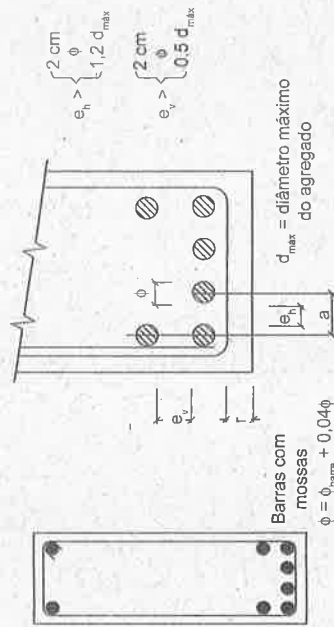


Figura 4.3 Espaçamentos entre barras (valores mínimos).

O diâmetro máximo do agregado ($d_{\text{máx,agregado}}$) pode ser obtido no Quadro 4.3, que fornece o intervalo de valores em que eles estão compreendidos, para cada tipo de brita, conforme classificação usual. Os valores do Quadro 4.3 podem variar dependendo da região do Brasil ou mesmo da referência a valores específicos feita por órgãos governamentais.

Quadro 4.3 Classificação usual das britas.

Tipo de brita	Diâmetro (mm)
Brita 0	4,8 a 9,5
Brita 1	9,5 a 19
Brita 2	19 a 25
Brita 3	25 a 38

4.6 PROTEÇÃO E COBRIMENTO

Entre os fatores dos quais depende a durabilidade das estruturas de concreto armado e protendido, são fundamentais a qualidade e a espessura do concreto de cobrimento das armaduras. Cobrimento mínimo é a menor distância livre entre uma face da peça e a camada de barras mais próxima dessa face (inclusive estribos), e deve ser observado ao longo de todo o elemento considerado; tem por finalidade proteger as barras tanto da corrosão como da ação do fogo. Para isso, além do cobrimento adequado, é importante que o concreto seja bem compactado. Na ABNT NBR 6118:2014, as recomendações estão no item 7.4.7.

O cobrimento mínimo ($C_{\text{mín}}$), item 7.4.7.2, deve ser garantido adotando-se um valor nominal de cobrimento (C_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido de uma tolerância de execução (ΔC) ($C_{\text{nom}} = C_{\text{mín}} + \Delta C$). Para isso, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, conforme o Quadro 4.4

(Tabela 7.2 da norma, da qual foram retirados os valores correspondentes ao concreto protendido), para $\Delta C = 10$ mm (ou seja, $C_{nom} = C_{min} + 10$ mm); em obras correntes, conforme o item 7.4.7.3, o valor de ΔC deve ser maior ou igual a 10 mm.

Nos casos em que houver um rigoroso controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução (o que deve estar explícito nos desenhos de projeto), de acordo com o item 7.4.7.4 pode-se ter $\Delta C = 5$ mm. Assim, os cobrimentos nominais do Quadro 4.4 podem ser reduzidos em 5 mm.

De acordo com o item 7.4.7.5, os cobrimentos nominais e mínimos devem ser sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral a face externa do estribo. Para concreto armado, o cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser sempre maior que o seu diâmetro ($C_{nom} \geq \phi_{barra}$), e, no caso de feixes, maior que o diâmetro equivalente ($C_{nom} \geq \phi_{eq} = \phi_n \cdot \sqrt{n}$). A dimensão máxima característica do agregado graúdo (item 7.4.7.6), utilizado no concreto, não pode ser maior que 20% da espessura nominal do cobrimento ($d_{max} \leq 1,2 \cdot C_{nom}$).

O valor do cobrimento está intimamente ligado à durabilidade da estrutura e, consequentemente, à agressividade do meio ambiente, conforme visto na seção 1.10 do capítulo 1, com as classes de agressividade definidas nos quadros 1.8 e 1.9.

Quadro 4.4 Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta C = 10$ mm e estruturas de concreto armado.

Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Quadro 6.1)			
	I	II	III	IV ^(b)
Laje ^(a) Viga/pilar	20	25	35	45
	25	30	40	50
Elementos estruturais em contato com o solo ^(c)	30			

a) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências deste quadro podem ser substituídas por $C_{nom} \geq \phi_{barra}$, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

b) Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

c) No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Para concretos de classe de resistência superior ao mínimo exigido, os cobrimentos definidos no Quadro 4.4 podem ser reduzidos em até 5 mm.

As vigotas pré-moldadas, para execução de lajes nervuradas, podem ter o cobrimento nominal reduzido em 5 mm, pois são executadas em fábricas, com um controle que pode ser considerado rigoroso.

4.7 ANÁLISE DA FISSURAÇÃO EM PEÇAS DE CONCRETO ARMADO

A fissuração excessiva de uma peça em concreto armado pode comprometer significativamente sua durabilidade. Embora não seja a única causa, ou condição necessária, pode-se dizer que, quando de sua ocorrência, há grande risco de haver uma degradação rápida do concreto superficial e da armadura. Outros fatores, como porosidade do concreto, cobrimento insuficiente da armadura, presença de produtos químicos, agentes agressivos etc., contribuem ou podem ser determinantes para a durabilidade da estrutura. Examinados esses fatores, o projetista deve evitar que a peça sofra fissuração excessiva devida à flexão, detalhando adequadamente a armadura na seção transversal, e, se for o caso, aumentando-a.

Nesse caso, trata-se de uma verificação de estado limite de serviço, ou seja, interessa saber a fissuração que ocorrerá na peça quando esta estiver em utilização e não próxima a atingir o colapso. São dois os estados limites referentes à fissuração: estado limite de formação de fissuras (ELS-F), que é a situação em que se inicia a formação de fissuras; e estado limite de abertura de fissuras (ELS-W), que é a situação em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados. Nas estruturas usuais de concreto armado, tem interesse maior este último.

Na ABNT NBR 6118:2014, o controle da fissuração é apresentado no item 13.4, e o estado limite de fissuração no item 17.3.3. Serão apresentadas apenas as recomendações que importam às estruturas de concreto armado, embora haja, também, referências às de concreto protendido.

4.7.1 ABERTURA MÁXIMA DE FISSURAS

Deve-se garantir, com razoável probabilidade, que as aberturas das fissuras fiquem dentro de limites que não comprometam as condições de serviço e a durabilidade da estrutura. As aberturas, dentro desses limites, geralmente não causam perda de segurança no estado limite último.

Fissuras são inevitáveis em estruturas de concreto em que existam tensões de tração resultantes de carregamento direto ou por restrição a deformações impostas. Podem ainda ocorrer por outras causas, como retração plástica ou térmica e expansão devida às reações químicas internas do concreto nas primeiras idades. Essas aberturas podem representar um estado de fissuração inaceitável.

As fissuras devem ser evitadas ou limitadas por meio de cuidados tecnológicos, especialmente na definição do traço do concreto e nos cuidados de cura do mesmo.

De maneira geral, em estruturas bem projetadas e construídas e sob cargas específicas na normalização (com combinação de ações frequente), quando as fissuras apresentarem aberturas que respeitem os limites do item 13.4.2 da ABNT NBR 6118:2014 (dados no Quadro 4.5, adaptação da Tabela 13.4 da norma) não haverá perda de durabilidade ou perda de segurança quanto aos estados limites últimos.

Quadro 4.5 Abertura máxima das fissuras características (w_k) para elementos de concreto armado, ELS-W, combinação frequente, em função da classe de agressividade.

Classe de agressividade ambiental (ver Quadro 1.7)			
I	II	III	IV
$w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$

As aberturas w_k do Quadro 4.5 referem-se a valores característicos limites para garantir proteção adequada das armaduras quanto à corrosão. Não se deve esperar, no entanto, que as aberturas reais de fissuras correspondam estritamente aos valores indicados, isto é, fissuras reais podem eventualmente ultrapassar estes limites.

A combinação frequente de serviço, conforme visto no capítulo 1, seção 1.8.5, para verificação de abertura de fissuras para prédios residenciais, será feita, em geral, considerando:

$$F_{d,\text{serviço}} = \Sigma F_{gk} + 0,4 \cdot F_{qk} \quad (4.3)$$

4.7.2 CONTROLE DA FISSURAÇÃO PELA LIMITAÇÃO DA ABERTURA ESTIMADA DAS FISSURAS
No item 17.3.3 da norma estão estabelecidos os critérios para a verificação dos valores limites da abertura de fissuras, dados no Quadro 4.5, para peças lineares, analisadas isoladamente, e submetidas à combinação de ações definidas no seu item 11.8 (seção 1.8.5 do capítulo 1).

A avaliação dos valores das aberturas de fissuras, na verificação do estado limite (item 17.3.3.2 da norma), é feita para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente que controlam a fissuração da peça, considerando-se uma área A_{cr} do concreto de envolvimento constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de $7,5 \cdot \phi$ do eixo da barra da armadura (Figura 4.4).

É conveniente que toda a “pele” (região próxima à superfície) da viga na sua zona tracionada tenha armaduras que limitem a abertura de fissuras na região $A_{cr,i}$ considerada, conforme indicado na Figura 4.4, com espaçamento não superior a 15ϕ .

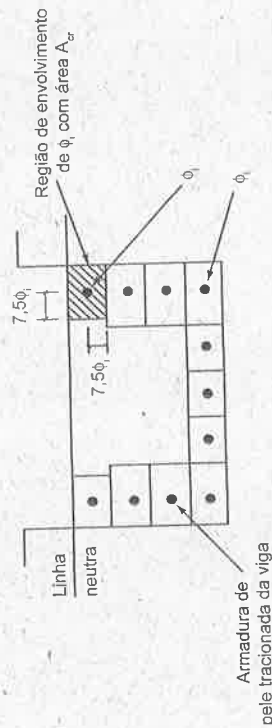


Figura 4.4 Concreto de envolvimento da armadura, conforme Figura 17.3 da ABNT NBR 6118:2014.

O tamanho da abertura de fissuras (w) determinado para cada parte da região de envolvimento será o menor entre os obtidos pelas duas expressões a seguir, com σ_{si} , ϕ_i , E_{si} , ρ_n definidos para cada área de envolvimento:

$$\frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} \quad (4.4)$$

$w = \text{menor entre}$

$$\frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_i) \cdot E_{si}} \cdot \frac{\sigma_{si}}{\rho_n} \cdot \left(\frac{4}{\rho_n} + 45 \right) \quad (4.5)$$

sendo:

$A_{cr,i}$ – área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i ;
 E_{si} – módulo de elasticidade do aço da barra ϕ_i considerada;
 ϕ_i – diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
 ρ_n – taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento ($A_{cr,i}$);
 η_i – coeficiente de conformação superficial η_i da armadura passiva considerada;⁽¹⁾
 $f_{ct,m}$ – resistência média do concreto à tração;⁽²⁾
 σ_{si} – tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estado II.⁽³⁾

Notas: 1. O coeficiente η_i que mede a conformação superficial é dado no item 9.3.2.1 da norma, e vale 1,0 para barras lisas (CA25), 1,4 para barras entalhadas (CA60) e 2,25 para barras (nervuradas) de alta aderência (CA50).

2. $f_{ct,m}$ é definido no item 8.2.5 da norma (ver capítulo 1, seção 1.6.2.3, equação 1.6).

3. O cálculo no estágio II (que admite comportamento linear dos materiais e despreza a resistência à tração do concreto) pode ser feito considerando $\alpha_e = 15$ (relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto).

Para evitar o cálculo no estágio II, pode-se, a favor da segurança, considerar de maneira simplificada que a tensão na armadura seja dada por uma variação linear:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{1,4} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q} = \frac{f_{yk}}{1,4 \cdot 1,15} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q} \quad (4.6)$$

Nas vigas usuais, com altura menor que 1,2 m, pode-se considerar atendida a condição de abertura de fissuras em toda a pele tracionada se a abertura de fissuras calculada na região das barras mais tracionadas for verificada e houver uma armadura lateral de pele que atenda o item 17.3.5.2.3 da ABNT NBR 6118:2014 (seção 4.4 deste capítulo).

4.7.3 CONTROLE DA FISSURAÇÃO SEM A VERIFICAÇÃO DA ABERTURA DE FISSURAS

A peça atenderá ao estado limite de fissuração (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado) sem a avaliação da grandeza da abertura da fissura (item 17.3.3.3 da ABNT NBR 6118:2014), quando forem atendidas as exigências de armadura mínima e de cobrimento determinadas pela norma (seções 4.2 e 4.6 deste capítulo, respectivamente) e as restrições do Quadro 4.6 (Tabela 17.2 da ABNT NBR 6118:2014) quanto ao diâmetro máximo ($\phi_{\max}$) e ao espaçamento máximo ($s_{\max}$). A tensão σ_{si} deverá ser determinada no estágio II.

Quadro 4.6 Valores máximos de diâmetro e espaçamento com barras de alta aderência.

Tensão na barra σ_{si} (MPa)	Concreto sem armaduras ativas	
	$\phi_{\max}$ (mm)	$s_{\max}$ (cm)
160	32	30
200	25	25
240	20	20
280	16	15
320	12,5	10
360	10	5
400	8	

4.8 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

Estado limite de deformações excessivas, segundo o item 3.2.4 da ABNT NBR 6118:2014, é o estado em que as deformações, calculadas segundo o item 17.3.2, atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção, dados no item 13.3.

Para a verificação dos estados limites de deformações excessivas, devem ser analisadas, além das combinações de ações a ser empregadas, as características geométricas das seções, os efeitos da fissuração e fluência do concreto e as flechas limites, estas diretamente ligadas à destinação ou tipo do elemento estrutural.

Conforme adiantado no item 2.8 do capítulo 2, na ABNT NBR 6118:2014 não há altura útil a partir da qual é dispensado o cálculo dos deslocamentos, ou seja, sempre é necessário avaliar as flechas nos elementos estruturais.

A verificação dos valores do estado limite de deformação na ABNT NBR 6118:2014 está no item 17.3.2, que estabelece critérios para a verificação dos valores limites para a deformação da estrutura, mais especificamente rotações e deslocamentos em peças lineares, analisadas isoladamente e submetidas à combinação de serviço das ações (seção 1.8.5.2 do capítulo 1). Os valores limites são aqueles prescritos no item 13.3 da ABNT NBR 6118:2014, indicados a seguir na seção 4.8.1.

Os valores dos deslocamentos e rotações deverão ser determinados por meio de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções da peça estrutural, ou seja, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.

A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo e das propriedades dos materiais (principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração) no momento de sua solicitação. Em face da grande variabilidade desses parâmetros, existe uma grande variabilidade das deformações reais. Não é razoável esperar, portanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas por processos analíticos.

4.8.1 DESLOCAMENTOS LIMITES

Como definido no item 13.3 da ABNT NBR 6118:2014, “Deslocamentos limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura”. Os deslocamentos excessivos e a tendência à vibração dos elementos estruturais podem ser indesejáveis por diversos motivos, que podem ser classificados em quatro grupos básicos:

a) **Aceitabilidade sensorial:** o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em situações especiais de utilização, deve ser realizada como estabelecido na seção 23 da norma; limites para esses casos são apresentados no Quadro 4.7 (Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118:2014).

b) Efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção; limites para esses casos são apresentados no Quadro 4.8 (Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118:2014).

c) Efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão ligados a ela; os limites para esses casos são apresentados no Quadro 4.9 (Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118:2014).

d) Efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.

Para os quadros 4.7 a 4.9, são necessárias as seguintes observações gerais:

- Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem; quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço;
- Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, em que interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se este valor a duas vezes o vão menor;
- Será obtido deslocamento total a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na seção 11 da norma (dados aqui no capítulo 1);
- Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

Quadro 4.7 Limites para deslocamentos – aceitabilidade sensorial.

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total (combinação quase permanente)	$\ell/250$
Outros	Vibrações sentidas no piso	Devidos a cargas acidentais	$\ell/350$

Quadro 4.8 Limites para deslocamentos – efeitos estruturais em serviço.

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total (combinação quase permanente)	$\ell/250^{(a)}$
Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell/350 +$ contraflecha ^(b)
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
		Ocorrido após nívelamento do equipamento	Conforme definido pelo fabricante do equipamento

(a) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas para não acumular água.

(b) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas; entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$.

Quadro 4.9 Limites para deslocamentos – efeitos em elementos não estruturais.

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Ocorrido após a construção da parede	$\ell/500^{(a)}$ ou 10 mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}^{(b)}$
	Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell/250^{(a)}$ ou 25 mm
	Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\psi_1 = 0,30$)	H/1700 ou H/850 ^(c) entre pavimentos ^(d)
	Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell/400^{(e)}$ ou 15 mm
Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	Hi/500
	Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$\ell/350$
	Revestimentos pendurados ou com juntas	Ocorrido após construção do forro	$\ell/175$

Quadro 4.9 Continuação...

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Provocado pelas ações de frenagem	H/400

- (a) O vão ℓ deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.
- (b) Rotação nos elementos que suportam paredes.
- (c) H é a altura total do edifício e H_1 é o desnível entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais; não se devem incluir os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares;
- (d) Este limite se aplica ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais; não se devem incluir os deslocamentos devidos a deformações de línies conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_1 representa o comprimento do lintel.
- (e) O valor ℓ refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno

4.8.2 CÁLCULO DE DESLOCAMENTOS EM VIGAS

Para vigas executadas com materiais que seguem as leis da resistência dos materiais (aqueles que têm comportamento elástico e linear), o cálculo do deslocamento a , em um ponto K (Figura 4.5), é feito pelo princípio dos trabalhos virtuais. Para isso, consideram-se as funções $M_0(x)$ do momento fletor devido ao carregamento atuante (no caso, carga uniformemente distribuída p), $M_1(x)$ do momento devido a uma carga concentrada (virtual) unitária, também aplicada em K, e os valores do módulo de elasticidade do material e da inércia I da seção transversal (equação 4.7), sendo x a cota de uma seção genérica da viga, medida, no caso da Figura 4.5, a partir do apoio esquerdo.

$$a = \int_{x=0}^{x=\ell} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx \quad (4.7)$$

Viga simplesmente apoiada

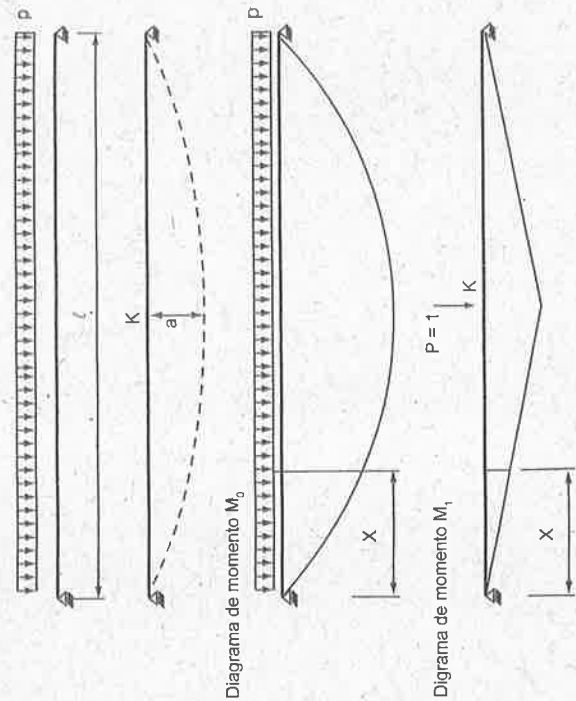


Figura 4.5 Esquema para o cálculo do deslocamento a em um ponto K de uma viga simplesmente apoiada sob carregamento uniforme.

Se o ponto K escolhido corresponder à seção em que ocorre o maior deslocamento, o deslocamento a é chamado de flecha (nomenclatura da ABNT NBR 6118:2014). Para vigas de seção constante, o produto $\int_{x=0}^{x=\ell} M_0 \cdot M_1 dx$, evidência, e a flecha passa a ser função da integral

Nas estruturas de concreto armado, o cálculo da flecha é mais complexo, pois além da existência da armadura, que acentua as características de não homogeneidade do material, há a possibilidade, mesmo sob ações de serviço, de que regiões da viga tenham parte do concreto (abaixo da linha neutra) fissurado, diminuindo a rigidez das seções nessas regiões. Na viga da Figura 4.6 há dois trechos com comportamento típico do estágio I e um trecho (central) típico do estágio II.

Os estádios, já mencionados no capítulo 3, são situações em que a seção transversal tem comportamentos distintos, dependendo da intensidade das solicitações. No estágio I, o concreto resiste às tensões de tração juntamente com a armadura, e o diagrama de tensões no concreto é linear. Para momentos maiores que M_r (momento de fissuração a partir do qual podem surgir fissuras de flexão na seção), o concreto tracionado não tem capacidade de resistir às tensões, admitindo-se assim que toda tração seja resistida pela armadura, situação esta chamada de estágio II puro. A inércia das seções

nesta situação é menor que as no estágio I, e o cálculo das inércias nos estádios I e II e do momento de fissuração serão vistos adiante.

Se a viga da Figura 4.6, considerada de inércia constante, estivesse solicitada apenas por momentos inferiores ao de fissuração, a expressão 4.8 poderia ser usada para o cálculo da flecha, empregando-se para a inércia o valor correspondente ao da seção geométrica (com ou sem a presença da armadura), como será visto posteriormente. Porém, como o diagrama de momentos fletores apresenta trechos em que o momento atuante ora é inferior ao momento de fissuração, ora tem valores superiores, o cálculo da flecha requereria, em princípio, o uso de uma integração que levasse esse fato em conta.

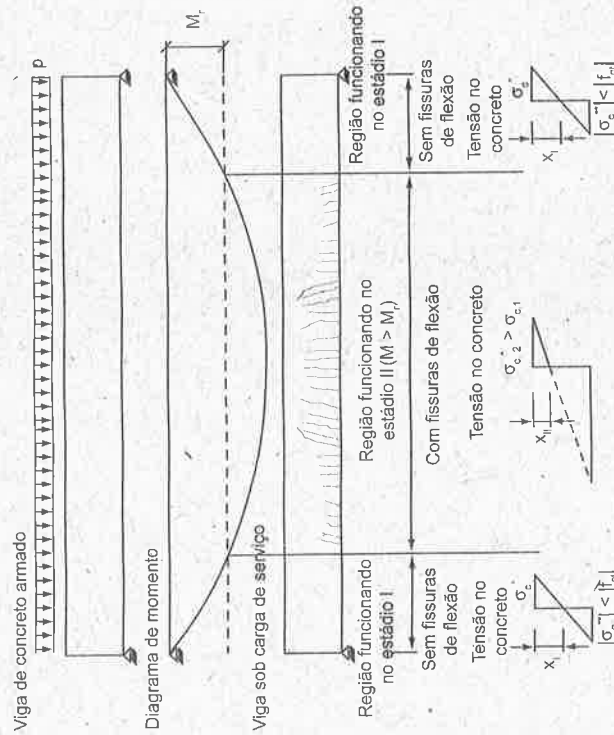


Figura 4.6 Viga de concreto armado simplesmente apoiada sob ações de serviço.

O concreto armado sob flexão, ao fissurar, apresenta um comportamento em que não há linearidade entre ações e deslocamentos, como foi visto na seção 2.7.2, Figura 2.17, em que a curva A representa a peça funcionando no estágio I, sendo possível considerar que exista linearidade entre ação e deslocamento, e as curvas B representam comportamento típico do estágio II, com apenas um pequeno trecho tendo comportamento linear.

Além da não linearidade devida à fissuração, há também a não linearidade provocada pela fluência do concreto. Fluência é a deformação que o concreto apresenta, ao longo do tempo, quando submetido a ações de longa duração. Portanto, carregando-se uma viga de concreto armado, esta sofre uma deformação imediata, e, mantendo-se

do-se este carregamento, com o passar do tempo há um aumento desta deformação, causado pela fluência.

Na Figura 4.7 apresenta-se a variação da flecha ao longo do tempo de um trecho de laje pré-moldada (comportamento de viga) ensaiada por Rogge;¹⁷ uma das curvas foi obtida unindo-se cada ponto obtido, e a outra representa a tendência de comportamento da viga; o carregamento foi aplicado aos 7 e aos 30 dias de idade da viga. A consideração do efeito da fluência será apresentada em itens posteriores.

Percebe-se, pelo fato de não haver linearidade entre esforços e deslocamentos, que é preciso considerar, para as verificações dos estados limites de serviço, diversas combinações de ações (ou seus efeitos, ou seja, as solicitações), que foram apresentadas no capítulo 1, e serão definidas conforme a verificação a ser empregada, de acordo com os limites dados nos quadros 4.7 a 4.9 da seção 4.8.1. De qualquer maneira, é necessário inicialmente determinar as inércias de seções de concreto nos estádios I e II.

A abordagem que aqui será feita, fruto de diversos estudos realizados, é um pequeno roteiro para o cálculo de deslocamentos em vigas de concreto armado, dentro dos princípios e dos conceitos estabelecidos na ABNT NBR 6118:2014.

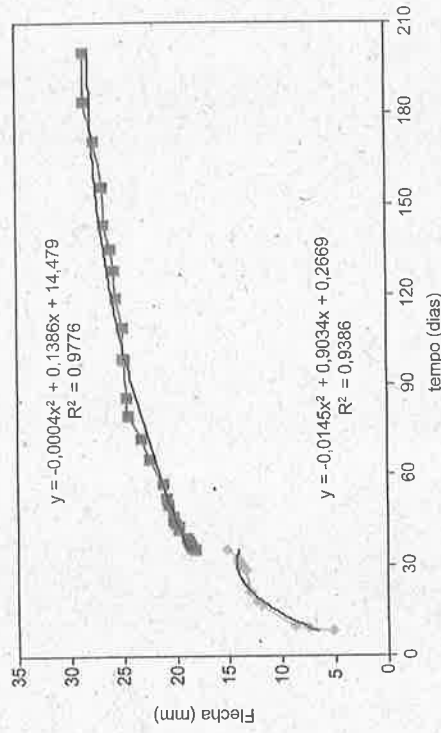


Figura 4.7 Variação da flecha no tempo de uma nervura de laje pré-moldada.¹⁸

Pode-se dizer, finalmente, que as seções trabalham nos estádios I ou II quando são solicitadas pelas ações de serviço, e como em uma viga existem seções trabalhando nas duas situações, sua rigidez é substancialmente afetada pelo momento e pelo grau de fissuração do concreto, e, portanto, para a determinação da flecha é necessário obter uma inércia (média) que reflita essa condição e possibilite a integração da expressão 4.7.

¹⁷ Rogge et al. (2002).

¹⁸ Id. ibid.

4.8.2.1 Características geométricas de seções no estádio I

Nas peças de concreto armado, todo o detalhamento da armadura é feito com o objetivo de garantir a aderência das barras de aço ao concreto, de modo que os dois materiais trabalhem solidariamente. Assim, o centro de rotação da seção e a rigidez da mesma são afetados pelo posicionamento da armadura, e, neste caso, deve ser feita a homogeneização da seção, que consiste em considerar no lugar da área de aço existente A_s uma área de concreto equivalente. Nesta situação, supõe-se que há linearidade entre tensão e deformação (vale a Lei de Hooke, pois as deformações são pequenas), e como as deformações específicas do aço e do concreto são iguais ($\varepsilon_c = \varepsilon_s$), devido à aderência, tem-se:

$$R_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s = A_s \cdot \varepsilon_c \cdot E_s$$

sendo R_s , A_s e E_s a força, a área da armadura e o módulo de deformação longitudinal do aço, respectivamente.

Para homogeneizar a seção, é preciso encontrar uma área de concreto (área equivalente) que suporte uma força igual à da armadura, ou seja:

$$R_s = A_{c,eq} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c$$

em que E_c é o módulo de elasticidade do concreto; igualando as duas expressões de R_s , é possível encontrar a relação entre a área de concreto e a de armadura:

$$A_s \cdot \varepsilon_c \cdot E_s = A_{c,eq} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c \rightarrow A_{c,eq} = \frac{A_s \cdot E_s}{E_c} = A_s \cdot \frac{E_s}{E_c}$$

e chamando de α_c a relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto ($\alpha_c = E_s/E_c$), a área equivalente de concreto é dada por:

$$A_{c,eq} = A_s \cdot \alpha_c \quad (4.8)$$

Uma seção transversal retangular de concreto armado, como a indicada na Figura 4.8, é então composta de uma área de concreto igual a $b \cdot h$ e uma seção de concreto equivalente à do aço igual a $A_s \cdot (\alpha_c - 1)$. Diminui-se 1 de α_c para considerar que na posição da armadura a área de concreto já foi computada uma vez no produto $b \cdot h$.

Na Figura 4.8b estão indicadas as resultantes C_c , T_c e T_s das tensões que ocorrem no concreto comprimido (σ_c) e tracionado (σ_s) e na armadura tracionada (σ_s), respectivamente, e que são iguais a:

$$C_c = \frac{\sigma_c \cdot b \cdot x_1}{2}; T_c = \frac{\sigma_c \cdot b \cdot (h - x_1)}{2}; T_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot (\alpha_c - 1) \cdot \sigma_s$$

sendo σ_s a tensão de tração no concreto no nível da armadura.

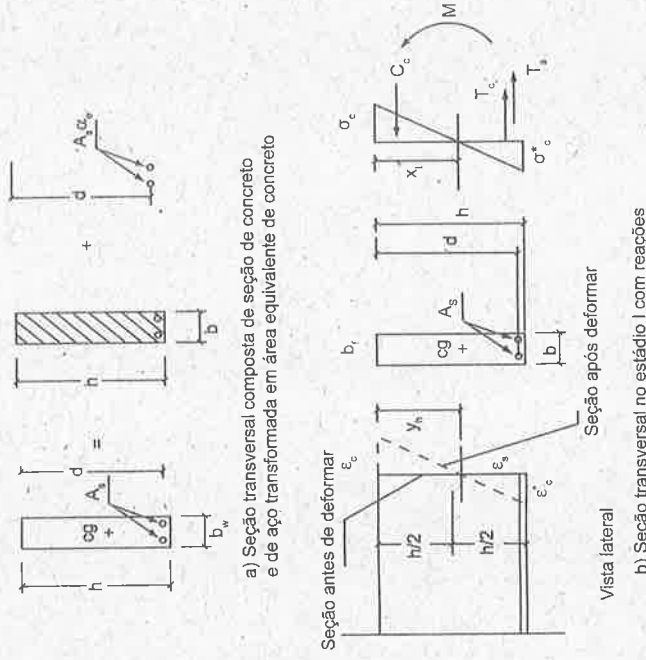


Figura 4.8 Seção retangular homogeneizada trabalhando no estádio I.

Colocando todas as forças em função da tensão de compressão no concreto (σ_c), resulta:

$$C_c = \frac{\sigma_c \cdot b \cdot x_1}{2}; T_c = \frac{\sigma_c \cdot b \cdot (h - x_1)^2}{2 \cdot x_1}; T_s = A_s \cdot (\alpha_c - 1) \cdot \frac{\sigma_c \cdot (d - x_1)}{x_1}$$

Como se trata de flexão simples, há o equilíbrio entre as três forças, e eliminando σ_c :

$$C_c = T_c + T_s \Rightarrow \frac{b \cdot x_1}{2} = \frac{b \cdot (h - x_1)^2}{2 \cdot x_1} + A_s \cdot (\alpha_c - 1) \cdot \frac{(d - x_1)}{x_1}$$

e finalmente:

$$\frac{b \cdot x_1^2}{2} = \frac{b \cdot (h - x_1)^2}{2} + A_s \cdot (\alpha_c - 1) \cdot (d - x_1) \quad (4.9)$$

A expressão 4.9 corresponde ao momento estático de cada área (a de concreto comprimido, a de concreto tracionado e a de aço tracionado) em relação ao eixo de giro da seção, indicando que se trata, portanto, do centro de gravidade da seção homogeneizada. Desta forma, conclui-se que após a homogeneização da seção (transformação do

ação em concreto equivalente), podem-se calcular de maneira usual todas as características geométricas da seção.

Quando se efetua o detalhamento de uma estrutura de concreto armado, em princípio não se conhecem as dimensões e muito menos as armaduras. Dessa forma, arbitram-se, inicialmente, dimensões para os diversos elementos a fim de determinar as ações e, em seguida, proceder ao cálculo dos esforços solicitantes. Nas estruturas hiperestáticas, como vigas contínuas, grelhas e pórticos, é necessário definir as características geométricas dos diversos elementos para a determinação dos esforços solicitantes, mesmo que se esteja empregando programa de computador. É usual escolher inicialmente as características das seções considerando-as formadas somente por concreto, ou seja, desconsiderando a presença da armadura. Para este caso, as expressões para uma seção em forma de "T" (Figura 4.9) estão no Quadro 4.10.

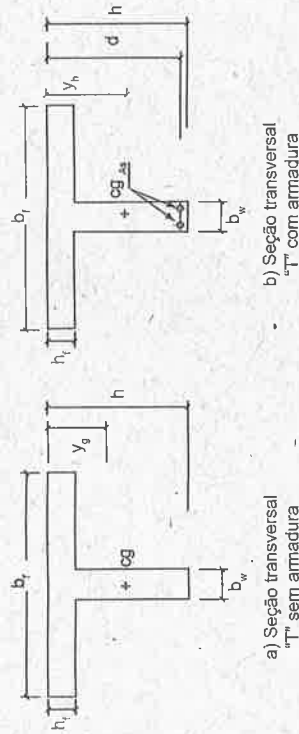


Figura 4.9 Elementos de seção transversal em forma de "T".

Quadro 4.10 Características geométricas de seções transversais em "T" no estágio I, sem considerar a presença da armadura.

	Expressão	
Área (seção geométrica)	$A_g = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h$	(4.10)
Centro de gravidade	$y_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g}$	(4.11)
Momento de inércia à flexão	$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_g - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_g - \frac{h}{2}\right)^2$	(4.12)

Uma vez determinada a quantidade de armadura necessária, pode-se agora trabalhar com a seção composta de aço e concreto usando o procedimento de homogeneização. Para uma seção "T", as expressões são as do Quadro 4.11. As fórmulas relacionadas nos quadros 4.10 e 4.11 aplicam-se também às seções retangulares, bastando fazer $b_f = b_w$ ou $h_f = 0$.

É interessante destacar que as características geométricas da seção de concreto sem armadura, chamada de bruta pela norma de concreto, em diversas situações pouco diferem daquelas em que se considera a armadura (seções homogeneizadas), podendo-se em alguns casos calcular apenas as referentes à seção bruta, ao invés da homogeneizada.

Quadro 4.11 Características geométricas de seções transversais em "T" no estágio I, com armadura longitudinal A_s .

	Expressão	
Área (seção homogeneizada)	$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + A_s \cdot (\alpha - 1)$	(4.13)
Centro de gravidade	$y_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot d}{A_h}$	(4.14)
Momento de inércia à flexão	$I_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_h - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_h - \frac{h}{2}\right)^2 + A_s \cdot (\alpha - 1) \cdot (y_h - d)^2$	(4.15)

4.8.2.2 Características geométricas de seções no estágio II

Aumentado-se o valor do momento fletor atuante na seção, as tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN) terão valores superiores ao da resistência característica do concreto à tração (f_{tk}), conduzindo ao estágio II (estado de fissuração), em que se admite ainda que:

- os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura localizada abaixo da linha neutra;
- há uma relação linear entre tensão e deformação específica no concreto para todos os pontos da seção transversal.

Cabe destacar que essa é uma situação limite do estágio II, pois todo o concreto da região fissurada está sendo desprezado, e, portanto, é usual, nesse caso, para diferenciar, nomeá-la como estágio II puro.

O estágio II puro compreende a situação em que atua na seção um momento maior que o momento de fissuração, até à situação em que começa a ocorrer o escoamento da armadura e/ou a plastificação do concreto comprimido, apresentando as seguintes características:

- A distribuição das tensões de compressão no concreto é triangular;
- O concreto não trabalha à tração, sendo este esforço resistido apenas pela armadura abaixo da linha neutra;
- Não ocorre escoamento do aço nem plastificação do concreto.

Na Figura 4.10 indica-se o que ocorre em uma seção do tipo "T" quando atua um momento maior que o de fissuração.

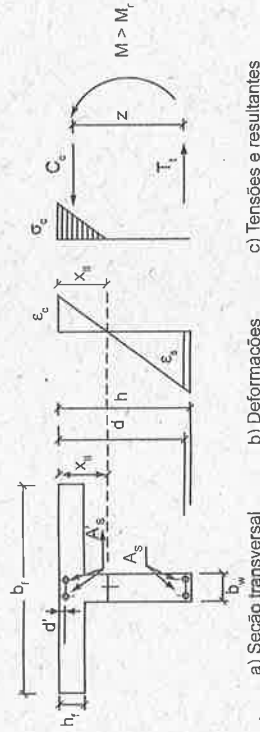


Figura 4.10 Seção transversal em forma de "T" no estágio II puro.

Para o cálculo do momento de inércia no estágio II puro, é necessário conhecer a posição x_{II} da linha neutra, obtida igualando-se o momento estático da seção homogeneizada a zero. O cálculo de x_{II} pode ser encontrado em Ghali & Favre,¹⁹ que em casos de vigas com seção em forma de "T" são obtidos da equação do segundo grau:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0 \quad (4.16)$$

cujas soluções é

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (4.17)$$

com os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 iguais a:

$$a_1 = b_w/2 \quad (4.18)$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s \quad (4.19)$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_s' - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) \quad (4.20)$$

e d' sendo a distância do centro de gravidade da armadura comprimida A_s' até à borda comprimida de concreto.

Para situações em que a viga tem seção transversal retangular e não há armadura negativa, as equações também são válidas, bastando fazer $b_w = b_f$, $h_f = 0$ e $A_s' = 0$.

É possível, agora, calcular o momento de inércia da seção no estágio II puro (I_{x,II_0}) em relação à linha neutra, cuja posição x_{II} foi determinada, lembrando que há duas possibilidades: a primeira, quando a profundidade da linha neutra é inferior à espessura da mesa $x_{II} \leq h_f$; a segunda, quando $x_{II} > h_f$, resultando nas expressões 4.21 e 4.22, respectivamente:

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (4.21)$$

$$I_{x,II_0} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (4.22)$$

As características das seções, tanto no estágio I como no estágio II puro, podem ser obtidas por um programa desenvolvido por Molina²⁰ e mais recentemente por Marquesi.²¹

4.8.2.3 Efeito da fissuração – modelo simplificado de Branson para flecha imediata

As expressões obtidas na seção anterior são relativas aos limites dos estádios I e II. Porém, na realidade, um elemento de concreto, por exemplo, a viga da Figura 4.6, tem seções trabalhando entre esses dois estádios, sendo então necessário, para calcular sua flecha contemplando essa situação, utilizar uma inércia média, para que não seja necessário introduzir a variação de inércia na expressão 4.7.

O modelo proposto por Branson²² admite para todo o elemento de concreto uma única inércia, que representa os trechos fissurados e não fissurados. Baseia-se em um método semiprobabilístico, no qual se toma a variação da tensão ao longo da seção transversal e ao longo do comprimento de uma maneira simplificada, utilizando expressões empíricas que fornecem valores médios da inércia. Dessa forma, Branson procura traduzir, aproximadamente, o efeito da fissuração do concreto, quando submetido à flexão, no cálculo das deformações imediatas.

20 Molina & Carvalho (1999).

21 Marquesi (2010).

22 Branson (1968).

19 Ghali & Favre (1986).

Esse procedimento pode ser utilizado para se obter o valor da inércia intermediária ao valor no estágio I e no final do estágio II (estádio II puro). De forma geral, a expressão obtida por Branson é dada por:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \cdot I_1 + 1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \cdot I_{II} \quad (4.23)$$

em que:

I_m – momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça, no caso de vigas simplesmente apoiadas; momento de inércia médio entre a seção do apoio e a seção do meio do vão, para o caso de vigas contínuas;
 I_1 – momento de inércia da peça no estágio I (da seção bruta ou homogeneizada);
 I_{II} – momento de inércia da peça no estágio II puro;
 M_r – momento de fissuração do concreto;
 M_{at} – momento atuante, de serviço, na seção mais solicitada;
 n – índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo o seu comprimento, que é a situação em questão.

Na ABNT NBR 6118:2014, item 17.3.2.1, na avaliação aproximada da flecha imediata (tempo zero) em vigas foi feita uma adaptação na expressão 4.23 para o cálculo da rigidez equivalente de uma viga de concreto, dada pela equação:

$$(E \cdot I)_{eq, t=0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + 1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (4.24)$$

em que:

I_c – momento de inércia da seção bruta de concreto;
 I_{II} – momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado

com o coeficiente $\alpha_c = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

M_a – momento fletor na seção crítica do vão considerado; momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r – momento de fissuração do elemento estrutural, dado pela expressão 4.25, e que deve ser reduzido à metade para barras lisas;
 E_{cs} – módulo de elasticidade secante do concreto.

O momento de fissuração M_r , para verificação do estado limite de deformação excessiva, de acordo com o item 17.3.1 da ABNT NBR 6118:2014, pode ser calculado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad (4.25)$$

sendo:

$\alpha = 1,2$ para seções em forma de “T” ou duplo “T”;
 $\alpha = 1,3$ para seções I ou T invertido
 $\alpha = 1,5$ para seções retangulares;
 I_c – momento de inércia da seção bruta de concreto;
 $f_{ct,m}$ – resistência média à tração do concreto, conforme item 8.2.5 da norma (seção 1.6.2.3, capítulo 1), dada por: $f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ (para o caso de estado de deformação excessiva) e resistência à tração inferior do concreto dado por $f_{ct,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$ (para verificação do estado de formação de fissura); expressões validadas até C50;
 y_t – distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada.

Note-se que embora a norma (item 17.3.2.1.1) considere a rigidez da seção bruta como a representativa do estágio I, é possível, e inclusive recomendado, usar a rigidez da seção homogeneizada. Assim, a previsão da flecha imediata ou instantânea (sem o efeito da fluência), para vigas, pode ser feita a partir da equação da resistência dos materiais, válida para seções constantes ao longo da peça, considerando e inércia média:

$$a = \frac{\alpha_c \cdot p \cdot \ell^4}{(E \cdot I)_{eq}} \quad (4.26)$$

em que:

p – carga definida por certa combinação (por exemplo, quase permanente);
 ℓ – vão da viga;

$(E \cdot I)_{eq}$ – rigidez equivalente dada pela expressão 4.24;

α_c – coeficiente que depende da condição estática do sistema considerado (simplesmente apoiado, contínuo) e do tipo de ações atuantes; é encontrado em livros de resistência dos materiais e de teoria das estruturas; no caso de vigas simplesmente apoiadas e carga uniformemente distribuída, $\alpha_c = (5/384)$.

Os resultados obtidos pela expressão de Branson conduzem a resultados muito bons para vigas simplesmente apoiadas e para vigas contínuas; para elementos mais

complexos como lajes, a expressão pode ser usada junto com a técnica de dividir o elemento em trechos e fazer o carregamento da estrutura por etapas, avaliando em cada etapa qual o nível de fissuração de cada trecho. Mais detalhes podem ser encontrados em Carvalho.²³

4.8.2.4 Efeito da fluência do concreto – avaliação da flecha diferida no tempo

Fluência é o fenômeno em que surgem deformações ao longo do tempo em um corpo solicitado por tensão constante. Esse fenômeno é parcialmente reversível, ou seja, ao retirar o carregamento que originou a deformação, uma parcela desta deformação total é restituída imediatamente, outra parte é restituída com o tempo e o restante se torna permanente.

Além da fluência, pode contribuir para o aumento das deformações em estruturas de concreto a ocorrência do fenômeno da retração. Retração é a variação volumétrica que uma peça de concreto sofre ao longo do tempo, principalmente pela saída de água existente nos poros do mesmo. Geralmente a parcela de deformação devida à retração é pequena, sendo, portanto, desprezada na maioria dos cálculos.

As parcelas das deformações devidas à fluência podem ser caracterizadas por: deformação rápida, que ocorre nas primeiras 24 horas após a aplicação do carregamento e é irreversível, e deformação lenta, composta de uma parte reversível e outra irreversível. Considera-se que as deformações de fluência sejam oriundas das ações permanentes. Porém, para calculá-las é utilizada a combinação quase permanente, pois, em edificações, parte da carga acidental atua em um longo período da vida da mesma.

Nas peças de concreto, a armadura inibe a deformação do concreto ao longo do tempo, tanto na retração como na fluência. Em peças fletidas, a armadura é normalmente posicionada na região tracionada, onde a contribuição do concreto na resistência é pequena, sendo desprezada para efeito de cálculo; admite-se, assim, que não ocorre a fluência nessa região.

Há uma série de processos para se calcular deslocamentos ao longo do tempo, considerando o efeito da fluência e de retração do concreto, que podem ser encontrados, por exemplo, em Tiritan,²⁴ mas que não cabem ser aqui apresentados. Prefere-se considerar o prescrito no item 17.3.2.1.2 da ABNT NBR 6118:2014, em que a flecha adicional diferida de vigas, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada, de maneira aproximada, pela multiplicação da flecha imediata por um fator α_f dado por:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (4.27)$$

²³ Carvalho (1994).

²⁴ Tiritan et al. (2002).

em que:

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d} \text{ (o valor de } \rho' \text{ será ponderado no vão de maneira análoga ao cálculo de } I_{eq}\text{);}$$

A_s' – área da armadura de compressão no trecho considerado;

ξ – coeficiente função do tempo, sendo $\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$;

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 & \text{para } t \geq 70 \text{ meses} \end{cases};$$

t – tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 – idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração; se as parcelas de cargas de longa duração forem adotadas em idades variadas,

$$\text{então } t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i};$$

P_i – parcelas de carga;

t_{0i} – idade, em meses, em que se aplicou cada parcela P_i .

O valor da flecha total no tempo infinito (a_{t_∞}) será $(1 + \alpha_f)$ vezes a flecha imediata:

$$a_{t_\infty} = a_{t_0} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (4.28)$$

em que a_{t_0} é a flecha imediata para a combinação de ações considerada e de caráter permanente.

Finalmente, pode-se afirmar que a deformação em peças fletidas devida ao efeito da fluência não deve ser desprezada, pois pode atingir valores até o triplo do valor da deformação imediata, embora pela expressão 4.27 se consiga obter, no máximo, o dobro. Ensaio realizados por Rogge²⁵ mostram que os resultados da expressão da norma brasileira subestimam as flechas diferidas de lajes pré-moldadas unidirecionais de pequena altura (11 cm de altura), que na verdade se comportam como uma série de vigas justapostas, como visto no capítulo 2. Dessa maneira, deve-se ter bastante cuidado ao se empregar a expressão 4.27 para a avaliação da parcela da flecha devida à fluência.

Exemplo.1

Calcular e detalhar as seções transversais mais solicitadas da viga central (V101), da estrutura da Figura 4.11, que tem largura de 25 cm. Considerar sobre a viga uma rede de tijolo com espessura de 25 cm (tijolo maciço). Empregar como sobrecarga permanente 1,5 kN/m² (já incluindo o revestimento de piso e argamassa inferior à laje)

²⁵ Rogge et al. (2002).

e como carga accidental 4 kN/m². Utilizar laje pré-moldada $\beta 16$ (h = 16 cm), simplesmente apoiada e de classe 27, com armadura longitudinal A_s = 3,615 cm² (CA60).

Dados: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ (20.000 kN/m²); aço CA50; cobrimento da viga (c) igual a 3 cm (classe de agressividade ambiental II); altura da parede igual a 3 m; pilares de 40 cm x 25 cm; $\gamma_{conc} = 25 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_{aliv} = 18 \text{ kN/m}^3$; brita 2 ($d_{max} = 2,5 \text{ cm}$).

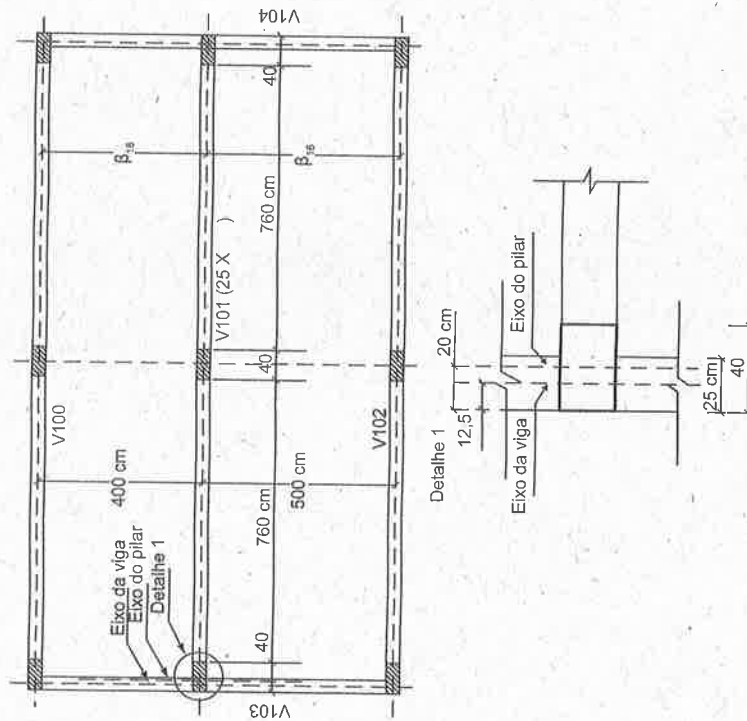


Figura 4.11 Planta da fôrma da estrutura cuja viga V101 será calculada.

a) Determinação do esquema estrutural da viga

Inicialmente é preciso definir o esquema estrutural da viga V101. O item 14.6.6.1 da ABNT NBR 6118:2014 permite que as vigas sejam calculadas com o modelo clássico de viga contínua, simplesmente apoiada nos pilares, desde que observadas as seguintes condições:

1. Não devem ser considerados momentos positivos menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da viga nos apoios internos;
2. Quando a viga for solidária com o pilar intermediário e a largura do apoio, medida na direção do eixo da viga, for maior que a quarta parte da altura do pilar, não pode ser considerado momento negativo de valor absoluto menor do que o de engastamento perfeito nesse apoio;

3. Quando não for realizado o cálculo exato da influência da solidariedade do pilar com a viga, deve ser considerado, nos apoios externos, um momento advindo de cálculo simplificado, como se verá no capítulo 5.

Vão efetivo: o vão efetivo de uma viga, de acordo com o item 14.6.2.4 da norma, pode ser determinado por:

$$l_c = l_0 + a_1 + a_2$$

sendo ℓ_0 a distância livre entre as faces dos apoios internos, e devendo a_1 e a_2 serem inferiores a $0,3 \cdot h$ (altura da viga) ou $0,5$ do valor de t_1 ou t_2 , respectivamente (t_1 é a dimensão do apoio externo e t_2 a do interno, medidos na direção do eixo da viga, conforme a Figura 4.12).

Para a viga V101, com $h = 90$ cm (altura adotada para a viga) e $t_1 = t_2 = 40$ cm, deve-se tomar para a_1 e a_2 o menor entre os valores $a_1 = a_2 = 0,3 \cdot 90 = 27$ cm ou $a_1 = a_2 = 0,5 \cdot 40 = 20$ cm, e, portanto, $a_1 = a_2 = 20$ cm, resultando:

$$\ell_{sf} = 760 + 20 + 20 = 800 \text{ cm}$$

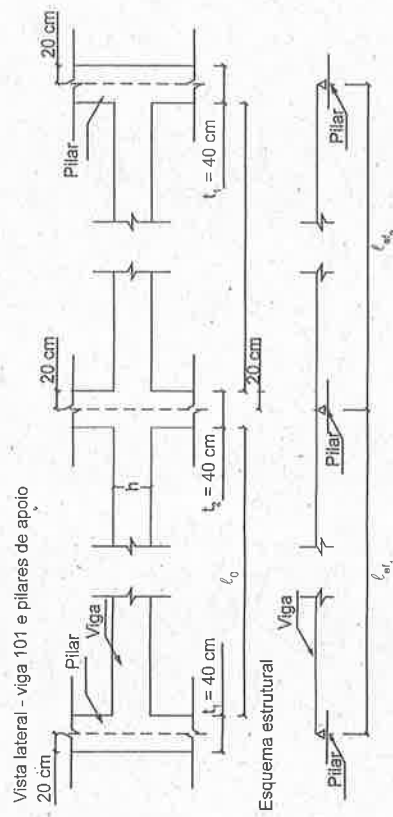


Figura 4.12 Esquema estrutural da viga V101.

- b) Escolha da altura inicial da viga

Para determinar a altura da viga é preciso conhecer as bitolas das armaduras empregadas. Adota-se, inicialmente, para os estribos (armadura transversal) barras de diâmetro $\phi_{\text{est}} = 6,3 \text{ mm}$ e, para a armadura longitudinal, barras com diâmetro $\phi_{\text{long}} = 12,5 \text{ mm}$ (com **massas iguais a $0,04 \cdot 1,25 = 0,05 \text{ cm}$** , valor que será somado ao diâmetro das barras). Assim, para encontrar a altura total da viga parte-se de uma altura útil mínima (seção 2.8, capítulo 2), à qual deve ser somado o cobrimento, o diâmetro do estribo e metade do diâmetro da armadura longitudinal da primeira camada:

$$d_{\min} \geq \frac{\ell}{\psi_2 \cdot \psi_3} = \frac{8,0}{1,2 \cdot 17} = 0,39 \text{ m} = 39,0 \text{ cm}$$

$$h = d_{\min} + c + \phi_{\text{estr}} + \frac{\phi_{\text{long}}}{2} = 39,0 + 3,0 + 0,63 + \frac{1,25 + 0,05}{2} = 43,3 \text{ cm} \Rightarrow \text{adotado}$$

$$h = 45 \text{ cm}$$

Esta altura terá de ser confirmada após os cálculos dos momentos fletores e da verificação da altura mínima necessária para o estado limite último e armadura simples, como visto no capítulo 3, e possivelmente precisará ser aumentada.

c) Cargas na viga V101

Com o valor inicial adotado para a altura da viga, determinam-se as ações na laje e na viga.

Cargas na laje:

- peso próprio da laje (Quadro A2.3, Anexo 2): $g_1 = 1,61 \text{ kN/m}^2$;
- sobrecarga: $g_2 = 1,5 \text{ kN/m}^2$;
- carga total na laje: $g_1 + g_2 + q = 1,61 + 1,5 + 4,0 = 7,11 \text{ kN/m}^2$.

Cargas na viga:

Parede:	$0,25 \cdot 3 \cdot 18 =$	13,5 kN/m
g_1 (peso próprio):	$0,25 \cdot 0,45 \cdot 25 =$	2,8 kN/m
P_{laje} :	$\left(\frac{4+5}{2} \right) \cdot (7,11) =$	32,0 kN/m
Total:	$13,5 + 2,8 + 32,0 =$	48,3 kN/m

d) Cálculo dos momentos fletores atuantes na viga V101 (processo dos esforços)

Os momentos fletores serão determinados pelo processo de esforços. Na Figura 4.13 estão o esquema estrutural da viga e os diagramas dos momentos M_0 e M_1 necessários para montar a equação de compatibilidade: $X_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{10} = 0$, em que (fazendo $\ell_1 = \ell_2 = \ell$):

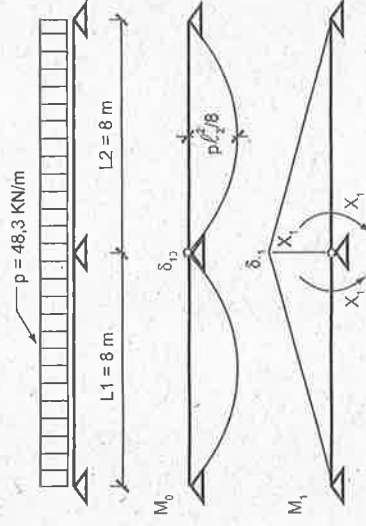


Figura 4.13 Esquema para cálculo dos momentos da viga V101.

δ_{10} – deslocamento no sistema básico (0), com carga real, devido à retirada do vínculo na direção da incógnita X_1 , obtido pela integração do produto $M_0 \cdot M_1$:

$$\delta_{10} = \int_0^{\ell} \frac{M_1 \cdot M_0}{E \cdot I} dx = -\frac{1}{E \cdot I} \left(\ell_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot \ell^2}{8} \cdot 1 + \ell_2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot \ell^2}{8} \cdot 1 \right) = -\frac{2 \cdot p \cdot \ell^3}{24 \cdot E \cdot I}$$

δ_{11} – deslocamento no sistema 1, na direção da incógnita X_1 , devido a um esforço unitário também na direção de X_1 , obtido pela integração do produto $M_1 \cdot M_1$:

$$\delta_{11} = \int_0^{\ell} \frac{M_1 \cdot M_0}{E \cdot I} dx = -\frac{1}{E \cdot I} \left(\ell_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 + \ell_2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \right) = \frac{1}{E \cdot I} \left(\frac{\ell_1}{3} + \frac{\ell_2}{3} \right) = \frac{2 \cdot \ell}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$\text{A equação de compatibilidade fica: } X_1 \cdot \frac{2 \cdot \ell}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{2 \cdot p \cdot \ell^3}{24 \cdot E \cdot I} = 0$$

resultando $X_1 = \frac{p \cdot \ell^2}{8} = \frac{48,3 \cdot 8^2}{8} = 386,4 \text{ kNm}$ (momento fletor no apoio central da viga).

e) Cálculo da altura mínima

Será verificada para a seção mais desfavorável (seção do apoio, $M = 386,4 \text{ kNm}$) com $b_w = 25 \text{ cm}$ e $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ (20000 kN/m^2) e a equação 3.43, capítulo 1:

$$\xi = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{yd}} = \frac{3,5}{3,5 + 2,07} = 0,63$$

e, com $f_{yk} = 20 \text{ MPa}$ (20000 kN/m^2), obtém-se a altura mínima (equação 3.43, capítulo 1):

$$d_{\min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{1,4 \cdot 386,4 \cdot 1,4}{0,25 \cdot 20000}} = 0,78 \text{ m}$$

Como se observa, resultou altura mínima bem maior que a estimada anteriormente (45 cm); será adotado para a altura total o valor $h = 0,90 \text{ m}$ e, para a altura útil, $d = 0,80 \text{ m}$.

f) Cálculo do novo carregamento e dos novos momentos fletores (positivo e negativo)
Com a nova altura adotada, a carga sobre a viga sofrerá um acréscimo, e os valores dos momentos fletores também aumentarão:

- acréscimo do peso próprio: $(0,90 - 0,45) \cdot 0,25 \cdot 25 = 2,81 \text{ kN/m}$;
- carga total sobre a viga: $p = 48,3 + 2,81 = 51,1 \text{ kN/m}$;
- novo momento fletor (negativo) no apoio (o problema é linear com p):

$$M_{\text{apoio}} = \frac{51,1}{48,3} \cdot 386,4 = 408,8 \text{ kNm} \text{ ou } M_{\text{apoio}} = \frac{51,1 \cdot 8^2}{8} = 408,8 \text{ kNm}$$

- momento fletor máximo (positivo) no tramo: pode ser encontrado sabendo-se que na seção onde a força cortante se anula (seção S, Figura 4.14) o momento é máximo; tem-se:

$$V_s = R - p \cdot x = \left(\frac{51,1 \cdot 8}{2} - \frac{408,8}{8} \right) - 51,1 \cdot x = 153,3 - 51,1 \cdot x = 0 \rightarrow x = 3,00 \text{ m}$$

$$M_{\text{máx}(x=3)} = \int V_s = 153,3 \cdot x - 51,1 \cdot \frac{x^2}{2} = 153,3 \cdot 3 - 51,1 \cdot \frac{3^2}{2} = (459,9 - 229,9) \text{ kNm}$$

$$M_{\text{máx}} = 230 \text{ kNm}$$

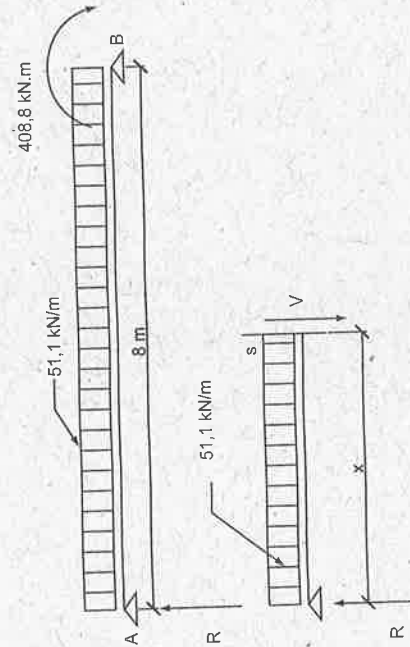


Figura 4.14 Força cortante em uma seção s da viga.

Com o momento fletor de 408,8 kNm, a altura mínima deve ser calculada novamente para verificar se não é maior que a adotada. No caso, resultou altura mínima de 80 cm, exatamente o valor adotado.

g) Cálculo da área (A_s) necessária da armadura longitudinal

- Momento negativo (seção do apoio: $M = 408,8 \text{ kNm}$)

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4 \cdot 408,8}{0,25 \cdot 0,80^2 \cdot 20000 / 1,4} = 0,25$$

Pelo Quadro 3.1:

$$KMD = 0,25 \rightarrow KZ = 0,8208 \text{ e } \varepsilon_s = 4,3144\text{‰} > \varepsilon_{yd} = 2,07\text{‰} \rightarrow f_s = f_{yd}$$

$$A_{s,\text{long}} = \frac{M_d}{(KZ) \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{1,4 \cdot 408,8}{0,8208 \cdot 0,80 \cdot 50 / 1,15} = 20,05 \text{ cm}^2$$

Usando $\phi \frac{1}{2}$ " (12,5 mm; 1,25 cm²): n° de barras = $20,05 / 1,25 = 16,04 \rightarrow$ adotam-se 16 barras.

- Momento positivo (seção no tramo: $M = 230 \text{ kNm}$)

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4 \cdot 230}{0,25 \cdot 0,80^2 \cdot \frac{20000}{1,4}} = 0,14$$

$$KMD = 0,14 \text{ (Quadro 3.1)} \rightarrow KZ = 0,9094 \text{ e } \varepsilon_s = 10,00\text{‰} > \varepsilon_{yd} = 2,07\text{‰} \rightarrow f_s = f_{yd}$$

$$A_{s,\text{long}} = \frac{M_d}{(KZ) \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{1,4 \cdot 230}{0,9094 \cdot 0,80 \cdot 50 / 1,15} = 10,18 \text{ cm}^2$$

Usando $\phi \frac{1}{2}$ " (12,5 mm; 1,25 cm²): n° de barras = $10,18 / 1,25 = 8,14 \rightarrow$ adotam-se 8 barras.

h) Verificação das armaduras mínima e máxima

- Armadura mínima:

$$A_{s,\text{mín}} = \rho_{\min} \cdot A_c = \rho_{\min} \cdot b_w \cdot h = \frac{0,15}{100} \cdot 25 \cdot 90 = 3,38 \text{ cm}^2$$

sendo $\rho_{\min} = 0,15\%$ para $f_{cd} = 20 \text{ MPa}$ e seção retangular (Quadro 4.2):

Esse valor é menor que a área total (real) A_s no tramo ($8 \phi 12,5 = 8 \cdot 1,25 = 10,0 \text{ cm}^2$) e no apoio ($16 \phi 12,5 = 16 \cdot 1,25 = 20 \text{ cm}^2$).

- Armadura máxima:

$$(A_s + A'_s) \leq \frac{4}{100} \cdot A_c \leq \frac{4}{100} \cdot 25 \cdot 90 \leq 90 \text{ cm}^2$$

Esse aspecto está atendido, pois a viga não tem armadura comprimida, e a máxima armadura tracionada é a do apoio, com 20 cm^2 .

i) Detalhamento da seção transversal

i1) Espaçamento horizontal

O espaçamento horizontal, livre (a_h), entre barras, deve estar de acordo com o prescrito na ABNT NBR 6118:2014:

$$a_h \geq \begin{bmatrix} 2 \text{ cm} \\ \phi (\text{diâmetro da barra}) \\ 1,2 \cdot d_{\text{máx}} (\text{diâmetro máximo do agregado}) \end{bmatrix}$$

No problema, considerando distâncias medidas de centro a centro das barras, e que para o detalhamento deve ser acrescentado ao diâmetro de cada barra a saliência da massa do ferro ($0,04 \cdot 1,25 = 0,05 \text{ cm}$), e com brita 2 ($d_{\text{máx}} = 2,5 \text{ cm}$), resulta para o espaçamento horizontal a_h :

$$a_h \geq \begin{bmatrix} 2 \text{ cm} \rightarrow 2 + 1,25 + 0,05 = 3,30 \text{ cm} \\ \phi (1,25 + 0,05) \rightarrow 1,25 + 0,05 + 1,25 + 0,05 = 2,60 \text{ cm} \\ 1,2 \cdot d_{\text{máx}} \rightarrow 1,2 \cdot 2,5 + 1,25 + 0,05 = 3,00 + 1,25 + 0,05 = 4,30 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

O espaço disponível por camada, considerando estribos de $\phi 6,3 \text{ mm}$ e cobrimento lateral de 3 cm de cada lado, é (Figura 4.15):

$$a = 25 - 2 \cdot \left(3 + 0,63 + \frac{1,25 + 0,05}{2} \right) = 16,44 \text{ cm}$$

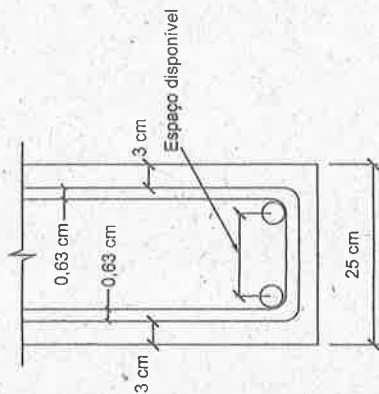


Figura 4.15 Espaço disponível entre as armaduras externas.

Assim, em cada camada é possível haver “n” número de espaços entre barras:

$$n = 16,44/4,30 = 3,82$$

- Número máximo de espaços entre barras nas camadas: $n = 3$.
- Número máximo de barras em cada camada: $b = n + 1 = 3 + 1 = 4$.

Para a seção do apoio (momento negativo) adotou-se o esquema da Figura 4.16a, de 4 camadas com 4 barras cada (3 espaços), considerando a possibilidade da passagem de vibrador no centro, para facilidade de execução e concretagem.

Para a seção do tramo (momento positivo) foi adotado o esquema da Figura 4.16b, de 2 camadas com 4 barras cada, também com espaço para a passagem de vibrador.

i2) Espaçamento vertical

Na determinação do espaçamento vertical (a_v) entre as barras, também foi acrescentado ao diâmetro das barras o valor das mossas ($0,05 \text{ cm}$):

$$a_v \geq \begin{bmatrix} 2 \text{ cm} \rightarrow 2 + 1,25 + 0,05 = 3,30 \text{ cm} \\ \phi (1,25 + 0,05) \rightarrow 1,25 + 0,05 + 1,25 + 0,05 = 2,60 \text{ cm} \\ 0,5d_{\text{máx}} \rightarrow 0,5 \cdot 2,5 + 1,25 + 0,05 = 1,25 + 1,25 + 0,05 = 2,55 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

Foi adotado um espaçamento vertical de $3,5 \text{ cm}$; as medidas finais estão indicadas nas figuras 4.16a e 4.16b.

i3) Verificação da altura útil (seção do apoio, mais desfavorável)

No cálculo de A_s , arbitrou-se $d = 80 \text{ cm}$, e agora é necessário verificar se esse valor está correto; sendo y_{cg} a distância da borda ao centro de gravidade das barras (no caso da armadura negativa, que é a situação mais crítica), tem-se $d_{\text{real}} = h - y_{cg}$.

Para o cálculo de y_{cg} é necessária a distância de cada camada de armadura à borda superior da viga; a distância da primeira delas, com cobrimento de 3 cm, estribo de $\phi = 0,63$ cm e $\phi_{long.} = (1,25 + 0,05)$ cm é igual a:

$$3,0 + 0,63 + (1,25 + 0,05)/2 = 4,28 \text{ cm}$$

Cada uma das demais camadas está distante da imediatamente anterior em 3,5 cm, resultando para a ordenada do centro de gravidade da armadura negativa da viga, sendo A a área de cada barra:

$$y_{cg} = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{4 \cdot A \cdot 4,28 + 4 \cdot A \cdot (4,28 + 3,5) + 4 \cdot A \cdot (4,28 + 2 \cdot 3,5) + 4 \cdot A \cdot (4,28 + 3 \cdot 3,5)}{16 \cdot A}$$

$$y_{cg} = \frac{152,48 \cdot A}{16 \cdot A} = 9,53 \text{ cm}$$

Neste caso, devido à simetria na posição das barras, não havia necessidade do cálculo do centro de gravidade, pois sua posição pode ser obtida de forma imediata. Pode-se agora determinar a altura útil real:

$$d_{real} = 90 - 9,53 = 80,47 \text{ cm} > d_{adotado} = 80 \text{ cm} \therefore \text{está verificado.}$$

Caso d_{real} fosse menor que $d_{adotado}$, seria necessário recalcular A_s com o d_{real} e novamente efetuar a verificação.

Na seção de momento máximo do tramo, para o valor real de “d” resulta:

$$d = 90 - (4,28 + 3,5/2) = 90 - (4,28 + 1,75) = 90 - 6,03 = 83,97 \text{ cm, e também está verificado.}$$

i4) Verificação da consideração da armadura concentrada (seção do apoio)

Os esforços na armadura só podem ser considerados concentrados no centro de gravidade das barras se a distância deste centro ao ponto da armadura mais afastado da linha neutra (a), medida normalmente a ela, for menor que 10% de h , de acordo com a ABNT NBR 6118:2014; no problema, o centro da primeira camada da armadura (mais distante da linha neutra) está a 4,28 cm da borda, resultando:

$$a = 9,53 - 4,28 = 5,25 \text{ cm} < 0,10 \cdot 90 = 9 \text{ cm} \rightarrow \text{a armadura pode ser considerada concentrada.}$$

i5) armadura de pele (na região tracionada)

Como a altura total da viga é maior que 60 cm, é necessária a colocação em cada face, na região tracionada da viga, de uma armadura de pele.

$$A_{s,pele} = 0,10\% \cdot b_w \cdot h = \frac{0,10}{100} \cdot 25 \cdot 90 = 2,25 \text{ cm}^2 \text{ (em cada face, na região tracionada)}$$

Adotando ϕ 6,3 mm ($A_s = 0,32 \text{ cm}^2$): $n = 2,25/0,32 = 7,03 \rightarrow 7$ barras ϕ 6,3 mm por face.

A armadura de pele é recomendada para evitar fissuras e, portanto, deveria ser empregada para a condição em serviço; porém, simplificada será usada a condição de estado limite último, e a região tracionada será obtida por meio dos valores já calculados de KMD, lembrando que x é a profundidade da linha neutra que indica a região comprimida da seção.

Seção do apoio:

- KMD = 0,25, $kx = 0,4479$, $h - x = 0,90 - (0,4479 \cdot 0,8) = 0,542$ m;
- espaço disponível para colocação da armadura de pele a partir da última camada da armadura longitudinal: $0,542 - 0,0428 + 3 \cdot 0,035 = 0,542 - 0,1478 = 0,3942$ m;
- espaçamento máximo (7 barras): $s = 0,3942/7 = 0,056$ m;
- adotado: **7 ϕ 6,3 a cada 5,5 cm**, por face, a partir da barra de tração mais próxima.

Seção do tramo:

- KMD = 0,14, $kx = 0,2264$, $h - x = 0,90 - (0,2264 \cdot 0,8) = 0,719$ m;
- espaço disponível para colocação da armadura de pele a partir da última camada da armadura longitudinal: $0,719 - (0,0428 + 0,035) = 0,719 - 0,0778 = 0,641$ m;
- espaçamento máximo (7 barras): $s = 0,641/7 = 0,092$ m;
- adotado: **7 ϕ 6,3 a cada 9,0 cm**, por face, a partir da barra de tração mais próxima.

i6) Posição final das barras na seção transversal

A posição final de todas as barras na seção transversal está nas figuras 4.16a (seção do apoio) e 4.16b (seção mais solicitada do tramo).

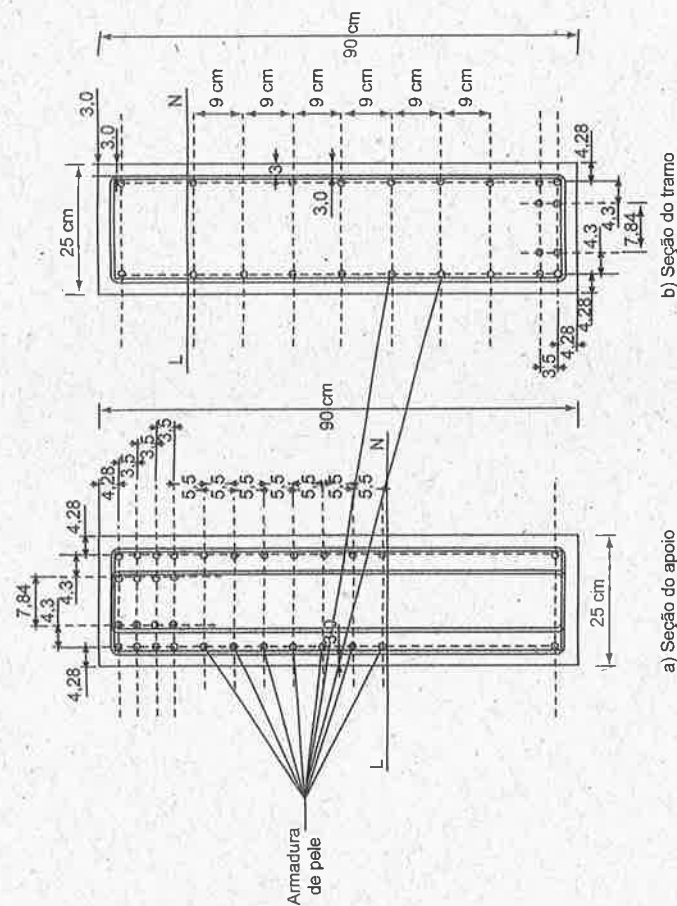


Figura 4.16 Detalhamento das seções transversais mais solicitadas da V101.

j) Verificação da fissuração

Para a verificação da fissuração, que será feita a partir da equação 4.5, primeiramente é necessário o cálculo da tensão na armadura, no estágio II, que pode ser feito simplifadamente com a equação 4.6:

$$\sigma_{si} = \frac{f_{yk}}{1,4 \cdot 1,15} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q} = \frac{500}{1,4 \cdot 1,15} \cdot \frac{5,62 + 27,5 + 0,4 \cdot 18,0}{1,15 \cdot 1,4} = 245 \text{ MPa}$$

com:

$$g_1 = 5,62 \text{ kN/m (peso próprio da viga);}$$

$$g_2 = 13,5 + (1,61 + 1,50) \cdot \frac{4 + 5}{2} = 13,5 + 14,0 = 27,5 \text{ kN/m (parede mais carga permanente das duas lajes);}$$

ga permanente das duas lajes);

$$q = 4,0 \cdot \frac{4 + 5}{2} = 18,0 \text{ kN/m (carga acidental proveniente das duas lajes).}$$

A taxa de armadura (ρ_a) é obtida pela relação entre a área de uma barra (A_s) e a área do retângulo que considera o envolvimento de concreto na barra (A_{ct}). Considerando

a barra externa mais próxima da linha neutra (assinada com um X no desenho da Figura 4.17a), com retângulo equivalente de lados $a + b$ e $c + d$, mostrado na Figura 4.17b, resulta:

$$a = 4,28 \text{ cm; } b = 4,30/2 = 2,15 \text{ cm;}$$

$$c = 3,5/2 = 1,75 \text{ cm; } d = 7,5 \cdot \phi = 7,5 \cdot 1,25 = 9,375 \text{ cm;}$$

$$A_{ct} = (4,28 + 2,15) \cdot (1,75 + 9,375) = 6,43 \cdot 11,125 = 71,23 \text{ cm}^2;$$

$$\rho_a = A_s/A_{ct} = 1,25/71,23 = 1,755 \cdot 10^{-2}.$$

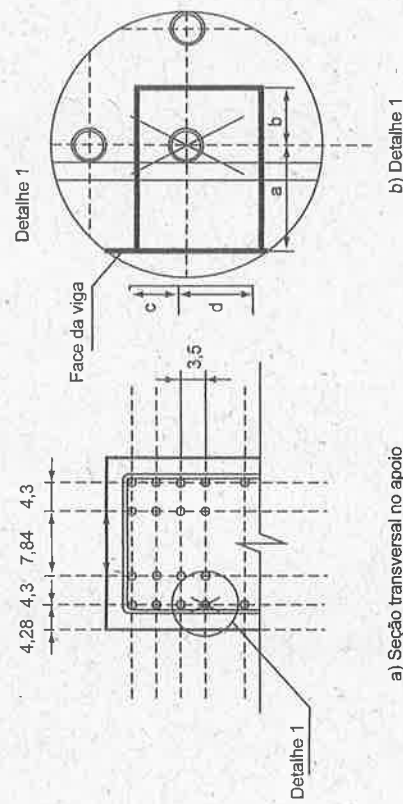


Figura 4.17 Barra da seção transversal mais solicitada da V101.

O coeficiente de conformação superficial η_1 é igual a 2,25 para barras (nervuradas) de alta aderência (CA50).

Finalmente, estima-se a abertura da fissura pela expressão 4.5:

$$w = \frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_1)} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_a} + 45 \right) = \frac{12,5}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{245}{210000} \cdot \left(\frac{4}{0,01755} + 45 \right) = 0,142 < 0,3$$

Como esta expressão já apresentou um valor menor que 0,3 (limite de abertura de fissuras para as classes II e III de agressividade ambiental, conforme Quadro 4.5), conclui-se que a fissuração não é nociva.

Para que não haja dúvida sobre a tensão real na barra, ela será determinada por meio de análise mais precisa, com a seção trabalhando no estágio II. São necessárias as seguintes grandezas:

- Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000}{4760 \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{210000}{4760 \cdot \sqrt{20}} = \frac{210000}{21287} = 9,865$$

- Posição da linha neutra no estágio II (expressão 4.16):

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_2}}{2 \cdot a_1} = \frac{-197,3 \pm \sqrt{197,3^2 + 4 \cdot 12,5 \cdot 15877}}{2 \cdot 12,5} = 28,6 \text{ cm}$$

com:

$$a_1 = b_w/2 = 25/2 = 12,5 \text{ cm};$$

$$a_2 = \alpha_e \cdot A_s = 9,865 \cdot 16 \cdot 1,25 = 197,3 \text{ cm}^2;$$

$$a_3 = -d \cdot \alpha_e \cdot A_s = -(90 - 9,53) \cdot 197,3 = 80,47 \cdot 197,3 = 15877 \text{ cm}^3.$$

- Inércia da seção no estágio II para seção retangular (expressão 4.20):

$$I_{x,II_0} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 = \frac{25 \cdot 28,6^3}{3} + 9,865 \cdot 20 \cdot (28,6 - 80,47)^2$$

$$I_{x,II_0} = 725782 \text{ cm}^4 = 0,00726 \text{ m}^4$$

A tensão em um nível genérico da armadura é:

$$\sigma_{si} = \frac{M_{at}}{I_{x,II_0}} \cdot y_{si} \cdot \alpha_e = \frac{322,56}{0,00726} \cdot 0,466 \cdot 9,865 = 204248 \text{ kN/m}^2 = 204 \text{ MPa}$$

com:

$$M_{at} = \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q} \cdot M_{\max} = \frac{5,62 + 27,5 + 0,4 \cdot 18,0}{51,1} \cdot 408,8 = 322,56 \text{ kN m (momento atuante)};$$

$$y_{si} = 90 - 28,6 - 4,28 - 3 \cdot 3,5 = 46,6 \text{ cm (distância da armadura } i \text{ até a linha neutra no estágio II)}.$$

Novamente, colocando os valores na expressão 4.5:

$$w = \frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_i)} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_d} + 45 \right) = \frac{12,5}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{204}{210000} \cdot \left(\frac{4}{0,01755} + 45 \right) = 0,118 < 0,3$$

Mostrando mais uma vez que a fissuração nociva não é atingida, tal conclusão pode ser obtida mesmo sem se usar a expressão 4.5, mas apenas consultando o Quadro 4.6, que indica que, para um diâmetro de 12,5 mm, uma tensão inferior a 280 MPa e espaçamento máximo de 15 cm, não há risco de fissuração excessiva.

Se a equação escolhida para a verificação da fissuração tivesse sido a 4.4, resultaria:

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} = \frac{12,5}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{204}{210000} \cdot \frac{3 \cdot 204}{2,21} = 0,12 < 0,3$$

$$\text{com } f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa (equação 1.5 do capítulo 1)}.$$

Este resultado também indica que não há risco de fissuração nociva.

Exemplo 2

Verificar o estado de deformação excessiva das lajes do exemplo anterior (admitir que a edificação se destine a fins residenciais), que tem as seguintes características: β_{16} ($h = 16 \text{ cm}$); simplesmente apoiada; entreixo de 50 cm; vão de 5,00 m; classe 27; $A_s = 3,615 \text{ cm}^2$; peso próprio $g_1 = 1,60 \text{ kN/m}^2$; sobrecarga permanente $g_2 = 1,5 \text{ kN/m}^2$; carga acidental $q = 4 \text{ kN/m}^2$; $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$; retirada do escoramento após duas semanas da concretagem; $d = 16,0 - 2,1 = 13,9 \text{ cm}$ (cobrimento de 1,5 cm e barra de 12,5 mm).

Outros dados: $f_{yk} = 20 \text{ MPa}$; aço da treliça do tipo CA60. A seção transversal real e a adotada para o cálculo estão na Figura 4.18.

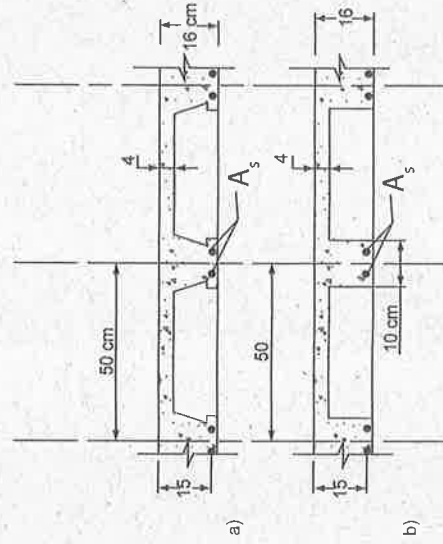


Figura 4.18 Seção transversal da laje b_{16} : a) seção real; b) seção adotada para o cálculo.

a) Características geométricas da seção transversal no estágio I
Para calcular as características geométricas no estágio I, inicialmente sem considerar a presença da armadura, conforme previsto na ABNT NBR 6118:2014 no item

17.3.2.1.1, basta fazê-lo para a seção bruta usando as fórmulas 4.11 e 4.12 da seção 4.8.2.1.

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} \cdot (50 - 10) \cdot \left(\frac{4^2}{2}\right) + 10 \cdot \frac{16^2}{2}}{A_g} = \frac{40 \cdot 4 + 10 \cdot 16}{40 \cdot 4 + 10 \cdot 16} = 5,0 \text{ cm}$$

$$I_{lg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_{lg} = \frac{40 \cdot 4^3}{12} + \frac{10 \cdot 16^3}{12} + 40 \cdot 4 \cdot \left(5,0 - \frac{4}{2}\right)^2 + 10 \cdot 16 \cdot \left(5,0 - \frac{16}{2}\right)^2 = 6507 \text{ cm}^4 = 6,51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

No cálculo das características geométricas no estágio I, poderia ter sido considerada a existência de armadura, tornando a seção homogênea com $\alpha_c = 9,865$ (calculado a seguir). Nesse caso, a inércia seria $I_h = 8,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$.

b) Características geométricas da seção transversal no estágio II puro

Para calcular as características da seção no estágio II puro é preciso conhecer, inicialmente, o valor do módulo de deformação longitudinal do concreto para encontrar o valor de α_c (relação entre os módulos de deformação do aço e do concreto).

$$\alpha_c = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{4760 \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{210000}{4760 \cdot \sqrt{20}} = \frac{210000}{21287} = 9,865$$

Para o estágio II puro, o valor da posição da linha neutra e o momento de inércia são dados pelas expressões 4.16 a 4.21, destacando que, neste caso, $A_s' = 0$ e admitindo-se inicialmente a linha neutra passando na mesa ($x_{II} < h_p$ seção retangular), de modo que $b_w = b_f$.

- Posição (profundidade) da linha neutra:

$$a_1 = b_w/2 = b_f/2 = 50/2 = 25 \text{ cm}$$

$$a_2 = \alpha_c \cdot A_s = 9,865 \cdot 3,615 = 35,66 \text{ cm}^2$$

$$a_3 = -d \cdot \alpha_c \cdot A_s = -13,9 \cdot 9,865 \cdot 3,615 = -495,7 \text{ cm}^3$$

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = \frac{-35,66 + \sqrt{35,66^2 + 4 \cdot 25 \cdot 495,7}}{2 \cdot 25} = 3,8 \text{ cm} < h_f = 4 \text{ cm}$$

- Momento de inércia no estágio II puro:

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_c \cdot A_s \cdot (x - d)^2 = \frac{50 \cdot 3,8^3}{3} + 9,865 \cdot 3,615 \cdot (3,8 - 13,9)^2 = 4552 \text{ cm}^4 (4,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4)$$

c) Cálculo das flechas para as diversas combinações

As flechas para as diversas combinações de ações podem ser calculadas pela expressão:

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot \ell^4}{384 \cdot E_{cs} \cdot I_m}$$

sendo $E_c = 21287 \text{ MPa}$ e I_m a inércia média de Branson (expressão 4.23):

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^3 \cdot I_{lg} + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^3\right] \cdot I_{x,II_0}$$

O momento de fissuração M_r , no caso para a seção "I", é dado pela equação 4.25, sendo I_o o momento de inércia da seção bruta de concreto (aqui foi chamado de I_{lg}) e y_t a distância do centro de gravidade da seção bruta à fibra mais tracionada:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_{lg}}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 2210 \cdot 6,51 \cdot 10^{-5}}{(0,16 - 0,05)} = 1,57 \text{ kN m}$$

$$\text{com } f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa} = 2210 \text{ kN/m}^2.$$

Os momentos atuantes são dados por:

$$M_{at} = \frac{p \cdot \ell^2}{8}$$

sendo p a carga em cada nervura e ℓ o vão, neste caso, igual a 5 m.

As cargas p atuantes por nervura (largura da mesa de 50 cm) serão calculadas para as combinações permanente, quase permanente e rara:

- permanente: $p_1 = (g_1 + g_2) \cdot 0,5 = (1,6 + 1,5) \cdot 0,5 = 1,55 \text{ kN/m}$ (por nervura);
- quase permanente: $p_2 = (g_1 + g_2 + 0,3 \cdot q) \cdot 0,5 = (1,6 + 1,5 + 0,3 \cdot 4) \cdot 0,5 = 2,15 \text{ kN/m}$ (por nervura);
- rara: $p_3 = (g_1 + g_2 + q) \cdot 0,5 = (1,6 + 1,5 + 4) \cdot 0,5 = 3,55 \text{ kN/m}$ (por nervura).

As flechas, calculadas para as três combinações, deverão atender aos limites dados no Quadro 4.7 para a condição de aceitabilidade sensorial:

- para a totalidade de cargas: $\ell/250$;
- para a carga acidental: $\ell/350$.

No Quadro 4.12 estão as inércias médias de Branson e as respectivas flechas.

Quadro 4.12 Inércia média e flechas para as diversas combinações.

Ação	p (kN/m)	$M_{ac} = M_{\max}$ (kN·m)	$\frac{M_r}{M_{\max}}$	I_m (m ⁴)	p/I_m	a (cm)
Permanente	1,55	4,84	0,324	$4,57 \cdot 10^{-5}$	33917	1,30
Quase permanente	2,15	6,72	0,234	$4,53 \cdot 10^{-5}$	47461	1,81
Rara	3,55	11,09	0,142	$4,51 \cdot 10^{-5}$	78714	3,01

A flecha devida à carga acidental é dada pela diferença entre a carga total (combinação rara) e a carga permanente:

$$a_q = 3,01 - 1,30 = 1,71 \text{ cm} > a_{\text{limite}} = \frac{\ell}{350} = 1,43 \text{ cm}$$

d) Determinação do efeito da fluência

O cálculo do efeito da fluência é realizado com a combinação quase permanente (2,15 kN/m), cujo momento resultante é 6,72 kNm, e com as equações do item 4.8.2.4.

O tempo t_0 (idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração, no caso 14 dias) fica:

$$t_0 = 14/30 = 0,47$$

Os coeficientes ξ para as idades $t_0 = 0,47$ e para o tempo infinito são:

$$\xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996 \cdot t_0^{0,32} = 0,68 \cdot 0,996^{0,47} \cdot 0,47^{0,32} = 0,53;$$

$$\xi(\infty) = 2 \text{ (valor fixo para idade maior que 70 meses).}$$

Como não há armadura comprimida, então $p' = 0$, resultando para o fator α_f :

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot p'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47$$

O valor da flecha total no tempo infinito será a flecha devida à carga obtida pela combinação quase permanente multiplicada por $(1 + \alpha_f)$:

$$a_{\text{total},\infty} = 1,81 \cdot (1 + 1,47) = 4,47 \text{ cm} > \frac{\ell}{250} = 2 \text{ cm}$$

Porém, pode ser dada uma contraflecha de até (ver nota 2 do Quadro 4.8):

$$a_{cf} = -\frac{\ell}{350} = -1,43 \text{ cm}$$

Resultando assim

$$a_{\text{total},\infty} = 4,47 - 1,42 = 3,05 > \frac{\ell}{250} = 2 \text{ cm}$$

e a condição de deformação não estaria atendida.

Neste caso, seria necessário, por exemplo, fazer a continuidade desta laje com a adjacente de vão igual a 4 m ou, então, aumentar a sua altura, o que é feito no exemplo seguinte.

Exemplo 3

Refazer o exemplo anterior considerando que a laje seja β_{20} , ($h = 20$ cm, $h_f = 6$ cm e $b_w = 10$ cm), simplesmente apoiada, com entreixo de 50 cm, vão igual a 5,00 m, classe 27 ($A_s = 3,615$ cm²); peso próprio $g_1 = 2,2$ kN/m², $g_2 = 0,9$ kN/m², $q = 4$ kN/m², $f_{ck} = 20$ MPa, retirada do escoramento após duas semanas da concretagem. Admitir $d = 18$ cm. A sobrecarga permanente g_2 foi reduzida, neste exemplo, de 1,5 kN/m² para 0,9 kN/m² para manter a carga permanente total empregada nos exemplos anteriores.

a) Características geométricas no estágio I

Os valores são calculados como no exercício anterior, obtendo-se:

- $y_i = 13,82$ cm (distância do centro de gravidade à borda tracionada); e
- $I_{ig} = 1,27 \cdot 10^{-4}$ (momento de inércia da seção geométrica (bruta) de concreto, sem armadura).

b) Características geométricas no estágio II puro

Também não serão aqui repetidos os cálculos, mas apenas indicados os principais valores encontrados.

- Módulo de deformação longitudinal do concreto: $E_c = 2,1 \cdot 10^7$ kN/m²
- Relação entre os módulos de deformação do aço e do concreto: $\alpha_c = 9,865$
- Resistência à tração do concreto: $f_{ctm} = 2,21$ MPa = 2210 kN/m
- Momento de fissuração:

$$M_f = \frac{\alpha_c \cdot f_{ctm} \cdot I_c}{y_i} = \frac{1,2 \cdot 2210 \cdot 1,27 \cdot 10^{-4}}{0,1382} = 2,44 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- Linha neutra no estágio II com $A'_s = 0$ e admitindo que a linha neutra passe na mesa ($x_{II} < h_f$):

$$a_1 = (b_f/2) = 25 \text{ cm}$$

$$a_2 = \alpha_e \cdot A_s = 9,865 \cdot 3,615 = 35,66 \text{ cm}^2$$

$$a_3 = -d \cdot \alpha_e \cdot A_s = -18 \cdot 9,865 \cdot 3,615 = -642 \text{ cm}^3$$

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = \frac{-35,66 + \sqrt{35,66^2 + 4 \cdot 25 \cdot 642}}{2 \cdot 25} = 4,4 \text{ cm} < h_f = 6 \text{ cm}$$

- Momento de inércia no estágio II puro:

$$I_{x,II} = \frac{b_f \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x - d)^2 = \frac{50 \cdot 4,4^3}{3} + 9,865 \cdot 3,615 \cdot (4,4 - 18)^2 = 8016 \text{ cm}^4 (8,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4)$$

- c) Cálculo das flechas para as diversas combinações

As cargas p atuantes por nervura (largura da mesa de 50 cm) serão calculadas para as combinações permanente, quase permanente e rara, e com o peso próprio $g_1 = 2,2 \text{ kN/m}^2$ e sobrecarga permanente $g_2 = 0,9 \text{ kN/m}^2$ resultam nos mesmos valores do Quadro 4.12 do exercício anterior, que será parcialmente utilizado para a construção do Quadro 4.13:

Quadro 4.13 Inércia média e flechas para as diversas combinações.

Ação	$p \text{ (kN/m)}$	$M_{ac} = M_{max} \text{ (kN.m)}$	$\frac{M_r}{M_{max}}$	$I_m \text{ (m}^4\text{)}$	p/I_m	$a \text{ (cm)}$
Permanente	1,55	4,84	0,504	$8,60 \cdot 10^{-5}$	18023	0,69
Quase permanente	2,15	6,72	0,363	$8,22 \cdot 10^{-5}$	26156	1,00
Rara	3,55	11,09	0,220	$8,05 \cdot 10^{-5}$	44099	1,69

O cálculo da flecha de carga accidental é dado por:

$$a_q = 1,69 - 0,69 = 1,00 \text{ cm} < a_{limite} = \frac{\ell}{350} = 1,42 \text{ cm}$$

- d) Determinação do efeito da fluência

O cálculo do efeito da fluência é realizado da mesma forma que no exercício anterior, resultando em:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47$$

Assim, a flecha final no tempo infinito será igual a:

$$a_{total,\infty} = 1,00 \cdot (1 + 1,47) = 2,47 \text{ cm} > \frac{\ell}{250} = 2 \text{ cm}$$

Porém, pode ser dada uma contraflecha de até (ver nota 2 do Quadro 4.8):

$$a_{cf} = -\frac{\ell}{350} = -1,42 \text{ cm}$$

Resultando assim:

$$a_{total,\infty} = 2,47 \text{ cm} - 1,42 = 1,05 \text{ cm} < \frac{\ell}{250} = 2 \text{ cm}$$

e a condição de deformação estaria atendida.

Observações a respeito dos exemplos:

- Na verificação do estado limite de deformação excessiva da laje é preciso também levar em conta as deformações das vigas de apoio.²⁶
- Se for considerada a continuidade da laje pré-fabricada, observa-se que há dois tipos de seção: uma com $b_w = 50 \text{ cm}$ (usada nos exemplos), sujeita a momentos positivos, e outra com $b_w = 10 \text{ cm}$, sujeita a momentos negativos na região próxima ao apoio. Neste caso, o emprego da expressão de Branson não é simples, e devem ser usados outros procedimentos, como em Carvalho,²⁷ ou como já fazem alguns programas comerciais de cálculo estrutural, o que pode ser visto em Santine.²⁸
- Resultados experimentais preliminares realizados em lajes pré-fabricadas unidirecionais parecem indicar que valor de α_p proposto pela ABNT NBR 6118:2014, subestima as flechas.²⁹

ADENDO

RESUMO DAS EXPRESSÕES RELACIONADAS NESTE CAPÍTULO

Momento fletor mínimo	
Armadura de pele	$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup}$ (4.1)

²⁶ Flório (2003).

²⁷ Carvalho (1994).

²⁸ Santine (2005).

²⁹ Karaoka (2005) e Rogge et al. (2002).

$A_{s,pele} = 0,10\% \text{ de } A_{c,alma} = \frac{0,10}{100} \cdot A_{c,alma}$	(4.2)
Combinação quase permanente para ELSW	
$F_{d,service} = \Sigma F_{gk} + 0,4 \cdot F_{qk}$ Válido para obras residenciais	(4.3)
Abertura máxima de fissura (W)	
$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}}$	(4.4)
Abertura máxima de fissura (W)	
$w = \frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_i) \cdot E_{si}} \cdot \frac{\sigma_{si}}{\rho_{ci}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ci}} + 45 \right)$	(4.5)
Valor aproximado da tensão na armadura no estágio II	
$\sigma_{si} = \frac{f_{yd}}{1,4} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q} = \frac{f_{yk}}{1,4 \cdot 1,15} \cdot \frac{g_1 + g_2 + 0,4 \cdot q}{g_1 + g_2 + q}$	(4.6)
Deslocamento <i>a</i> em um ponto de uma viga	
$a = \int_{x=0}^{x=a} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx$	(4.7)
Área equivalente de concreto em relação a uma área de aço A_s	
$A_{c,eq} = A_s \cdot \alpha_e$	(4.8)
Expressão da linha neutra x_l para seção retangular homogeneizada (estádio I)	
$\frac{b \cdot x_l^2}{2} = \frac{b \cdot (h - x_l)^2}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (d - x_l)$	(4.9)
Área da seção geométrica no estágio I	
$A_k = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h$	(4.10)
Centro de gravidade da seção geométrica (bruta) no estágio I	
$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2} \right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g}$	(4.11)

Momento de inércia à flexão da seção geométrica (bruta) no estágio I	
$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2} \right)^2$	(4.12)
Área da seção homogeneizada no estágio I	
$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + A_s \cdot (\alpha_e - 1)$	(4.13)
Centro de gravidade da seção homogeneizada no estágio I	
$y_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2} \right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d}{A_h}$	(4.14)
Momento de inércia à flexão da seção homogeneizada no estágio I	
$I_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_h - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_h - \frac{h}{2} \right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (y_h - d)^2$	(4.15)
Equação do 2º grau para a posição x_{II} da linha neutra no estágio II puro	
$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0$	(4.16)
Posição x_{II} da linha neutra no estágio II puro	
$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1}$	(4.17)
Coefficiente a_1 das equações 4.16 e 4.17	
$a_1 = b_w/2$	(4.18)
Coefficiente a_2 das equações 4.16 e 4.17	
$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_s + \alpha_e \cdot A_s$	(4.19)
Coefficiente a_3 das equações 4.16 e 4.17	
$a_3 = -d \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w)$	(4.20)
Momento de inércia no estágio II puro com $x_{II} \leq h_f$	
$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2$	(4.21)

CAPÍTULO 5

DETALHAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL AO LONGO DA VIGA

5.1 INTRODUÇÃO

Uma vez detalhada a armadura longitudinal nas seções transversais mais solicitadas de uma viga de concreto armado, e conhecido o diagrama de momentos fletores, é possível obter o desenvolvimento da armadura ao longo de toda a viga.

O objetivo final do detalhamento é usar as barras de aço (também chamadas de "ferros") com o menor comprimento possível, não deixando de atender todas as condições de segurança do estado limite último (ruína).

Antes de discutir os procedimentos a adotar no detalhamento, é conveniente analisar a possibilidade de racionalizar o processo de fabricação. Em certas situações, é preferível empregar as barras em toda a extensão da viga do que cortar algumas delas com, por exemplo, 20 cm mais curta que o comprimento do elemento estrutural. Em outras palavras, se o custo do trabalho despendido no projeto e na execução da armadura for superior ao custo do material economizado, é preferível optar pelo uso das barras com comprimento igual ao do elemento.

Mostra-se, neste capítulo, que além de determinar, em cada seção, a área necessária de armadura, o projetista deve fazer o detalhamento procurando evitar a ocorrência de fissuração excessiva, efetuar a ancoragem e posicionar as barras de forma correta; de nada adianta calcular com rigor a seção transversal da armadura e detalhá-la de maneira equivocada.

Entre os diversos procedimentos possíveis para detalhar a armadura ao longo da viga, de forma segura e econômica, o mais indicado e usual é o gráfico, por ser rápido, de fácil visualização e entendimento. Ele pode ser desenvolvido de maneira simples ou complexa, dependendo de cada situação. Assim, se uma viga necessita pouca armadura, por exemplo, se apenas a armadura mínima é suficiente, não é necessário usar o procedimento que se descreverá, pois basta entender essa armadura longitudinal de um apoio a outro.

5.2 QUANTIDADE DE ARMADURA LONGITUDINAL AO LONGO DA VIGA

Seja a viga da Figura 5.1, com o respectivo diagrama de momentos fletores, supondo que sejam necessárias sete barras de $\phi = 12,5$ mm para resistir ao momento atuante na seção do apoio B. Ao observar o diagrama, vê-se que essas barras "negativas" seriam necessárias apenas no trecho b. Como os momentos decrescem, em módulo, à medida

Momento de inércia no eixo Π puro com $x_{\Pi} > h_f$	$I_{x,\Pi_0} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{\Pi}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{\Pi} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{\Pi} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (x_{\Pi} - d')^2 \quad (4.22)$
Inércia média de Branson	$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{ar}}\right)^n \cdot I_r + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{ar}}\right)^n\right] \cdot I_{\Pi} \quad (4.23)$
Rigidez equivalente para vigas fletidas	$(E \cdot I)_{eq,t=0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{\Pi} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (4.24)$
Momento de fissuração	$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} \quad (4.25)$
Flecha imediata em vigas	$a = \frac{\alpha_e \cdot p \cdot \ell^4}{(E \cdot I)_{eq}} \quad (4.26)$
Coefficiente para cálculo de deformação ao longo do tempo (diferida) devida à fluência	$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot p'} \quad (4.27)$ $\xi(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} & \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 & \text{para } t \geq 70 \text{ meses} \end{cases}$
Flecha no tempo infinito (imediate mais diferida)	$a_{t,\infty} = a_{c,0} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (4.28)$