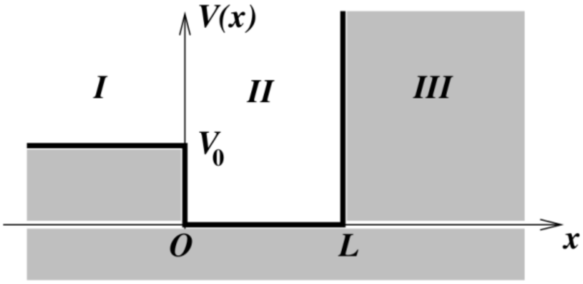
Lista de exercícios 4. Física V – 2014- Diurno

1. Uma partícula de massa m está confinada a um poço de potencial no qual a parede localizada em x ≥ L tem altura infinita (energia potencial $V \to \infty$) e aquela em x ≤ L tem altura V_0, conforme a figura:



   a. Escreva a equação de Schrödinger independente do tempo para essa partícula, considerando que $\psi(x)$ é a sua função de onda e E a sua energia.
   b. Considere agora que a partícula possui energia total $0 < E < V_0$. Escreva as soluções $\psi(x)$ nas três regiões I, II, e III representadas na figura.
   c. Escreva as equações das condições de contorno para $\psi(x)$ em x=0 e x=L que permitem a obtenção das constantes presentes nas soluções $\psi(x)$ em cada uma das regiões da figura.

2. Considere uma partícula passando sobre uma barreira de potencial retangular. Escreva as soluções gerais, que dão a forma de ψ nas diferentes regiões do potencial.
   a. Encontre então quatro relações entre as cinco constantes arbitrárias ajustando ψ e $d\psi/dx$ nos limites entre essas regiões.
   b. Use estas relações para calcular o coeficiente de transmissão T, verificando assim $T = \left[1 + \frac{sin^2\left(\sqrt{\frac{2mV_0a^2}{\hbar^2}\left(\frac{E}{V_0}-1\right)}\right)}{4\frac{E}{V_0}\left(\frac{E}{V_0}-1\right)}\right]^{-1}$.

3. Use a autofunção do poço de potencial quadrado infinito com n=3, para calcular os seguintes valores esperados, e faça um comentário sobre cada resultado:
   a. $\bar{x}$.
   b. $\bar{p}$
   c. $\overline{x^2}$
   d. $\overline{p^2}$

4. Uma partícula de massa m executa oscilações harmônicas, em uma dimensão, num potencial $U(x) = m\omega^2x^2/2$.
   a. A partir de a equação de Schrödinger. Determine os autovalores comparando com a equação diferencial dos polinômios de Hermite. (Dica: defina as novas variáveis: $\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$, $\xi = \alpha x$, $\lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}$).

   Polinômios de Hermite (H_n): $\frac{d^2H_n}{dx^2} - 2x\frac{dH_n}{dx} + 2nH_n = 0$

b. Se a constante da força restauradora C para as vibrações interatômicas de uma molécula diatômica típica é de aproximadamente 10^3 J/m^2. Use esse valor para fazer uma estimativa da energia de ponto zero das vibrações moleculares. A massa da molécula é $4.1*10^{-26}$ kg.

5. Conhecendo que a autofunção correspondente ao estado fundamental do elétron no átomo de Hidrogênio de acordo com a equação Schrödinger:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left({}^{1}\!/_{a_0} \right)^{3/2} e^{-r/a_0}$$

Onde a_0 é o raio da órbita do elétron no nível básico segundo o modelo de Bohr, mostre:

a. Que o raio mais provável para o elétron segundo a equação de Schrödinger coincide com a_0.

b. Mostre que o valor médio da energia do elétron coincide com o valor obtido pela teoria de Bohr.