# Física II- 4300112

# Informações Gerais

e

# Coletânea de Exercícios

Instituto Oceanográfico

Lucy Vitória Credidio Assali

Primeiro Semestre - 2014

# Índice

# 1 Informações gerais

Este texto contém informações importantes sobre a disciplina de Física II (4300112). Nele estão apresentados, entre outros, o programa da disciplina, a bibliografia recomendada, os critérios de avaliação e de aprovação, o calendário das provas, etc.

# 2 Introdução

A disciplina de Física II (4300112) compreende os tópicos: Ondas, Termodinâmica e Relatividade. A disciplina contará com o apoio de um estagiário, aluno de pós-graduação do IFUSP, que será responsável pelos plantões para resolver dúvidas e eventuais aulas de exercícios, além de ajudar na manutenção da página da disciplina, na internet. Para um melhor aprendizado, sugerimos a leitura de um ou mais dos livros apresentados na bibliografia e a solução dos exercícios propostos durante o semestre. É importante, também, a utilização sistemática dos plantões de dúvidas.

# 3 Resumo do programa

1. Ondas mecânicas e sonoras: equação de ondas, princípio da superposição, interferência, reflexão, modos vibracionais, efeito Doppler
2. Termodinâmica: leis da termodinâmica, teoria cinética dos gases e noções de mecânica estatística
3. Relatividade especial: transformações de Galileu e Lorentz, dinâmica relativística e efeito Doppler relativístico.

# 4 Bibliografia

A bibliografia básica do curso engloba vários livros:

1. *Princípios de Física: Oscilações, Ondas e Termodinâmica - Vol. 2*, Serway, Editora Thomson.
2. *Curso de Física Básica*, H. M. Nussenzveig, volume 2 , Editora Blücher Ltda.

3. *Física I*, H. D. Young e R. A. Freedman, vol. 1, $10^{\underline{a}}$ edição, Editora Addison Wesley (Sears e Zemansky);
4. *Curso de Física de Berkeley: Mecânica e Ondas*, volume 2.
5. *Fundamentos de Física*, D. Halliday, R. Resnick, J. Walker
6. *Introdução à Relatividade Especial*, Robert Resnick

A biblioteca do Instituto de Física dispõe de vários exemplares desses livros, bem como de outros textos que poderão ser usados como bibliografia complementar.

## 5 Critério de avaliação

A avaliação dos alunos será efetuada através de **Provas Gerais (PG)** e de **Provas de Exercícios (PE)** (provinhas).

1. **Provas Gerais**:

   Serão realizadas três Provas Gerais, $\mathbf{PG}_1$, $\mathbf{PG}_2$ e $\mathbf{PG}_3$, mais uma Prova Substitutiva, $\mathbf{P}_\mathrm{S}$.

   A $\mathbf{P}_\mathrm{S}$ é uma prova única, no final do semestre, versando sobre toda a matéria e só poderá fazê-la o(a) aluno(a) que não comparecer em pelo menos uma das provas gerais.

2. **Provas de Exercícios**:

   Serão realizadas três Provas de Exercícios (provinhas) e a nota correspondente, $\mathbf{M}_\mathrm{PE}$, resulta da média aritmética destas.

**OBS1.: Nos dias das PROVAS e avaliações os alunos devem apresentar um documento de identidade com foto.**

## 6 Critério de aprovação

A Nota Final, $\mathbf{M}_\mathrm{F}$, será calculada em função da média aritmética das três provas gerais ($\mathbf{M}_\mathrm{PG}$) e da Nota das Provinhas ($\mathbf{M}_\mathrm{PE}$), da seguinte forma:

$$\mathbf{M}_\mathrm{F} = \mathbf{0,80}\,(\mathbf{M}_\mathrm{PG}) + \mathbf{0,20}\,\mathbf{M}_\mathrm{PE}$$

de modo que

$\mathbf{M}_\mathrm{F} \geq 5$ **aprovação**

$3 \leq \mathbf{M}_\mathrm{F} < 5$ **recuperação**

$\mathbf{M}_\mathrm{F} < 3$ **reprovação**

O(A) aluno(a) que alcançar frequência mínima às aulas de 70% e média final entre 3,0 (três) e 5,0 (cinco), poderá realizar uma prova de recuperação ($\mathbf{P}_\mathrm{Rec}$), a qual compreende toda a matéria do semestre e será realizada no mês de julho. Neste caso, a nota final $\mathbf{N}_\mathrm{F}$ será calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{N}_\mathrm{F} = (\mathbf{M}_\mathrm{F} + \mathbf{P}_\mathrm{Rec})/\mathbf{2}$$

de modo que

$\mathbf{N}_\mathrm{F} \geq 5$ **aprovação**

$\mathbf{N}_\mathrm{F} < 5$ **reprovação**

## 7 Calendário dos feriados escolares

- 14 a 18 de abril - Semana Santa
- 21 de abril - Tiradentes
- 1º de maio - Dia do Trabalho (quinta-feira)
- 2 de maio - Recesso escolar (sexta-feira)
- 12 de junho - Jogo do Brasil (Abertura da Copa do Mundo 2014) - Não haverá aula
- 17 de junho - Jogo do Brasil - Não haverá aula
- 19 de junho - Corpus Christi (quinta-feira)
- 20 de junho - Recesso Escolar (sexta-feira)
- 23 de junho - Jogo do Brasil - Não haverá aula
- 26 de junho - Jogo da Copa do Mundo em São Paulo - Não haverá aula

## 8 Calendário das provas gerais

- **1ª Prova Geral ($PG_1$):** **4 de abril** (sexta-feira)
- **2ª Prova Geral ($PG_2$):** **16 de maio** (sexta-feira)
- **3ª Prova Geral ($PG_3$):** **16 de junho** (segunda-feira)
- **Prova Substitutiva ($P_S$):** **27 de junho** (sexta-feira)
- **Prova de Recuperação ($P_{Rec}$):** **7 de julho** (segunda-feira)

## 9 Calendário das provinhas

**1ª provinha: 21 de março (sexta-feira)**
**2ª provinha: 28 de abril (segunda-feira)**
**3ª provinha: 30 de maio (sexta-feira)**

## 10 Equipe

**Lucy Vitória Credidio Assali**

**Professora associada do Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área de propriedades físicas de materiais e nano-materiais semicondutores através de simulações computacionais que utilizam métodos empíricos e de primeiros princípios.**

**Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco C, sala 210**

**Fone: 3091-7041** **e-mail lassali@if.usp.br**

**Alberto Silva Pereira**

**Aluno de doutorado no Departamento de Física Nuclear. Desenvolve pesquisa sobre estados coerentes com espectro contínuo.**

**Escritório: Edifício Principal, Ala II, sala 327**

**Fone: 3091-6724** **e-mail: apereira@if.usp.br**

# 11 Página da disciplina na internet

**A disciplina contará com uma página na internet, onde diversas informações, além das contidas neste livreto, estarão anunciadas, tais como alterações de datas de provas, notas, gabaritos, etc. Deste modo, é importante consultá-la periodicamente. Para acessá-la entre na página do STOA**
**http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=210**

**ATENÇÃO: Para ter acesso à página da disciplina é necessário acessar o site http://disciplinas.stoa.usp.br/ e fazer o login para que os e-mails e avisos referentes à disciplina possam ser recebidos.**

# 12 Plantões de dúvidas

**Os plantões para resolver dúvidas serão nas segundas e quartas-feiras das 13:00h às 14:00h na sala 208 do Edifício Principal, Ala Central, do IFUSP.**

# 13 Coletânea de exercícios

## 13.1 Ondas

1. **A função de onda de uma onda harmônica numa corda, no SI, é dada por**
$$y(x,t) = 0,001\,\mathrm{sen}\,[62,8x + 314t]$$
   (a) **Em que sentido a onda avança e qual a sua velocidade?**
   (b) **Calcular o comprimento de onda, a frequência e o período da onda;**
   (c) **Qual a aceleração máxima de um ponto da corda?**

   **R: (a) A onda avança no sentido negativo do eixo $x$ com velocidade $v = 5$ m/s; (b) $\lambda = 10$ cm, $\tau = 0,02$ s e $\nu = 50$ Hz; (c) $a_{\text{máx}} = 98,6$ m/s$^2$.**

2. **Mostrar explicitamente que as seguintes funções são soluções da equação de onda:**

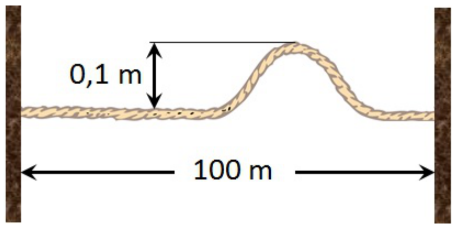
(a) $y(x,t) = k(x+vt)$;

(b) $y(x,t) = A\,\mathrm{e}^{ik(x-vt)}$ ($A$ e $k$ são constantes);

(c) $y(x,t) = \ln[k(x-vt)]$.

3. A figura abaixo mostra um pulso em uma corda com as extremidades fixas, de comprimento 100 m. O pulso está se deslocando com velocidade de 40 m/s e é descrito, no SI, pela função

$$y(x,t) = 0,1\,\mathrm{e}^{-4(x-vt)^2},$$




(a) Qual o valor de $x$, para o qual a velocidade transversal da corda é máxima, em $t=0$?

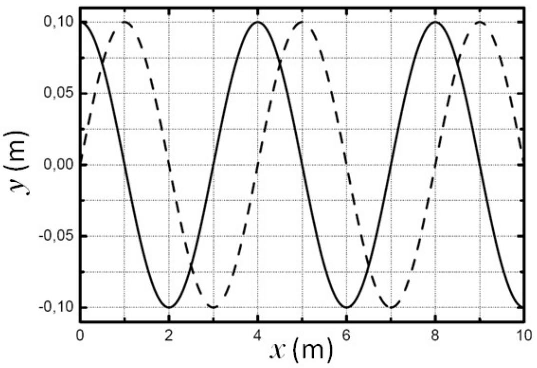
(b) Qual a função que representa o pulso refletido, em um instante $t$, logo após sua primeira reflexão?

(c) Se a massa da corda é 2 kg, qual a tensão $T$ nesta?

(d) Escreva uma equação para $y(x,t)$ que descreva numericamente uma onda senoidal, se deslocando na direção negativa de $x$, com $\lambda = 5$ m e mesma amplitude da onda anterior, em uma corda muito longa, feita do mesmo material, com a mesma tensão acima, e tal que $y(0,0)=0$.

R: (a) $x = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ m; (b) $y(x,t) = -0,1\mathrm{e}^{-4(x+vt)^2}$ m; (c) $T = 32$ N;
(d) $y(x,t) = 0,1\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{5}x + 16\pi t\right]$ m.

4. A figura abaixo mostra duas fotografias tiradas em instantes de tempo diferentes de uma corda na qual se propaga, no sentido positivo do eixo $x$, uma onda harmônica transversal $y(x,t)$. A primeira fotografia (linha cheia) foi tirada no instante de tempo $t=0$ e a segunda fotografia (linha tracejada) no instante de tempo $t = 0,50$ s.




**(a) Determine a velocidade $v$ de propagação da onda na corda;**

**(b) Determine a amplitude, o número de onda, a frequência angular e a constante de fase, escrevendo a equação do perfil de onda $y(x,t)$;**

**(c) Determine a velocidade transversal máxima ($v_{y,máx}$), de um ponto da corda.**

**R: (a)** $v = 2$ **m/s; (b)** $A = 0,1$ **m,** $k = 0,5\pi$ **m**$^{-1}$**,** $\omega = \pi$ **s**$^{-1}$**,** $\delta = 0$,

$y(x,t) = 0,1 \cos\left[\frac{\pi}{2}x - \pi t\right]$ **m; (c)** $v_{y,máx} = 0,1\pi$ **m/s.**

**5. O perfil de uma onda transversal progressiva, em uma corda muito longa, é dado por:**

$$y(x,t) = 2,0 \times 10^{-2} \cos\left[2\pi\left(0,5x + 10t\right)\right] \quad \text{(no SI)}.$$

**Sabendo que a tensão aplicada na corda é de 100 N determine:**

**(a) A amplitude de vibraçãao desta corda;**

**(b) O comprimento de onda e a frequencia (em Hz);**

**(c) O sentido e a velocidade de propagação da onda;**

**(d) A distância, ao longo da corda, entre dois pontos cuja diferença de fase é $\pi/6$.**

**R: (a)** $A = 2,0 \times 10^{-2}$ **m; (b)** $\nu = 10$ **Hz; (c)** $v = 20$ **m/s no sentido negativo do eixo** $x$**; (d)** $x_2 - x_1 = \frac{1}{6} = 0,17$ **m.**

**6. Determine a amplitude da onda resultante da combinação de duas ondas senoidais que se propagam no mesmo sentido, possuem mesma frequência, têm amplitudes de 3,0 cm e 4,0 cm, e a onda de maior amplitude está com a fase adiantada de $\frac{\pi}{2}$ rad.**

**R:** $y(x,t) = 5,0\,\text{sen}\,(kx - \omega t + 0,93)$ **cm.**

7. **Uma onda estacionária resulta da soma de duas ondas transversais progressivas dadas, no SI, por:**

$$\begin{cases} y_1(x,t) = 0,05\cos(\pi x - 4\pi t) \\ y_2(x,t) = 0,05\cos(\pi x + 4\pi t) \end{cases}$$

   (a) **Qual é o menor valor positivo de** $x$ **que corresponde a um nodo?**

   (b) **Em quais instantes, no intervalo de tempo** $0 \leq t \leq 0,5$ **s, a partícula em** $x = 0$ **terá velocidade nula?**

   **R: (a)** $x = 0,5$ **m; (b)** $t = 0$ **s,** $t = 0,25$ **s e** $t = 0,5$ **s.**

8. **Uma corda que está presa em suas extremidades em** $x = 0$ **e** $x = L$**, submetida a uma tensão de 96 N, oscila no terceiro harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento transversal da corda é dado, no SI, por:**

$$y(x,t) = 5\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)\,\text{sen}\,(6\pi t)\ .$$

   (a) **Qual é o comprimento** $L$ **da corda?**

   (b) **Qual é a massa da corda?**

   (c) **Calcule a velocidade transversal máxima de um ponto situado sobre um ventre da onda;**

   (d) **Se a corda oscilar no quinto harmônico, qual será o período de oscilação?**

   **R: (a)** $L = 6$ **m; (b)** $m = 4,0$ **kg; (c)** $V_m = 30\pi$ **m/s; (d)** $\tau_5 = 0,2$ **s.**

9. **Uma corda oscila de acordo com a equação**

$$y(x,t) = \frac{1}{2}\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\cos(40\pi t)\ ,$$

   **onde as unidades utilizadas são o centímetro e o segundo.**

   (a) **Quais são a amplitude e a velocidade escalar das ondas cuja superposição dá essa oscilação?**

   (b) **Qual é a distância entre os nodos?**

(c) **Qual é a velocidade de uma partícula da corda na posição $x = 1,5$ cm quando $t = \frac{9}{8}$ s?**

**R: (a) $A = 0,25$ cm e $v = 120$ cm/s; (b) $D = 3$ cm; (c) $\dfrac{\partial y}{\partial t} = 0$.**

10. **Uma corda uniforme, de 20 m de comprimento e massa de 2 kg, está esticada sob uma tensão de 10 N. Faz-se oscilar transversalmente uma extremidade da corda, com amplitude de 3 cm e frequência de 5 oscilações por segundo. O deslocamento inicial da extremidade é de 1, 5 cm para cima.**

    (a) **Ache a velocidade de propagação $v$ e o comprimento de onda $\lambda$ da onda progressiva gerada na corda;**

    (b) **Escreva, como função do tempo, o deslocamento transversal $y$ de um ponto da corda situado à distância $x$ da extremidade que se faz oscilar, após ser atingido pela onda e antes que ela chegue à outra extremidade;**

    (c) **Calcule a intensidade $I$ da onda progressiva gerada.**

    **R: (a) $v = 10$ m/s e $\lambda = 2,0$ m; (b) $y(x,t) = 0,03\cos\left(\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$; (c) $I = \frac{9\pi^2}{200}$ W.**

11. **A corda de um violino tem uma densidade linear de massa de 0,5 g/m e está sujeita a uma tensão de 80 N, afinada para uma frequência $\nu = 660$ Hz no primeiro harmônico.**

    (a) **Qual a velocidade de propagação de onda nessa corda?**

    (b) **Qual o comprimento da corda?**

    (c) **Para tocar a nota "lá", cuja frequência é 880 Hz, prende-se a corda com um dedo, de forma a utilizar apenas uma fração $f$ de seu comprimento. Qual o valor de $f$?**

    **R: (a) $v = 400$ m/s; (b) $L = \frac{10}{33}$ m; (c) $f = \frac{3}{4}$ .**

12. **Uma corda sob tensão $T_i$ oscila no terceiro harmônico com uma frequência $\nu_3$, e as ondas na corda tem comprimento de onda $\lambda_3$. Se aumentarmos a tensão da corda para $T_f = 4T_i$, de forma que a corda continue a oscilar no terceiro harmônico, qual será:**

    (a) **A frequência de oscilação em termos de $\nu_3$?**

(b) **O comprimento da onda em termos de $\lambda_3$?**

**R: (a) $\nu = 2\,\nu_3$; (b) $\lambda = \lambda_3$.**

13. **Uma corda de 120 cm de comprimento é esticada entre suportes fixos. Quais são os três comprimentos de onda mais longos, para ondas estacionárias, nesta corda? Esboce as ondas estacionárias correspondentes. O que muda, em relação aos três comprimentos de onda mais longos, se esta mesma corda estiver fixa em apenas um suporte, de forma que a outra extremidade seja presa em um anel, sem peso, que pode deslizar sem atrito ao longo de uma haste?**

    **R: Corda fixa nas duas extremidades: $\lambda_1 = 2,40$ m, $\lambda_2 = 1,20$ m e $\lambda_3 = 0,80$ m.**

    **Corda presa em uma extremidade: $\lambda_1 = 4,80$ m, $\lambda_2 = 1,60$ m e $\lambda_3 = 0,96$ m.**

14. **Uma corda, submetida a uma tensão de 200 N e presa em ambas as extremidades, oscila no segundo harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento da corda é dado, no SI, por:**

$$y(x,t) = \frac{1}{10}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)\mathrm{sen}\,(12\pi t)\ ,$$

**onde $x = 0$ numa das extremidades da corda.**

(a) **Qual é o comprimento da corda?**

(b) **Qual é a velocidade escalar das ondas na corda?**

(c) **Qual é a massa da corda?**

(d) **Se a corda oscilar num padrão de onda referente ao terceiro harmônico, qual será o período de oscilação?**

**R: (a) $L = 4$ m; (b) $v = 24$ m/s; (c) $m = 1,39$ kg; (d) $\tau_3 = 0,111$ s.**

15. **Duas ondas transversais de mesma frequência $\nu = 100$ s$^{-1}$ são produzidas num fio de aço de 1 mm de diâmetro e densidade 8**

**g/cm$^3$, submetido a uma tensão $T = 500$ N. As ondas são dadas por**

$$\begin{cases} y_1(x,t) = A\cos\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ y_2(x,t) = 2A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx) \end{cases}$$

**onde $A = 2$ mm.**

**(a) Escreva a expressão da onda harmônica progressiva resultante da superposição dessas duas ondas;**

**(b) Calcule a intensidade da onda resultante;**

**(c) Se fizermos variar a diferença de fase entre as duas ondas, qual será a razão entre os valores máximo e mínimo possíveis da intensidade da onda resultante?**

**R: (a)** $y(x,t) = 5,29 \times 10^{-3}\cos(2,23x - 628t + 1,24)$; **(b)** $I = 9,8$ **W;** **(c)** $\dfrac{I_{\text{máx}}}{I_{\text{mín}}} = 9$.

## 13.2 Som

1. **Um alto-falante de um aparelho de som emite 1 W de potência sonora na frequência $\nu = 100$ Hz. Admitindo que o som se distribui uniformemente em todas as direções, determine, num ponto situado a 2 m de distância do alto-falante:**

   **(a) O nível sonoro ($\beta$) em db;**

   **(b) A amplitude da onda de pressão;**

   **(c) A amplitude da onda de deslocamento (utilize $\rho_{\text{Ar}} = 1,3$ kg/m$^3$ e $v_{\text{som}} = 340$ m/s);**

   **(d) A que distância do alto-falante o nível sonoro estaria 10 db abaixo do calculado em (a).**

   **R.: (a)** $\beta = 103$ db; **(b)** $\mathbb{P} = 4,2$ N/m$^2$; **(c)** $\mathbb{U} = 0,015$ mm; **(d)** $r = 6,3$ m

2. **Uma experiência de demonstração divertida consiste em mudar a tonalidade da voz enchendo a boca de gás hélio (He): uma voz grave transforma-se em aguda (cuidado: não procure fazer**

**isso por sua conta! Inalar hélio é perigoso, podendo levar a sufocação). Para explicar o efeito, admita que os componentes de onda associados a voz são determinados pelas dimensões das cordas vocais, laringe e boca, estas funcionando como cavidades ressonantes, de modo que a variação de tonalidade seria devida unicamente à variação da velocidade do som (embora isto não seja bem correto).**

(a) **Calcule a velocidade do som no gás He a** $T = 20\ °\mathrm{C}$**, sabendo que a constante universal dos gases** $R$ **vale 8,314 J/**$(\mathrm{mol\,K})$ **e que o He é um gás monoatômico de massa atômica** $m = 4\ \mathrm{g/mol}$ **e** $\gamma = 1,66$**;**

(b) **Explique o efeito, calculando a razão entre as frequências do som no He e no ar, para o mesmo comprimento de onda (adote** $v_{\mathrm{Ar}} = 340\ \mathrm{m/s}$**);**

**R.:** **(a)** $v = 1006\ \mathrm{m/s}$; **(b)** $\dfrac{\nu_{\mathrm{He}}}{\nu_{\mathrm{Ar}}} = 2,96$

3. **Que comprimento deve ter um tubo de orgão, aberto numa extremidade e fechado na outra, para produzir, como tom fundamental, a nota dó da escala musical média,** $\nu = 262\ \mathrm{Hz}$ **a** $15\ °\mathrm{C}$ **quando a velocidade do som no ar é de 341 m/s? Qual e a variação de frequência** $\Delta\nu$ **quando a temperatura sobe para** $25\ °\mathrm{C}$**?**

   **R.:** $L = 32,5\ \mathrm{cm}$ **e** $\Delta\nu = 4,8\ \mathrm{Hz}$

4. **O tubo de Kundt, que costumava ser empregado para medir a velocidade do som em gases, é um tubo de vidro que contém o gás, fechado numa extremidade por uma tampa M que se faz vibrar com uma frequência** $\nu$ **conhecida (por exemplo, acoplando-a a um alto-falante) na outra por um pistão que se faz deslizar, variando o comprimento do tubo. O tubo contém um pó fino (serragem, por exemplo). Ajusta-se o comprimento do tubo com o auxílio do pistão até que ele entre em ressonância com a frequência** $\nu$**, o que se nota pelo reforço da intensidade sonora emitida. Observa-se então que o pó fica acumulado em montículos igualmente espaçados, de espacamento** $\Delta\ell$**, que se pode medir.**

(a) **A que correspondem as posições dos topos dos montículos?**

(b) **Qual e a relação entre $\Delta\ell$, $\nu$ e a velocidade do som no gás?**

(c) **Com o tubo cheio de $CO_2$ a 20°C e $\nu = 880$ Hz, o espaçamento médio medido é de 15,2 cm. Qual é a velocidade do som no $CO_2$ a 20°C?**

**R.: (c)** $v \approx 267,5$ **m/s.**

5. **Um trem se desloca com velocidade igual a 25 m/s e o ar está calmo. A frequência da nota do apito do trem é igual a 400 Hz, emitida no centro do mesmo. Qual é o comprimento de onda das ondas sonoras:**

   (a) **Na parte dianteira do trem?**

   (b) **Na parte traseira do trem?**

   **Qual é a frequência do som que um ouvinte, parado em uma estação de trem, escuta quando ele:**

   (c) **Vê o trem se aproximando?**

   (d) **Vê o trem se afastando?**

   **R.: (a)** $\lambda = 0,79$ m; **(b)** $\lambda = 0,915$ m; **(c)** $\nu = 431,65$ Hz;
   **(d)** $\nu = 372,68$ Hz.

6. **Um trem se desloca com velocidade igual a 30 m/s e o ar está calmo. A frequência da nota do apito do trem é igual a 262 Hz. Qual é a frequência ouvida por um passageiro, no interior de um trem que se move em sentido contrário ao do primeiro trem, a 18 m/s, supondo que:**

   (a) **Os trens se aproximam?**

   (b) **Os trens se afastam?**

   **R.: (a)** $\nu = 302,44$ Hz ; **(b)** $\nu = 228,10$ Hz.

7. **Um trem-bala move-se com velocidade de 60 m/s para leste. O apito do trem emite um som com frequência 400 Hz. Considere a velocidade do som no referencial de repouso da atmosfera como sendo 340 m/s.**

**(a) Determine a frequência do som do apito que uma pessoa na estação ouve ao observar o trem partir;**

**(b) Considere, agora, a presença de vento soprando para oeste com velocidade de 10 m/s. Determine a frequência que a pessoa na estação irá detectar;**

**(c) Considere, agora, que o trem move-se em uma trajetória circular. Qual a frequência do som percebida por alguém no centro da circunferência descrita pelo trem?**

**R.: (a)** $\nu_S = 340$ **Hz; (b)** $\nu_P = 341$ **Hz; (c)** $\nu_C = 400$ **Hz.**

**8. Dois diapasões idênticos podem oscilar a 440 Hz. Um indivíduo está localizado em algum lugar na linha entre os dois diapasões. Considerando que a velocidade do som, no referencial de repouso da atmosfera, é 330 m/s, calcule a frequência de batimentos captada por esse indivíduo se:**

**(a) Ele permanece parado e os diapasões se movem para a direita com velocidade de 30 m/s;**

**(b) Os diapasões estiverem parados e o indivíduo se movendo para a direita com velocidade de 30 m/s.**

**R.: (a) 80,7 Hz; (b) 80,0 Hz.**

**9. Dois trens viajam em sentidos opostos, sobre trilhos paralelos, com velocidades de mesma magnitude. Um deles vem apitando. A frequência do apito percebida por um passageiro do outro trem varia entre os valores de 348 Hz, quando estão se aproximando, e 259 Hz, quando estão se afastando. A velocidade do som no ar é de 340m/s.**

**(a) Qual é a velocidade dos trens (em km/h)?**

**(b) Qual é a frequência do apito?**

**R.: (a)** $v = 90,72$ **km/h; (b)** $\nu = 300,22$ **Hz.**

**10. Uma fonte sonora fixa emite som de frequencia** $\nu_0$**. O som é refletido por um objeto que se aproxima da fonte com velocidade** $u$**. O eco refletido volta para a fonte, onde interfere com as ondas que estão sendo emitidas, dando origem a batimentos com**

**frequencia $\Delta\nu$. Mostre que é possível determinar a magnitude $|u|$ da velocidade do objeto móvel em função de $\Delta\nu$, $\nu_0$ e da velocidade do som $v$. O mesmo princípio é utilizado (com ondas eletromagnéticas em lugar de ondas sonoras) na detecção do excesso de velocidade, nas estradas, com auxílio do radar.**

11. **Dois carros (1 e 2) trafegam em sentidos opostos numa estrada, com velocidades de magnitudes $v_1$ e $v_2$. O carro 1 trafega contra o vento, que tem velocidade $V$. Ao avistar o carro 2, o motorista do carro 1 pressiona sua buzina, de frequencia $\nu_0$. A velocidade do som no ar parado é $v$. Qual é a frequência $\nu$ do som da buzina percebida pelo motorista do carro 2? Com que frequencia $\nu'$ ela é ouvida pelo motorista de um carro 3 que trafega no mesmo sentido que o carro 1 e com a mesma velocidade?**

## 13.3 Temperatura e Calor

1. **(Moysés) Uma barra retilínea é formada por uma parte de latão soldada em outra de aço. A 20°C, o comprimento total da barra é de 30 cm, dos quais 20 cm de latão e 10 cm de aço. Os coeficientes de dilatação linear são $1,9 \times 10^{-5}\,(°\mathrm{C})^{-1}$ para o latão e $1,1 \times 10^{-5}\,(°\mathrm{C})^{-1}$ para o aço. Qual é o coeficiente de dilatação linear da barra?**

   **R.:** $\alpha = 1,63 \times 10^{-5}\,(°\mathrm{C})^{-1}$

2. **(Moysés) Num relógio de pêndulo, o pêndulo é uma barra metálica, projetada para que seu período de oscilação seja igual a 1 s. Verifica-se que, no inverno, quando a temperatura média é de $10\,°$C, o relógio adianta, em média, 55 s por semana. No verão, quando a temperatura média é de $30\,°$C, o relógio atrasa, em média, 1 minuto por semana. Encontre:**

   (a) **O coeficiente de dilatação linear do metal do pêndulo;**

   (b) **A temperatura que o relógio funcionaria com precisão.**

   **R.: (a)** $\alpha = 9,5 \times 10^{-6}\,(°\mathrm{C})^{-1}$; **(b)** $T = 19,6\,°$**C**

   **Resolução:**

**O pêndulo em questão é um pêndulo físico. Portanto, se o comprimento da barra é $\ell$, seu centro de massa está em $\ell/2$ e o período do pêndulo, como projetado (temperatura $T_0$), pode ser calculado através de:**

$$\tau_0 = 2\,\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}} = 2\,\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}, \quad \textbf{onde} \quad L_0 = L_{equivalente} = \frac{2\ell}{3}$$

$$\Longrightarrow \quad 1 = (2\,\pi)^2\left[\frac{L_0}{10}\right] \quad \Longrightarrow \quad L_0 = 0,253303\,\mathrm{m}$$

**<u>Inverno</u>: Sabendo que o relógio, em uma semana, adianta 55 s, vamos calcular a variação do período $\Delta\tau_{0i}$ utilizando regra de três:**

$$\left\{\begin{array}{l} 55\,\mathrm{s} \Longrightarrow (7)(24)(60)(60)\,\mathrm{s} \\ \Delta\tau_{0i} \Longrightarrow 1\,\mathrm{s} \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{r} \Delta\tau_{0i} = 9,09\times10^{-5}\,\mathrm{s} \\ \tau_i = 0,9999091\,\mathrm{s} \end{array}$$

**Assim, sabendo o período de oscilação do pêndulo no inverno, podemos calcular o comprimento da barra**

$$0,9999091 = (2\,\pi)^2\left[\frac{L_i}{10}\right] \quad \Longrightarrow \quad L_i = 0,253280\,\mathrm{m}$$

**e, com isso, temos que no inverno (temperatura $T = 10\,^\circ$C), a variação de comprimento da barra é $\Delta L_i = L_i - L_0 = -2,3\times10^{-5}\,\mathrm{m}$, levando à**

$$\Delta L_i = \alpha L_0(10 - T_0) = -2,3\times10^{-5}\,\mathrm{m}$$

**<u>Verão</u>: Sabendo que o relógio, em uma semana, atrasa 1 minuto, vamos calcular a variação do período $\Delta\tau_{0v}$ utilizando regra de três:**

$$\left\{\begin{array}{l} 60\,\mathrm{s} \Longrightarrow (7)(24)(60)(60)\,\mathrm{s} \\ \Delta\tau_{0v} \Longrightarrow 1\,\mathrm{s} \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{r} \Delta\tau_{0v} = 9,92\times10^{-5}\,\mathrm{s} \\ \tau_v = 1,0000992\,\mathrm{s} \end{array}$$

**Assim, sabendo o período de oscilação do pêndulo no verão, podemos calcular o comprimento da barra**

$$1,0000992 = (2\,\pi)^2 \left[\frac{L_v}{10}\right] \implies L_v = 0,253328\,\mathrm{m}$$

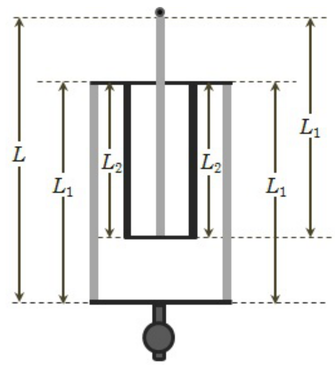
**e, com isso, temos que no verão (temperatura $T = 30\,°\mathrm{C}$), a variação de comprimento da barra é $\Delta L_v = L_v - L_0 = 2,5\times 10^{-5}\,\mathrm{m}$, levando à**

$$\Delta L_v = \alpha L_0(30 - T_0) = 2,5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$$

**Juntando as equações para $\Delta L_i$ e $\Delta L_v$, temos o sistema**

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta L_i = -2,3 \times 10^{-5} = \alpha L_0(10 - T_0) \\ \Delta L_v = \phantom{-}2,5 \times 10^{-5} = \alpha L_0(30 - T_0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \implies T_0 = 19,6\,°\mathrm{C} \\ \qquad \alpha = 9,5 \times 10^{-6}\,(°\mathrm{C})^{-1} \end{array}$$

3. **(Moysés) A figura abaixo mostra um esquema possível de construção de um pêndulo cujo conprimento $L$ não seja afetado pela dilatação térmica. As três barras cinzas verticais, cada uma com comprimento $L_1$, são feitas de aço, cujo coeficiente de dilatação térmica linear é $1,1 \times 10^{-5}$ $(°\mathrm{C})^{-1}$. As duas barras pretas verticais, de comprimento $L_2$, são feitas de alumínio, cujo coeficiente de dilatação térmica linear é $2,3 \times 10^{-5}$ $(°\mathrm{C}^{-1})$. Determine $L_1$ e $L_2$ de modo a manter $L = 0,5$ m.**




**R.: $L_1 = 47,9$ cm e $L_2 = 45,8$ cm**

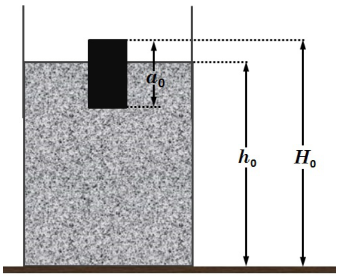
4. **(Moysés) Um tubo cilíndrico delgado de seção uniforme, feito de um material de coeficiente de dilatação linear $\alpha$, contém um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica $\beta$. À temperatura $T_0$, a altura da coluna líquida é $h_0$.**

(a) Qual é a variação $\Delta h$ da altura da coluna quando a temperatura sobe de $1\,°$C?

(b) Se o tubo é de vidro ($\alpha = 9 \times 10^{-6}\,(°\text{C})^{-1}$) e o líquido é mercúrio ($\alpha = 1,8 \times 10^{-4}\,(°\text{C})^{-1}$), mostre que este sistema não constitui um bom termômetro, do ponto de vista prático, calculando $\Delta h$ para $h_0 = 10$ cm.

**R.:** (a) $\Delta h = h_0(\beta - 2\alpha)$ e (b) $\Delta h = 0,016$ mm.

5. (Moysés) Um reservatório cilíndrico de aço contém mercúrio, sobre o qual flutua um bloco cilíndrico de latão. À temperatura de $20\,°$C, o nível do mercúrio no reservatório está a uma altura $h_0 = 0,5$ m em relação ao fundo e a altura $a_0$ do cilindro de latão é de 0,3 m. A essa temperatura, a densidade do latão é de 8,60 g/cm$^3$ e a densidade do mercúrio é de 13,55 g/cm$^3$.




(a) Ache a que altura $H_0$ está o topo do bloco de latão em relação ao fundo do reservatório a $20\,°$C (figura acima);

(b) Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do aço é $1,1 \times 10^{-5}$ $(°\text{C})^{-1}$ e do latão é $1,9 \times 10^{-5}$ $(°\text{C})^{-1}$ e que o coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é $1,8 \times 10^{-4}$ $(°\text{C}^{-1})$, calcule a variação $\delta H$ da altura $H_0$ (em mm) quando a temperatura sobe para $80\,°$C.

**R.:** $H_0 = 60,96$ cm e (b) $\delta H = 3,5$ mm

6. Um técnico de laboratório coloca em um calorímetro a amostra de um material desconhecido, a uma temperatura de 100°C. O recipiente do calorímetro, inicialmente a 19°C, é feito com 0,150 kg de cobre e contém 0,200 kg de água. A temperatura final do calorímetro é igual a 26,1°C. Calcule o calor específico da amostra. (Dados: calor específico do cobre: 0,094 cal/(g °C)

**R.:** $C_{\text{amostra}} = 0,24$ **cal/(g °C)**

7. **(Moysés) Uma chaleira de alumínio, contendo água em ebulição a 100°C, está sobre uma chama. O raio do fundo da chaleira é de 7,5 cm e sua espessura é de 2 mm. A condutividade térmica do alumínio é 0,49 cal/(s cm °C). A chaleira vaporiza 1 litro de água em 5 minutos. O calor de vaporização da água, a 100°C, é de 540 cal/g. A que temperatura está o fundo da chaleira? Despreze as perdas pelas superfícies laterais.**

   **R.:** $T = 104,2\,°$**C**

8. **(Moysés) Num país frio, a temperatura sobre a superfície de um lago caiu a -10°C e começa a formar-se uma camada de gelo sobre o lago. A água sob o gelo permanece a 0°C: o gelo flutua sobre ela e a camada de espessura crescente em formação serve como isolante térmico, levando ao crescimento gradual de novas camadas de cima para baixo.**

   (a) **Exprima a espessura $\ell$ da camada de gelo formada, decorrido um tempo $t$ do início do processo de congelamento, como função da condutividade térmica $k$ do gelo, da sua densidade $\rho_{\text{gelo}}$ e calor latente de fusão $L_f$, bem como da diferença de temperatura $\Delta T$ entre a água e a atmosfera acima do lago. Sugestão: Considere a agregação de uma camada de espessura $dx$ à camada já existente, de espessura $x$, e integre em relação a $x$.**

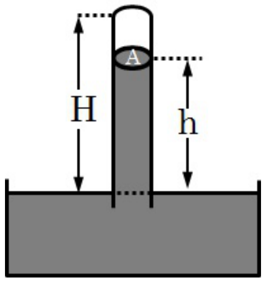
   (b) **No exemplo acima, calcule a espessura da camada de gelo 1 h após iniciar-se o congelamento, sabendo que $k = 4 \times 10^{-3}$ cal/(s cm °C), $\rho_{\text{gelo}} = 0,92$ g/cm$^3$ e $L_f = 80$ cal/g.**

   **R.: (a)** $\ell = \sqrt{\dfrac{2k(\Delta T)t}{\rho_{\text{gelo}} L_f}}$ **e (b)** $\ell = 1,98$ **cm**

## 13.4 Gases Ideais e Segunda Lei da Termodinâmica

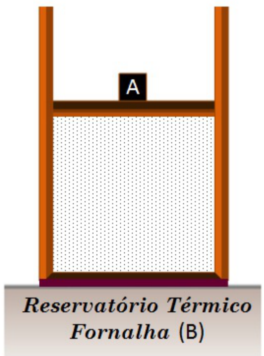
1. **O tubo de vidro de um barômetro de mercúrio tem secção reta de área $\mathrm{A} = 1\,\mathrm{cm}^2$ e altura $\mathrm{H} = 90$ cm acima da superfície livre do reservatório de mercúrio. A altura da coluna barométrica é**

de h $= 735$ mm, num dia em que a temperatura ambiente é de $20°$C e a pressão atmosférica é de 750 mm/Hg. Sabendo que $\rho_{\mathrm{Hg}} = 13,6 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$, calcule a quantidade de ar (em moles) aprisionada no espaço acima da coluna de mercúrio. (Moysés)




**R.:** $n = 1,3 \times 10^{-5}$ **moles**

2. Uma caldeira de uma máquina (figura abaixo), com paredes adiabáticas, contém uma certa quantidade de gás aprisionada entre um êmbolo adiabático, sem atrito e massa desprezível, sustentando um bloco de chumbo (A) na parte superior, e um fundo diatérmico em contato com uma fornalha (B). A fornalha comporta-se como um reservatório térmico e é, inicialmente, mantida a uma temperatura constante. Explique a relação




entre temperatura ($T$), pressão ($P$), volume ($V$) e energia interna ($U$) iniciais e finais nas seguintes circunstâncias:

(a) O bloco é trocado por um mais pesado;

(b) Retira-se o bloco;

(c) Aumenta-se a temperatura da fornalha;

(d) Diminui-se a temperatura da fornalha.

3. Um mol de um gás ideal ($C_V = \frac{3}{2}R$) se expande lentamente até ocupar um volume igual ao dobro do volume inicial, realizando um trabalho igual a 300 J neste processo. Calcule o calor fornecido ao gás e a variação da energia interna do gás, sabendo que o processo é:

   (a) Isotérmico; (b) Adiabático; (c) Isobárico.

   R.: (a) $\Delta U = 0$ e $Q = 300$ J, (b) $\Delta U = -300$ J e $Q = 0$, (c) $\Delta U = 450$ J e $Q = 750$ J.

4. Dois recipientes fechados estão ligados um ao outro por um tubo capilar de volume desprezível. Os recipientes, de mesma capacidade de 1 $\ell$, contêm gás oxigênio (massa molecular 32 g), inicialmente à temperatura de $25°\mathrm{C}$ e pressão de 1 atm. (adaptado do Moysés)

   (a) Calcule a massa, em gramas, de $O_2$ contida nos recipientes;

   (b) Determine o novo valor da pressão na situação em que o gás de um dos recipientes é aquecido até a temperatura de $100°\mathrm{C}$, enquanto a temperatura do gás do outro recipiente permanece inalterada;

   (c) Considerando a situação descrita em (b) e desprezando a condução de calor através do capilar, determine quantas gramas de $O_2$ passam de um lado para o outro.

   R.: (a) $m = 2,62$ g, (b) $P = 1,1$ atm, (c) $\Delta m = 0,15$ g.

5. (Moysés) Um mol de um gás ideal, com $\gamma = 7/5$, está contido num recipiente, inicialmente a 1 atm e $27°\mathrm{C}$. A partir deste estado inicial, o gás é, sucessivamente: (i) comprimido isobaricamente até $3/4$ do volume inicial $V_0$; (ii) aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial; (iii) expandido a pressão constante até voltar ao volume inicial; (iv) resfriado, a volume constante, até voltar à pressão normal (inicial). Pede-se:

   (a) Desenhe o diagrama $P$-$V$ associado ao ciclo;

   (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás;

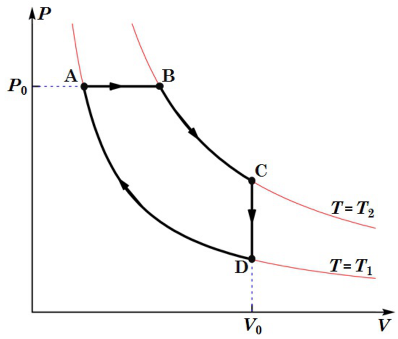
   (c) Calcule o calor total fornecido ao gás nas etapas (i) e (ii);

   (d) Calcule as temperaturas máxima e mínima atingidas;

(e) Calcule a variação da energia interna no processo (i) + (ii).

**R.: (b)** $W = 208$ **J, (c)** $Q = 624$ **J, (d)** $T_{\text{máx}} = 400$ **K e** $T_{\text{mín}} = 225$ **K, (e)** $\Delta U = 0$.

6. **(Moysés) Um mol de um gás ideal descreve o ciclo ABCDA, no plano $(P, V)$, representado na figura abaixo, onde $T = T_1$ e $T = T_2$ são isotermas. Calcule o trabalho total associado ao ciclo, em função de $P_0$, $V_0$, $T_1$ e $T_2$.**

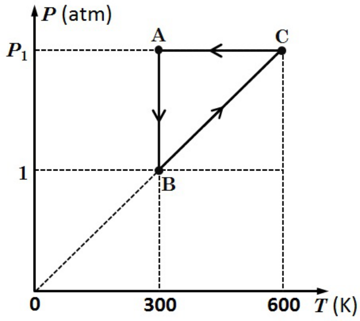



**R.:** $W = R(T_2 - T_1) + RT_2 \ln\left(\dfrac{P_0V_0}{RT_2}\right) - RT_1 \ln\left(\dfrac{RT_1}{P_0V_0}\right)$.

7. **Gás nitrogênio, contido no interior de um recipiente que pode se expandir, é resfriado de $50°\text{C}$ até $10°\text{C}$, mantendo-se a pressão constante e igual a $3 \times 10^5$ Pa. O calor total liberado pelo gás é igual a $2,5 \times 10^4$ J. Suponha que o gás possa ser tratado como um gás ideal. Utilize $R = 8,31$ J/(mol K) (constante universal dos gases ideais) e considere o calor molar específico do nitrogênio igual a 28,98 J/(mol K)**
   - (a) Calcule o número de moles do gás;
   - (b) Calcule a variação da energia interna do gás;
   - (c) Ache o trabalho realizado pelo gás;
   - (d) Qual seria o calor libertado pelo gás, para a mesma variação de temperatura, caso o volume permanecesse constante?

**R.: (a)** $n = 21,57$ **moles, (b)** $\Delta U = -32,17$ **kJ, (c)** $W = 7,17$ **kJ, (d)** $Q = 32,17$ **kJ.**

8. (Moysés) 0,1 mol de um gás ideal, com $C_V = \frac{3}{2}R$, descreve o ciclo representado na figura abaixo, no plano $(P, T)$.




(a) Represente o ciclo no plano ($P$-$V$), indicando $P$ (em atm) e $V$ (em $\ell$), associados aos pontos A, B e C;

(b) Calcule $\Delta W$, $\Delta Q$ e $\Delta U$ para cada uma das etapas AB, BC e CA e para o ciclo.

R.: (b)

| Processo | $\Delta W$ (J) | $\Delta Q$ (J) | $\Delta U$ (J) |
|---|---|---|---|
| AB | 173 | 173 | 0 |
| BC | 0 | 374 | 374 |
| CA | -249 | -623 | -374 |
| Ciclo | -76 | -76 | 0 |

9. (Moysés) Um mol de um gás ideal, com $C_V = \frac{3}{2}R$, a 17°C, tem sua pressão reduzida à metade por um dos quatro processos seguintes: (i) a volume constante; (ii) isotermicamente; (iii) adiabaticamente; (iv) por expansão livre. Para um volume inicial $V_i$, calcule, para cada um dos quatro processos, o volume e a temperatura finais, $\Delta W$ e $\Delta U$. Utilize $R = 8,31$ J/(mol K).

R.:

| Processo | $V_{\text{final}}$ | $T_{\text{final}}$ (K) | $\Delta W$ (J) | $\Delta U$ (J) |
|---|---|---|---|---|
| (i) | $V_i$ | 145 | 0 | -1807 |
| (ii) | $2\,V_i$ | 290 | 1671 | 0 |
| (iii) | $1,52\,V_i$ | 219 | -885 | -885 |
| (iv) | $2\,V_i$ | 290 | 0 | 0 |

10. (Moysés) Uma usina termoelétrica moderna opera com vapor de água superaquecido, a temperaturas da ordem de $500°$C, e é resfriada com água de rio, tipicamente a $20°$C. Devido a inúmeros tipos de perdas, a eficiência máxima que se consegue atingir, na prática, é da ordem de 40%. Que fração da eficiência máxima idealmente possível para esses valores isto representa?

    R.: 64,4%

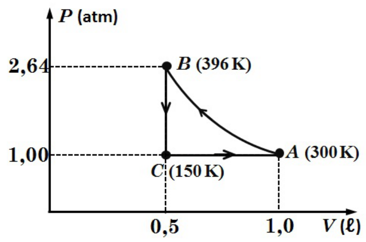
11. (Moysés) 1 $\ell$ de $H_2$ (para o qual $\gamma = 7/5$), à pressão de 1 atm e temperatura de 27$°$C, é comprimido adiabaticamente até o volume de 0,5 $\ell$ e depois resfriado, a volume constante, até voltar a pressão inicial. Finalmente, por expansão isobárica, volta à situação inicial.

    (a) Represente o processo no plano $(P, V)$, indicando $P$ (atm), $V$ ($\ell$) e $T$ (K) para cada vértice do diagrama;

    (b) Calcule o trabalho total realizado;

    (c) Calcule $\Delta U$ e $\Delta Q$ para cada etapa.

    R.: (a) (b) $W = -30,2$ J




(c)

| Processo | $\Delta U$ (J) | $\Delta Q$ (J) |
|---|---|---|
| $AB$ | 80,9 | 0 |
| $BC$ | -207,5 | -207,5 |
| $CA$ | 126,6 | 177,3 |

12. (Moysés) Uma usina termoelétrica moderna opera com vapor de água superaquecido, a temperaturas da ordem de $500°$C, e é resfriada com água de rio, tipicamente a $20°$C. Devido a inúmeros tipos de perdas, a eficiência máxima que se consegue atingir, na prática, é da ordem de 40%. Que fração da eficiência máxima idealmente possível para esses valores isto representa?

    R.: 64,4%

13. Um mol de um gás ideal diatômico ($\gamma = 7/2$) descreve um ciclo quadrado $ABCDA$ no diagrama $P$-$V$. Os valores das pressões

**e dos volumes nos vértices do ciclo são:** $P_A = P_D = 1\,\text{bar}$; $V_A = V_B = 20\,\ell$ ; $P_B = P_C = 2\,\text{bar}$; $V_C = V_D = 30\,\ell$ **(Obs.:** $1\,\text{bar} = 10^5\,\text{Pa}$**).(adaptado do Moysés)**

**(a) Desenhe o ciclo no diagrama** $P$**-**$V$ **e calcule o valor da temperatura em seus vértices (pontos** $A, B, C$ **e** $D$**);**

**(b) Calcule a eficiência de um motor térmico operando segundo este ciclo;**

**(c) Compare o resultado (b) com a eficiência máxima ideal associada às temperaturas extremas do ciclo.**

**R.: (a)** $T_A = 244\,\text{K}$; $T_B = 488\,\text{K}$; $T_C = 732\,\text{K}$; $T_D = 366\,\text{K}$;
**(b)** $\eta = 8,3\%$ **; (c)** $\eta_{\text{máx}} = 66,7\% > 8,3\%$.

**14. O ciclo de Otto é uma esquematização idealizada do que ocorre num motor a gasolina de 4 tempos. O ciclo (ABCDA) consiste de: AB - compressão rápida (adiabática) da mistura de ar com vapor de gasolina, de um volume inicial** $V_0$ **para um volume final** $V_0/r$ **(onde r é a taxa de compressão); BC - aquecimento da mistura, a volume constante, devido à ignição; CD - expansão adiabática dos gases aquecidos, movendo o pistão; DA - queda de pressão a volume constante associada à exaustão dos gases da combustão. A mistura pode ser tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático** $\gamma$**. (adaptado do Moysés)**

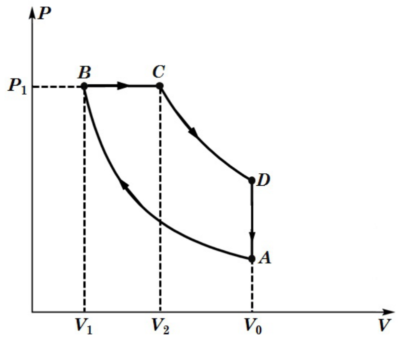
**(a) Represente o ciclo deste processo no plano** $(P, V)$**;**

**(b) Mostre que o rendimento do ciclo é dado por**

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - TB} = 1 - \left[\frac{1}{r}\right]^{\gamma - 1}$$

**(c) Calcule** $\eta$ **para** $\gamma = 1,4$ **e** $r = 10$**.**

**15. (Moysés) O ciclo Diesel, representado na figura abaixo, esquematiza o que ocorre num motor Diesel de 4 tempos, onde os trechoa** $AB$ **e** $CD$ **são adiabáticas. A taxa de compressão adiabática** $r_c = V_0/V_1$ **é maior que no motor a gasolina (ciclo de Otto), permitindo que o combustível inflame sem necessidade da centelha de ignição. Esta etapa ocorre à pressão constante e está representada pelo trecho** $BC$ **do ciclo. A taxa de expansão adiabática, no trecho** $CD$ **é** $r_e = V_0/V_2$**. (adaptado do Moysés)**




(a) Mostre que o rendimento do ciclo é dado por

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\left[\frac{T_D - T_A}{T_C - TB}\right] = 1 - \frac{1}{\gamma}\left[\frac{(1/r_e)^\gamma - (1/r_c)^\gamma}{(1/r_e) - (1/r_c)}\right]$$

(b) Calcule $\eta$ para $\gamma = 1,4$, $r_e = 5$ e $r_c = 15$.

16. Um quilograma de gelo é removido de um congelador, que estava a $-15^\circ\,\mathrm{C}$, e é aquecido até converter-se totalmente em vapor, a $100^\circ\,\mathrm{C}$. Qual é a variação de entropia deste sistema? Dados: calor especifico do gelo: $0,5$ cal/(g $^\circ$ C); calor latente de fusão do gelo: $79,6$ cal/g; o calor latente de vaporização da água: $539,6$ cal/g. (adaptado do Moysés)

    R.: $\Delta S = 2,079$ cal/K $= 8,702$ J/K.

17. (Moysés) Um cilindro contendo 1 kg de He a 150 atm, em equilíbrio térmico com o ambiente a $17^\circ\,\mathrm{C}$, tem um pequeno vazamento através do qual o gás escapa para a atmosfera, até que o tanque se esvazia por completo do hélio.

    (a) Qual é a variação de entropia do gás hélio?

    (b) Que quantidade de trabalho é desperdiçada por esse processo?

    R.: (a) $\Delta S_{\text{gás}} = 1,04 \times 10^4$ J/K e (b) $W_{\text{desperdiçado}} = 3,02 \times 10^6$ J

18. (Moysés) Uma chaleira contém $1\,\ell$ de água em ebulição. Des/-pe/-ja-se toda a água numa piscina, que está à temperatura ambiente de 20$^\circ$ C.

    (a) De quanto variou a entropia da água da chaleira?

    (b) De quanto variou a entropia do universo?

**R.: (a)** $\Delta S_{\text{chaleira}} = -241,4\,\text{cal/K}$**e (b)** $\Delta S_{\text{universo}} = 31,9\,\text{cal/K}$

**19. (Moysés) Um recipiente de paredes adiabáticas contém** $2\,\ell$ **de água a** $30°\text{C}$**. Coloca-se nele um bloco de 500 g de gelo.**

**(a) Calcule a temperatura final do sistema (use 80 cal/g para o calor latente de fusão do gelo);**

**(b) Calcule a variação de entropia do sistema.**

**R.: (a)** $T_f = 8°\text{C}$ **e (b)** $\Delta S = 10,2$ **cal/K**

## 13.5 Teoria Cinética dos Gases

**1. Um dos vácuos mais elevados que podem ser produzidos corresponde a uma pressão de 10**$^{-12}$ **mm/Hg. Nesta pressão, a 27°C, quantas moléculas de ar por cm**$^3$ **ainda permanecem?**

**R.:** $3,2 \times 10^4$ **moléculas/cm**$^3$

**2. Calcule o número médio de moléculas por cm**$^3$ **e o espaçamento médio entre as moléculas:**

**(a) Em água líquida;**

**(b) Em vapor de água a 1 atm e 100°C (tratado como gás ideal);**

**(c) No caso (b), calcule a velocidade quadrática média das moléculas.**

**R.: (a)** $n = 3,3 \times 10^{22}$ **moléculas/cm**$^3$**; (b)** $\delta = 3,72 \times 10^{-7}$ **cm; (c)** $v_{qm} = 718,92$ **m/s.**

**3. Considere uma amostra de gás argônio em um recipiente a** $35°\text{C}$ **e pressão de 1,22 atm. Supondo o raio desse átomo igual a** $0,71 \times 10^{-10}$ **m, calcule a fração do volume do recipiente que é realmente ocupada pelos átomos.**

**R.:** $4,3 \times 10^{-5}$

**4. O diâmetro efetivo da molécula de** $CO_2$ **é** $4,59 \times 10^{-8}$ **cm. Qual é o livre percurso médio de uma molécula de** $CO_2$ **para uma densidade de 4,91 kg/m**$^3$**?**

**Resolução: Como** $n_{mol} = m/mm$**, onde** $m$ **= massa de substância e** $mm$ **= massa molar, que para a molécula de** $CO_2$ **é 44 g,**

**temos que $n_{mol} = 4,91/(44 \times 10^{-3}) = 112$ moles. Assim, o número médio de moléculas por unidade de volume será: $n = n_{mol}N_0 = 112(6 \times 10^{23}) = 6,7 \times 10^{25}$ (moléculas de $CO_2$)/$m^3$. Com isso, o livre percurso médio de uma molécula de $CO_2$ será:**

$$\bar{\ell} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(6,7 \times 10^{25})(4,59 \times 10^{-10})^2} = 1,6 \times 10^{-8} \text{ m}$$

5. **(a) Calcule o expoente adiabático $\gamma = C_P/C_V$ para um gás diatômico a uma temperatura elevada, tal que uma fração $x$ das moléculas se encontram dissociadas em átomos. Verifique que o resultado se reduz aos casos limites esperados quando não há dissociação ou quando ela é total.**

   **(b) Se o valor observado é $\gamma = 1,5$, qual é a porcentagem de dissociação $x$?**

**Resolução: Só levando em consideração os graus de libertade translacionais**

**(a) Sejam:**

**$n \Rightarrow$ número inicial de moles de moléculas diatômicas**

**$x \Rightarrow$ fração de moles de moléculas que se dissociaram**

**$2nx \Rightarrow$ número de moles do gás monoatômico (a multiplicação por 2 se deve ao**

**fato de cada molécula diatômica dar origem a dois átomos)**

**$(1-x)n \Rightarrow$ número de moles de moléculas diatômicas que sobraram**

**$2nx + (1-x)n = (1+x)n = N \Rightarrow$ número final de moles na mistura (moléculas**

**monoatômicas e diatômicas)**

**Considerando volume constante, a variação da energia interna do sistema será:**

$$dU = dU_{\text{mono}} + dU_{\text{di}} = đQ_V = NC_V dT,$$

**onde, de acordo com o teorema da equipartição de energia, temos que**

$$dU_{\text{mono}} = \frac{3}{2}(2nx)RdT \text{ e } dU_{\text{di}} = \frac{5}{2}(1-x)nRdT.$$

Assim, a variação da energia interna do sistema fica:

$$(1+x)nC_V dT = \frac{3}{2}(2nx)RdT + \frac{5}{2}(1-x)nRdT \Rightarrow C_V = \frac{(x+5)}{2(x+1)}R$$

Utilizando a relação $C_P = C_V + R$, temos que

$$C_P = \left[\frac{(x+5)}{2(x+1)} + 1\right] R \Rightarrow \frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{(3x+7)}{(x+5)}$$

Testando os casos limite:

(i) Não há dissociação ($x = 0$): $\frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow$ correto para gases diatômicos.

(i) Dissociação total ($x = 1$): $\frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow$ correto para gases monotômicos.

(b) Se $\gamma = 1,5 = 3/2$ então

$$\gamma = \frac{3}{2} = \frac{(3x+7)}{(x+5)} \Rightarrow x = \frac{1}{3} = 33\%$$

## 13.6 Relatividade

1. Um relógio funciona durante um ano em um referencial fixo na Terra. Se um relógio se move com velocidade escalar $v = 3 \times 10^6$ m/s em relação à Terra, ache o número de minutos pelo qual ele varia, em um ano, de um relógio fixo na Terra.

   R.: 26,3 min

2. Uma barra que está colocada paralelamente ao eixo $x$ de um sistema de referência $S$ desloca-se ao longo deste eixo com velocidade $\frac{4\sqrt{5}}{9}\, c \sim 0.993808\, c$. Seu comprimento de repouso é de 18 m. Qual será o comprimento medido no sistema $S$?

   R: 2 m.

3. Uma barra de comprimento $L'$ em repouso no referencial $S'$ faz um ângulo $\theta'$ com o eixo $x'$.

   (a) Mostre que o comprimento $L$ medido por um observador em um referencial $S$, para quem a barra se move com velocidade $v$ na direção $x$, é dado por $L = L'\sqrt{1-\beta^2 cos^2\theta'}$, onde $\beta = v/c$;

(b) **Mostre que o ângulo $\theta$ que esta barra em movimento faz com o eixo $x$ do referencial $S$ é dado por $\text{tg}\theta = \gamma tg\theta'$, onde $\gamma$ é o fator de Lorentz, dado por $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$;**

(c) **Calcule $L$ e $\text{tg}\theta$ para $L' = 1$ m, $\cos\theta' = \frac{3}{4}$ e $\beta = 0,8$.**

**R: (c) $L$ =0,8 m; $\text{tg}\theta = \frac{5\sqrt{7}}{9}$.**

4. **O tempo de vida média de múons encerrados numa caixa de chumbo num laboratório é de 2,2$\mu$s. O tempo de vida média de múons saindo de um acelerador de partículas é de $\frac{8{,}8}{\sqrt{7}}$ $\mu$s $\sim 3,3261$ $\mu$s. Determine a velocidade dos múons que saem do acelerador.**

   **R: $v = \frac{3}{4}\,c = 0,75\,c$.**

5. **Um estudante vai realizar uma prova que deve durar 1 hora. Seu professor está em viagem e passará, sem parar, pela Terra, com velocidade constante $v = 0,6\ c$. O aluno propõe, então, que a prova tenha início quando o professor passar pela Terra e termine quando o professor, em seu próprio relógio, verificar que se passou 1 hora do início da prova. Nesse instante o professor enviaria um sinal luminoso à Terra e o aluno terminaria a prova quando recebesse o sinal luminoso.**

   (a) **Quanto tempo o aluno teria para realizar a prova, de acordo com seu relógio?**

   (b) **Quanto tempo o aluno teve para fazer a prova, de acordo com o relógio do professor?**

   (c) **Qual desses intervalos de tempo realmente importa?**

   **R: (a) 2 horas; (b) 2,5 horas; (c) O horário medido pelo aluno, claro!**

6. **Quando visto de um sistema inercial $S$, um evento $A$ ocorre no ponto $x_A$, sobre o eixo $x$, e $10^{-6}$ s mais tarde um evento $B$ ocorre no ponto $x_B$, tal que $x_A - x_B = 600$ m, quando visto de $S$.**

   (a) **Existe um outro sistema inercial $S'$, movendo-se com uma velocidade menor do que $c$, paralela ao eixo $x$, para o qual**

**os dois eventos são simultâneos? Se assim for, qual é o módulo e o sentido da velocidade de $S'$ com relação a $S$?**

(b) **Repita a parte (a) para o caso em que a separação entre $x_A$ e $x_B$ é de somente 100 m quando os eventos são vistos de $S$. Neste caso, existe um outro sistema inercial $S'$, movendo-se com uma velocidade menor do que $c$, paralela ao eixo $x$, para o qual os dois eventos são simultâneos?**

**R: (a) Sim, $\vec{v} = -0,5\ c\ \hat{\imath}$; (b) $\vec{v} = -3\ c\ \hat{\imath} \Longrightarrow$ <u>impossível!</u>**

7. **Um trem de comprimento próprio $L_0$ move-se com velocidade $v = 0,8\ c$ em relação à estrada e dirige-se para uma ponte com extensão $d$, medida no referencial da estrada ($S$). No momento em que a dianteira do trem ($A$) passa pelo ponto $O$, no início da ponte, dois flashes de luz são disparados simultaneamente no referencial do trem ($S'$), nas extremidades do trem ($A$ e $B$). Nesse instante, dois observadores, um em $A$ e outro em $O$, sincronizam seus cronômetros em $t = t' = 0$ com a origem dos sistemas de referência $S$ e $S'$ coincidentes.**

   (a) **No referencial da estrada, qual o intervalo de tempo $\Delta t$ entre os flashes de luz emitidos em $A$ e $B$?**

   (b) **No referencial da estrada, em que instante $t_1$ o flash emitido em $A$ atinge o ponto $B$?**

   (c) **No referencial do trem, quanto tempo ele leva para percorrer completamente a ponte?**

   **R: (a) $|\Delta t| = \frac{4}{3}\frac{L_0}{c}$; (b) $t_1 = \frac{1}{3}\frac{L_0}{c}$; (c) $\delta t' = \frac{5L_0+3d}{4c}$.**

8. **Uma partícula de raio cósmico aproxima-se da Terra ao longo de seu eixo com uma velocidade de 0,80 $c$ em direção ao polo norte e uma outra, com velocidade 0,60 $c$, em direção ao polo sul. Qual é a velocidade relativa de aproximação entre as duas partículas?**

   **R: 0,9459 $c$.**

9. **Em um referencial $S$, duas espaçonaves $A$ e $B$ movem-se na mesma direção, mas em sentidos opostos, com velocidades de**

**módulo $u = 0,5\,c$. Quando a espaçonave $A$ passa pela origem $O$, um feixe de luz é emitido partindo de $O$, formando um ângulo $\theta$ em relação ao eixo $Ox$.**

**(a) Determine a velocidade da espaçonave $A$ em relação a $B$.**

**(b) Qual a inclinação $\theta'$ do feixe de luz medido pelo observador na espaçonave $B$?**

**(c) Avalie $\theta'$ para $\theta = 60°$**

**(d) Os resultados obtidos nos itens anteriores são compatíveis com os postulados da relatividade? Explique.**

**R: (a) $u'_a = 0,8\ c$; (b) $\theta' = \text{arctg}\left[\frac{\text{sen}\theta}{\gamma(\cos\theta + v/c)}\right]$ (c) $\theta' = \text{arctg}\left(\frac{3\sqrt{3}}{13}\right) \approx 21,8°$; (d) Sim, é compatível: o módulo da velocidade do raio de luz permanece sendo $c$ no referencial $B$.**

**10. Um satélite artificial deslocando-se com relação à Terra a uma velocidade de 0,90 $c$ comunica-se por transmissão numa frequência (medida no referencial do satélite) de 100 MHz. Para que frequência deve a Terra ajustar seus receptores para receber este sinal?**

**R: 22,94 MHz.**

**11. Observações da luz emitida por um certo quasar mostraram um deslocamento para o vermelho ("red shift") de uma linha espectral de 130 nm para 500 nm. Ele está se aproximando ou se afastando de nós? Qual é a velocidade do quasar?**

**R: 0,873 $c$.**

**12. Determine a quantidade de trabalho que deve ser fornecida a um elétron, inicialmente em repouso com massa $m_0 = 0,5\ \text{MeV}/c^2$, para que ele atinja as seguintes velocidades:**

**(a) 0,50 $c$,**

**(b) 0,99 $c$,**

**(c) 0,9999 $c$.**

**R: (a) 77,35 keV; (b) 3,0444 MeV; (c) 34,856 MeV.**

13. **Encontre o parâmetro de velocidade $\beta$ e o fator de Lorentz $\gamma$ para uma partícula com energia cinética $E_c = 10$ MeV se a partícula é:**

    **(a) um elétron,**

    **(b) um próton,**

    **(c) uma partícula alfa.**

    **R: (a)** $\beta = 0,9989$ **e** $\gamma = 21,0$**; (b)** $\beta = 0,145$ **e** $\gamma = 1,01$**; (c)** $\beta = 0,073$ **e** $\gamma = 1,0027$**.**

14. **Duas partículas idênticas, cada uma com massa de repouso $m_0$, movendo-se com velocidades iguais mas opostas de 0,60 $c$ no referencial do laboratório, colidem e "grudam" formando uma única partícula de massa de repouso $M_0$. Expresse $M_0$ em termos de $m_0$.**

    **R:** $M_0 = 2,5m_0$**.**