

# Aula de Revisão do Exp III

## Ótica Física: Estudo dos fenômenos de Interferência, Difração e Polarização.

### Questões

1. A luz é uma onda? Que tipo de onda? Justifique com base nas observações efetuadas de efeitos de difração, interferência e polarização.
2. A partir das posições dos mínimos de difração e interferência, quais são os tamanhos e separação das fendas estudadas? Compare aos valores nominais.
3. No espectro de difração de uma fenda simples, discuta a aplicação do modelo de difração ideal aos dados com base em análise estatística. Compare o valor obtido para o tamanho da fenda por este método com o método de medir posições dos mínimos. Neste mesmo espectro, elabore uma expressão realista que considere as características experimentais (largura do sensor, posicionamento da fenda no espectrógrafo, etc.). Quais seriam os parâmetros ajustáveis nesta expressão, além da dimensão da fenda? Ajuste esta função aos dados e discuta os resultados obtidos. Compare o tamanho da fenda obtido por este novo modelo com o obtido pelo modelo anterior.
4. Discuta a mudança de polarização da luz por uma solução de água + açúcar. A partir de uma expressão empírica para a rotação do eixo de polarização com a concentração da solução e com o comprimento atravessado pela luz ajuste os dados e estabeleça os coeficientes relevantes desta expressão. Determine a rotatividade específica do açúcar utilizado na solução. Pesquise valores típicos para vários tipos de açúcares (sacarose, frutos, dextrose, etc.) e compare aos seus resultados.

## Questões

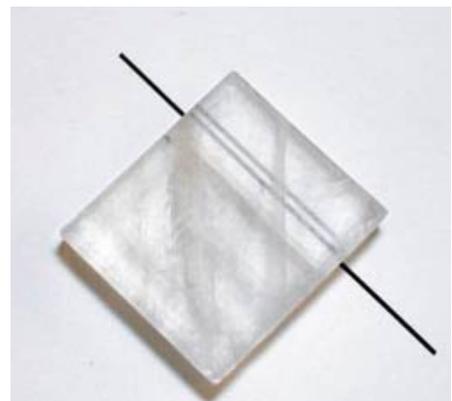
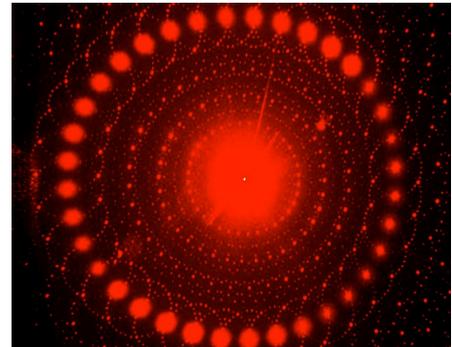
1. *A luz é uma onda? Que tipo de onda? Justifique com base nas observações efetuadas de efeitos de difração, interferência e polarização.*

## A natureza da Luz

- O estudo de trajetórias de raios luminosos, em geral, é bem descrita pela ótica geométrica
  - Lentes, espelhos, etc.
- Por conta disto, durante muito tempo, a teoria para a luz de Newton foi bem aceita
- Porém, as experiências de Young e Fresnel no início dos anos de 1800 revelaram os efeitos de interferência e difração da luz

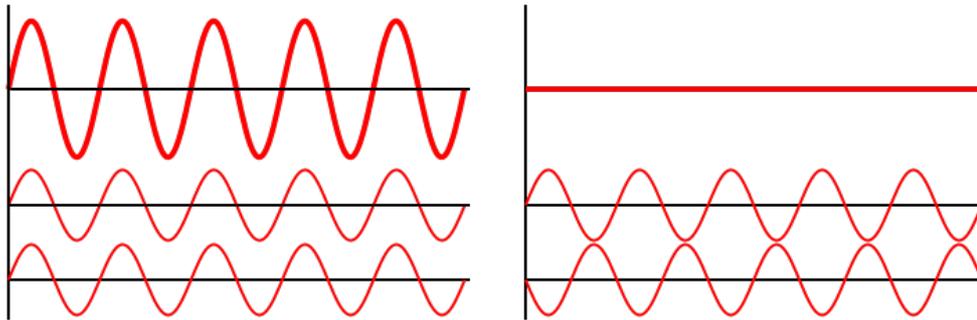
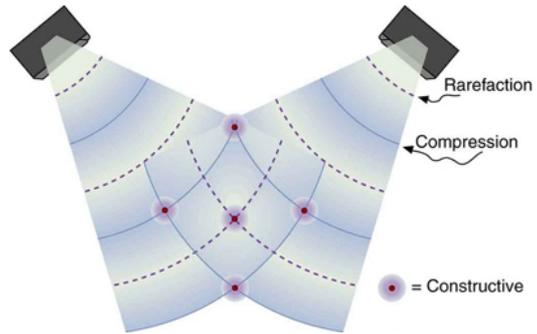
## A natureza da Luz

- Interferência e difração
  - A luz se comporta como uma onda
- Que tipo de onda?
  - A observação de fenômenos de polarização indicam que a luz é uma onda transversal
    - Erasmus Bartholin, 1669 – Calcita
    - Thomas Young & Augustin-Jean Fresnel – duas componentes com diferentes velocidades
  - Os estudos de Maxwell (1864)
    - A luz é uma onda eletromagnética



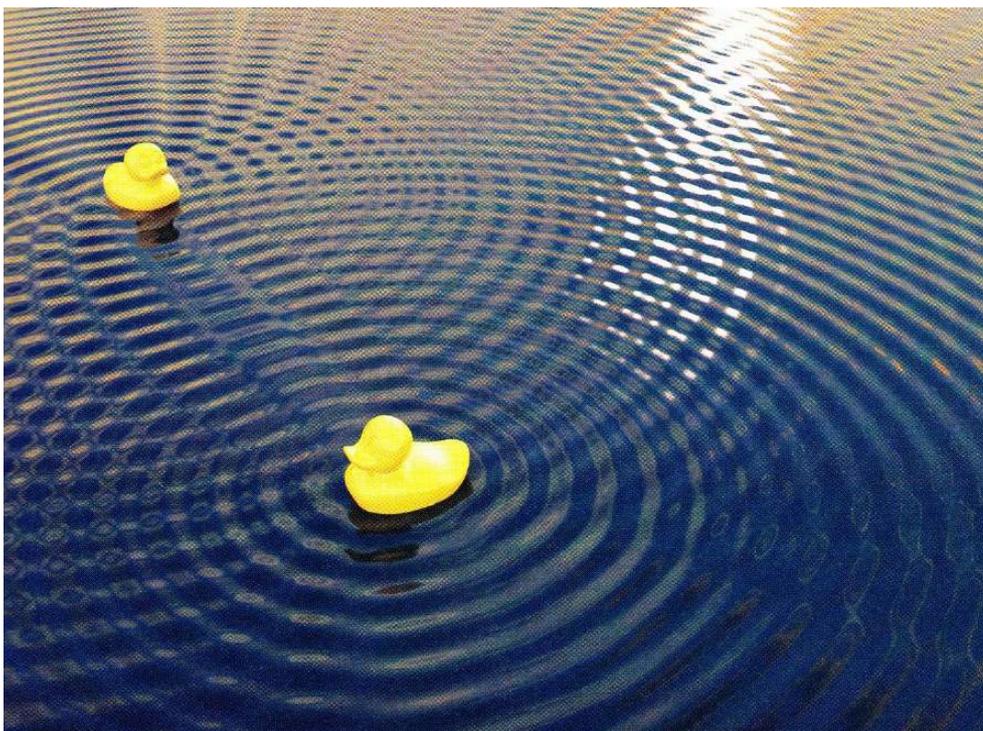
# Interferência

- O princípio de superposição de ondas
  - Amplitudes se somam ponto a ponto
    - Interferência
- Interferência construtiva ou destrutiva



5

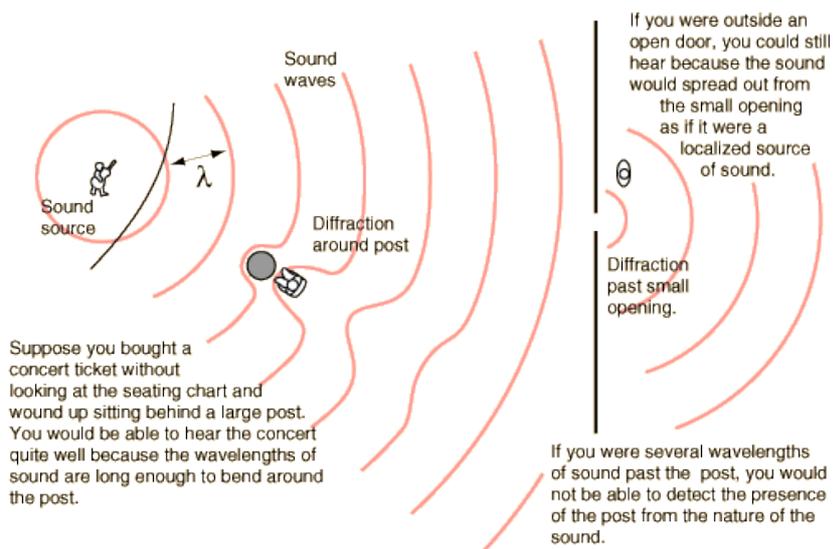
# Interferência



6

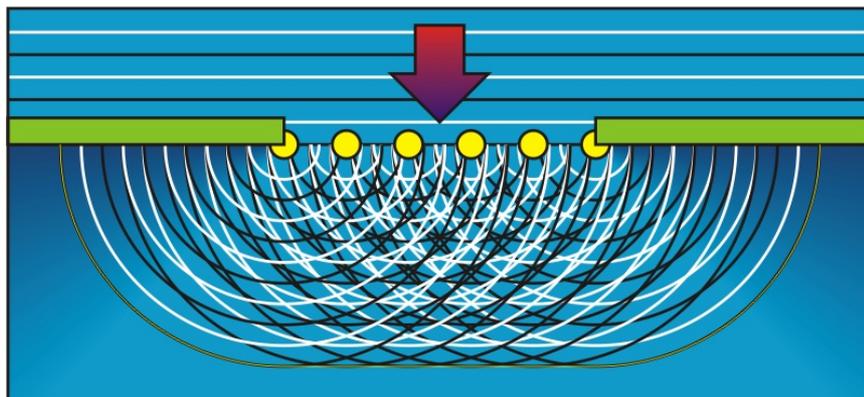
# Difração: o que é?

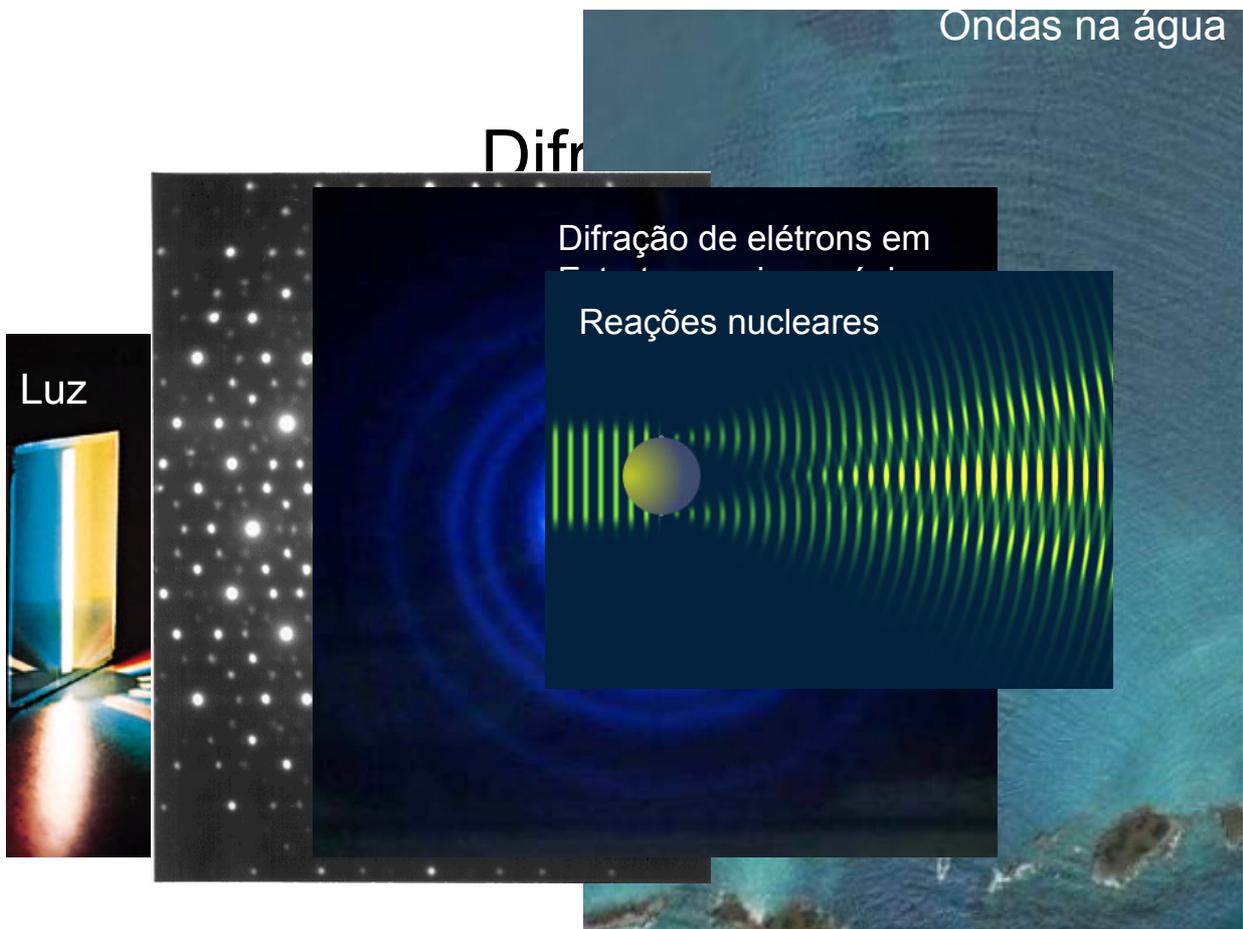
- Como um espectador, atrás de uma porta, por exemplo, é capaz de ouvir um som mas não é capaz de enxergar a pessoa falando?



## Explicando o fenômeno de difração

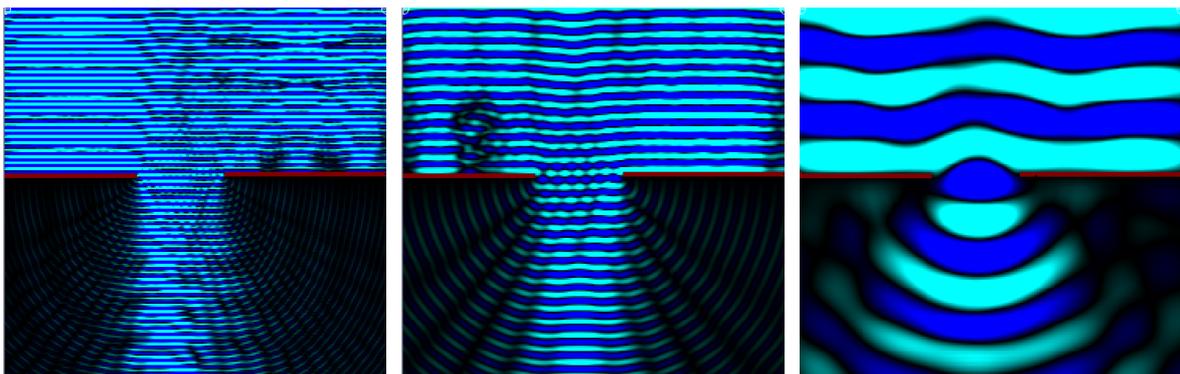
- Princípio de Huygens-Fresnel
  - Cada ponto de uma frente de onda (não obstruído) funciona como uma fonte emissora puntiforme, ou seja, esférica
  - A onda resultante consiste da superposição de todas as ondas esférica, levando em consideração a fase entre elas



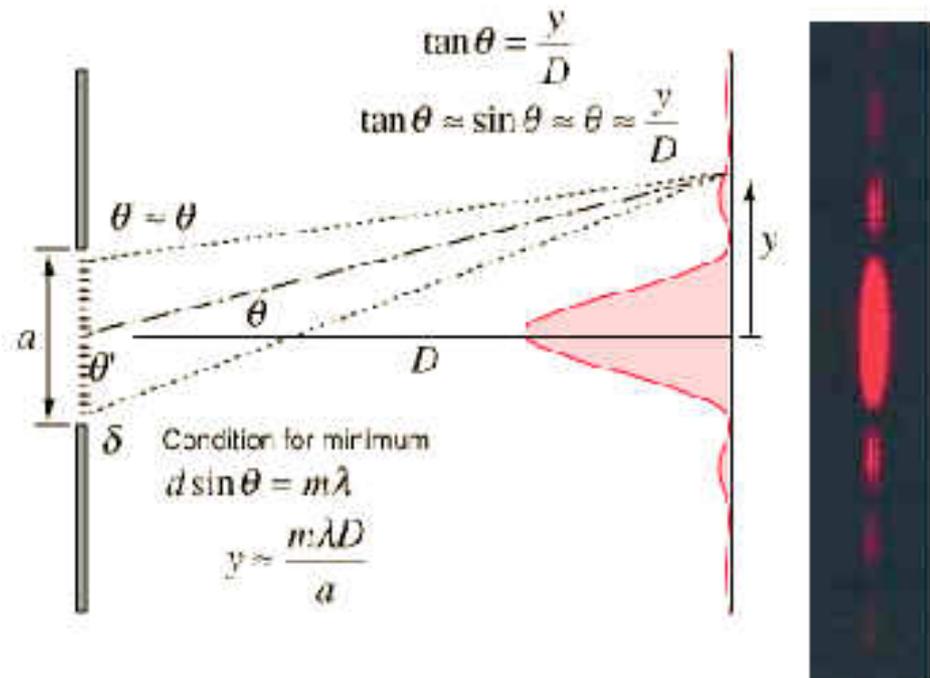


## Dependência das dimensões dos obstáculos

- Ondas de comprimento muito menor que as dimensões do obstáculo sofrem pouca difração
  - <http://sampa.if.usp.br/~suaide/applets/falstad/mirror1/ripple/>



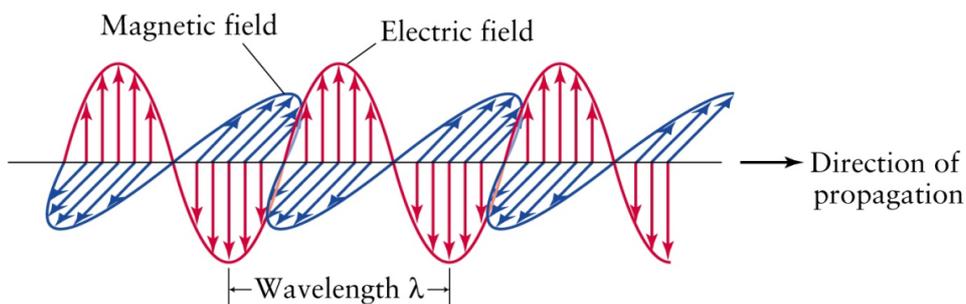
## Fenda Simples



**Questão 2: A partir das posições dos mínimos de difração e interferência, quais são os tamanhos e separação das fendas estudadas? Compare aos valores nominais.**

## Ondas transversais

- São aquelas nas quais as suas vibrações são perpendiculares à direção de propagação
- A luz é formada por um campo elétrico e magnético transversais e variantes no tempo

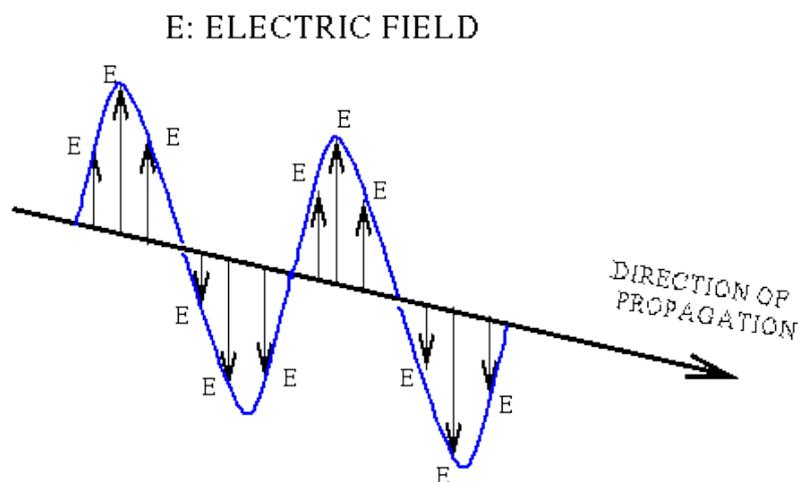


# Polarização

- Efeito característico de ondas transversais
- No caso da luz, a direção de polarização é aquela do campo elétrico
- Tipos de polarização:
  - Linear
  - Circular ou elíptica
  - Não polarizada

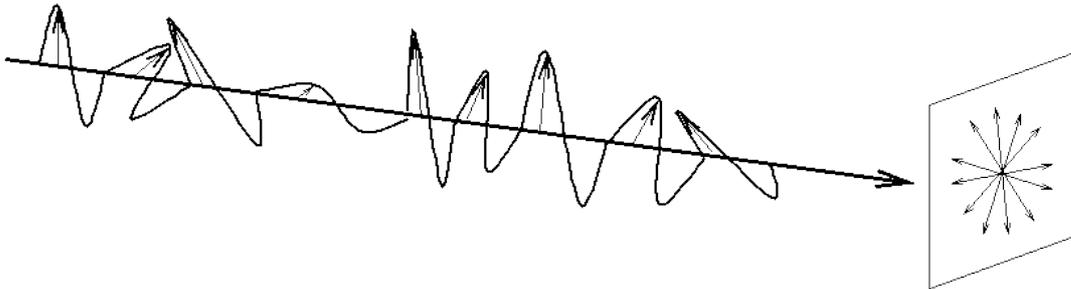
## Polarização linear

- É aquela na qual a direção do campo elétrico não se altera com o tempo, somente a sua intensidade



# Luz não polarizada

- Tanto a intensidade como a direção do campo elétrico variam de forma incoerente no tempo
- Contudo, podemos sempre escrever que o campo elétrico possui uma componente  $j$  e  $i$



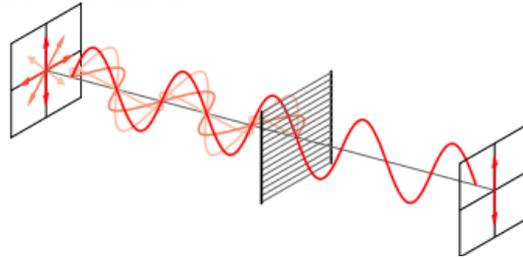
## O Polarizador



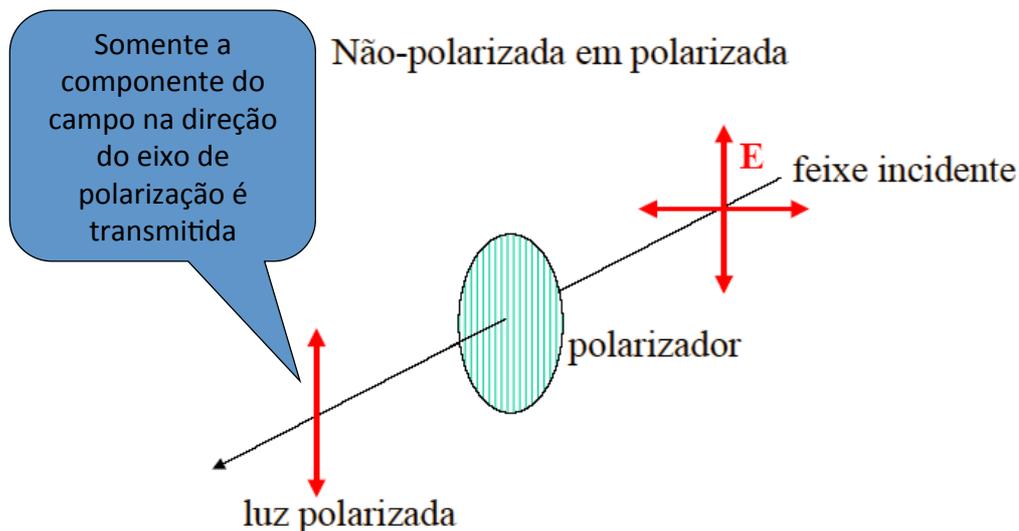
- Instrumento óptico capaz de polarizar a luz em uma dada direção pré-definida.
- Todo polarizador é caracterizado por um eixo de polarização
  - Este eixo representa a direção da componente do campo elétrico que será transmitida
- Vários tipos de polarizador
  - Absorção
    - Absorve a componente dos campos EM em uma dada direção
  - Birrefringentes
    - O índice de refração pode depender da polarização da luz
  - Reflexão
    - A luz refletida, dependente do ângulo, favorece a polarização em uma direção

# Polarizador por absorção

- O mais simples é o de grade de fios
  - O campo elétrico na direção dos fios faz com que os elétrons livres se movam. O movimento desses elétrons faz com que essa componente seja absorvida
- Dicroísmo
  - Alguns cristais possuem absorção diferente para cada componente da luz incidente, dependendo da estrutura da rede cristalina



## Efeito de um polarizador na luz



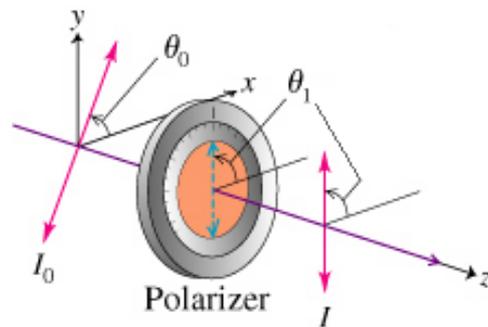
# Lei de Malus

- Lei de Malus
  - Polarizador colocado na frente de uma luz, com seu eixo em um ângulo  $\theta$  em relação ao campo elétrico incidente

$$E = E_0 \cos \theta$$

- Intensidade luminosa é proporcional ao quadrado do campo elétrico

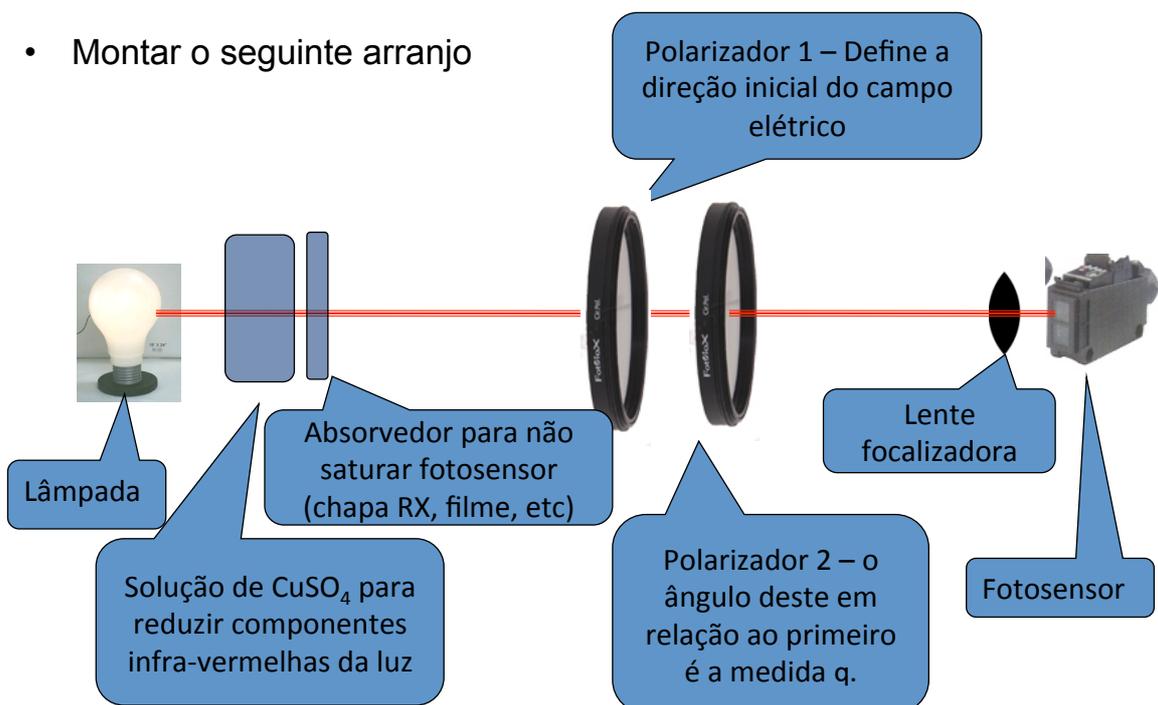
$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$



Questão 1

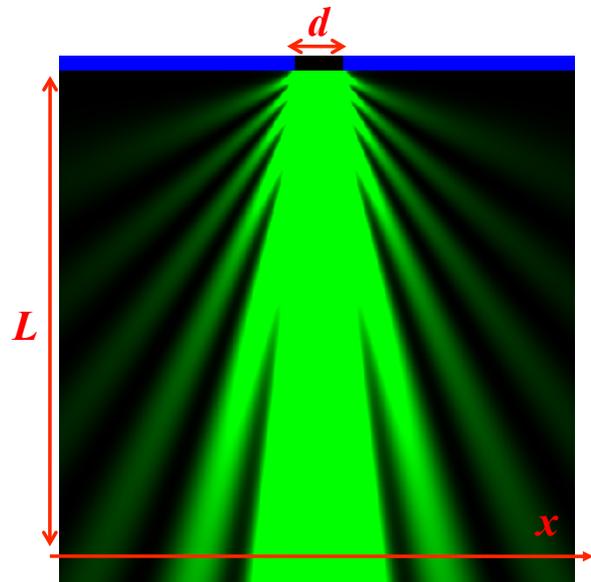
## Arranjo experimental: Lei de Malus

- Montar o seguinte arranjo



# O estudo de uma fenda simples

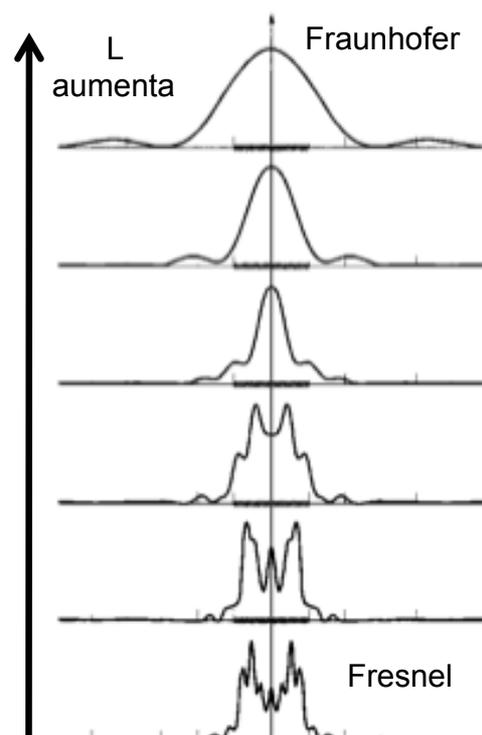
- Seja uma fenda de largura  $d$ , comparável com o comprimento de onda  $\lambda$ .
- Se colocarmos um anteparo a uma distância  $L$ , muito maior que  $d$  (difração de Fraunhofer), qual é a intensidade luminosa ao longo do eixo  $x$ ?



[http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel\\_diffraction](http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_diffraction)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Fraunhofer\\_diffraction](http://en.wikipedia.org/wiki/Fraunhofer_diffraction)

## Porque $L \gg d$ ?

- Dois limites
  - Difração de Fresnel
    - Próximo ao obstáculo
    - Cálculos complexos
      - Efeitos de borda importantes
  - Difração de Fraunhofer
    - Longe do obstáculo
    - Muito mais simples de calcular



# Generalizando a difração de Fraunhofer

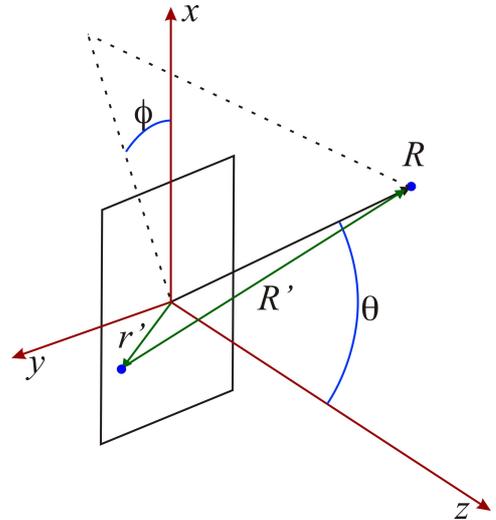
- Campo elétrico incidente no objeto

$$\hat{E} = E_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

por simplicidade

$$\hat{E} = E_0 e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

- Qual o campo elétrico no ponto R?



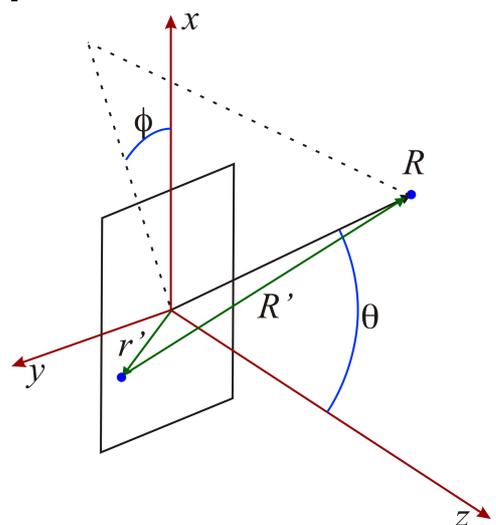
# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na posição R, o campo devido ao ponto em  $r'$  vale:

$$\hat{E}_{r'}(\vec{R}) = \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'}$$

- O campo total é dado por:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j\vec{k} \cdot \vec{R}'} dx dy$$

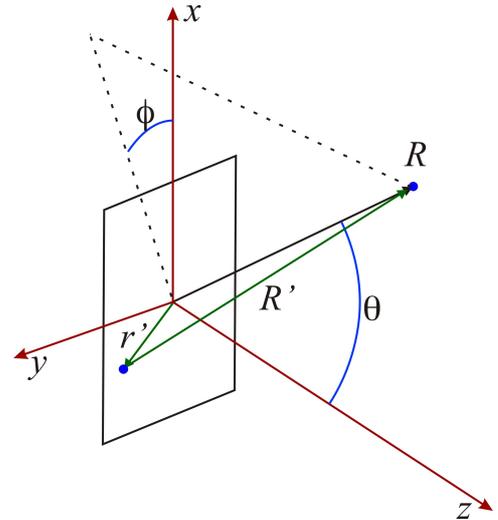


## Generalizando a difração de Fraunhofer

- Sabemos que, para grandes distâncias:

$$\vec{k} = k\hat{r}$$

$$\vec{R}' = \vec{R} - \vec{r} = R\hat{r} - \vec{r}'$$



- Assim:

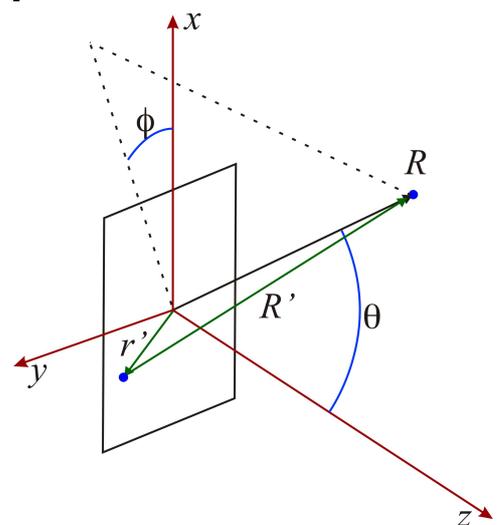
$$\hat{E}(\vec{R}) = \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{j(kR - \vec{k} \cdot \vec{r}')} dx dy$$

$$\hat{E}(\vec{R}) = e^{jkR} \int \frac{E_0(r')}{R'} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$

## Generalizando a difração de Fraunhofer

- Na condição de Fraunhofer

$$R' = R \text{ (módulo)}$$



- Assim:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$

# Generalizando a difração de Fraunhofer

- Quem é  $\vec{k} \cdot \vec{r}'$  ?

$$\vec{r}' = x\hat{x} + y\hat{y}$$

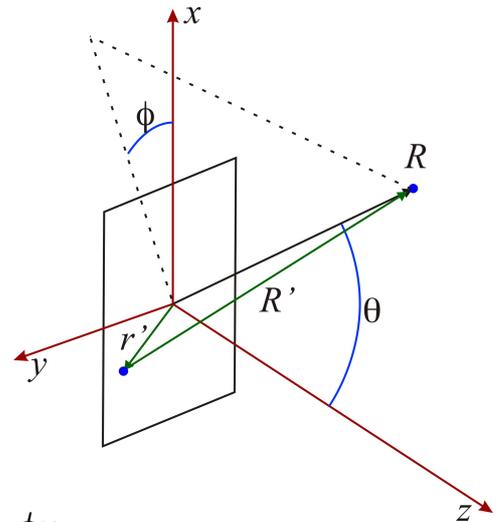
$$\vec{k} = k\hat{r} = (k \sin \theta \cos \phi)\hat{x} + (k \sin \theta \sin \phi)\hat{y} + (k \cos \theta)\hat{z}$$

- Assim:

$$\vec{k} \cdot \vec{r}' = k \sin \theta \cos \phi x + k \sin \theta \sin \phi y$$

- Definindo

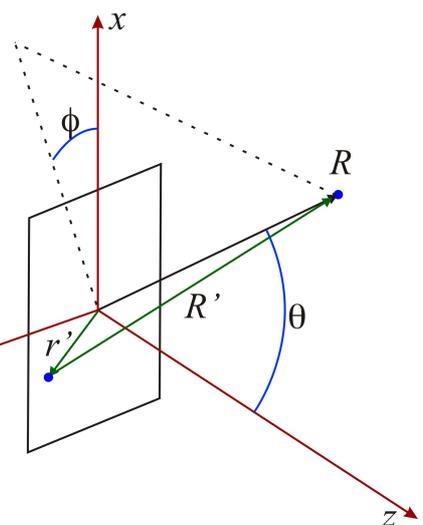
$$\begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases} \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r}' = k_x x + k_y y$$



# Generalizando a difração de Fraunhofer

- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(r') e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}'} dx dy$$



- Torna-se:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

# Lembrando: Séries de Fourier

- Transformada de Fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$
$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- No caso da difração de Fraunhofer

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

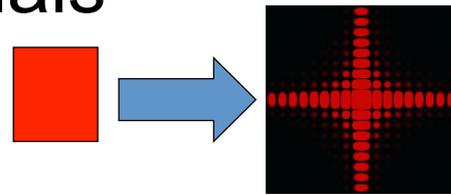
## Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

A transformada de Fourier se dá no campo elétrico. Contudo, medimos intensidade luminosa, que é proporcional a  $E^2$ .

# Freqüências espaciais



- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às componentes da T.F. para cada freqüência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(R_x, R_y) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$

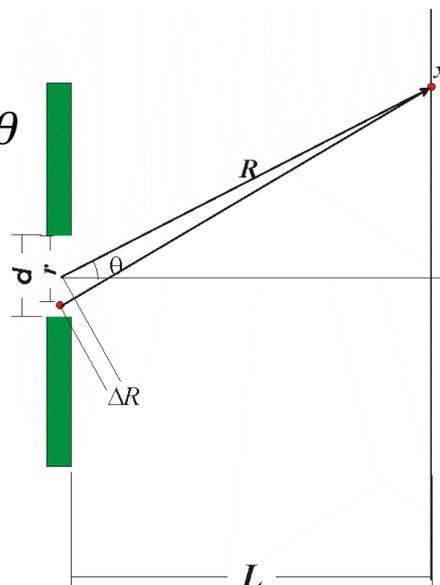
## O estudo de uma fenda simples em 1D

- O problema em 2D se resume a uma dimensão:

$$\phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi = k \sin \theta \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi = 0 \end{cases}$$

- O campo elétrico em um ponto x qualquer, distante da fenda vale:

$$\begin{aligned} \hat{E}(\vec{R}) &= \frac{e^{jkR}}{R} \int_{-d/2}^{d/2} E_0 e^{-jk_x x} dx \\ &= \hat{C} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-jk_x x} dx \end{aligned}$$



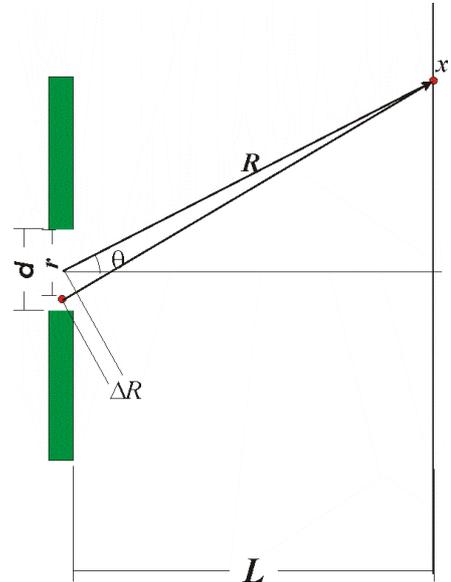
# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Ou seja

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{C} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-jk_x x} dx$$

- Que resulta em:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{C}}{jk_x} \left( e^{jk_x \frac{d}{2}} - e^{-jk_x \frac{d}{2}} \right)$$



# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Sabendo que:

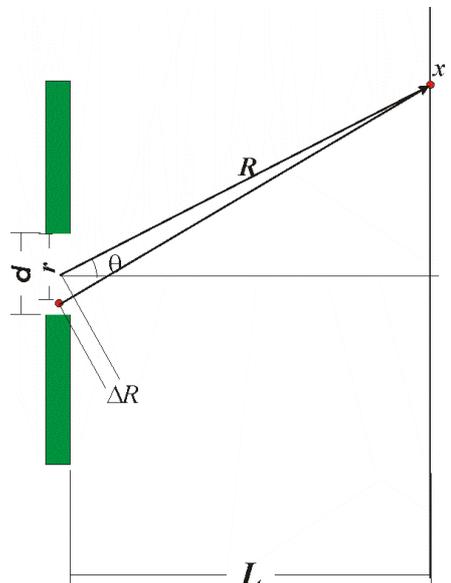
$$\sin \alpha = \frac{1}{2j} (e^{j\alpha} - e^{-j\alpha})$$

- Temos que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{\hat{D}}{k_x} \sin\left(\frac{k_x d}{2}\right)$$

- Lembrando que:

$$k_x = k \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta$$

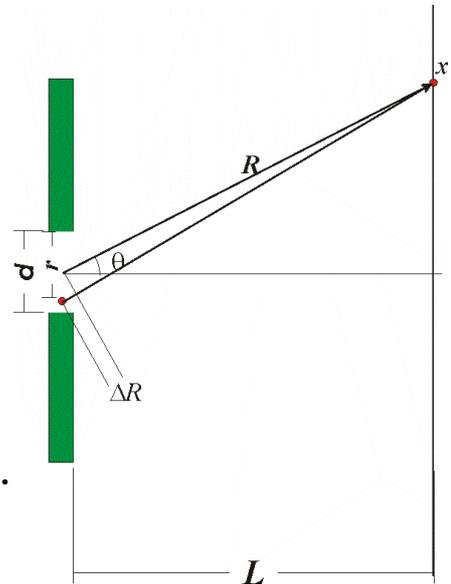


# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Com um pouco de manipulação, podemos escrever que:

$$\hat{E}(\vec{R}) = \hat{A} \frac{\sin(\beta)}{\beta}$$

$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta, \quad \hat{A} = \text{const.}$$

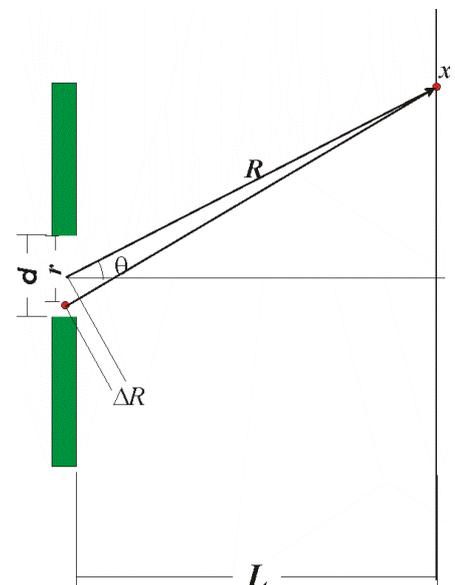


# O estudo de uma fenda simples em 1D

- Como a intensidade luminosa é proporcional ao quadrado do campo elétrico temos que:

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left( \frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

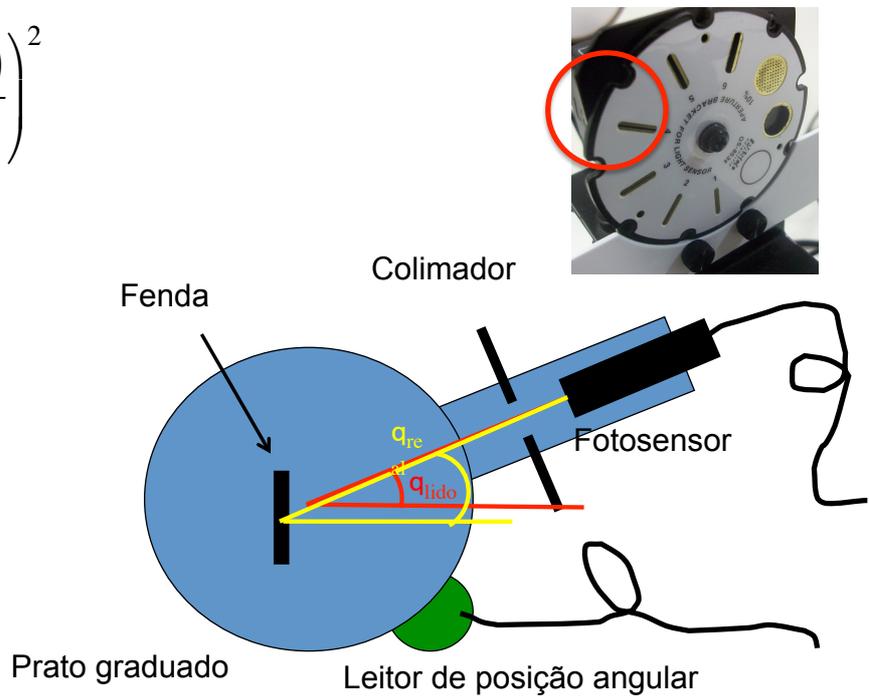
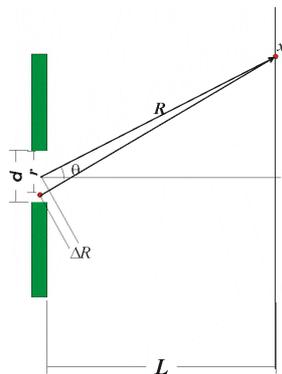
$$\text{com } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



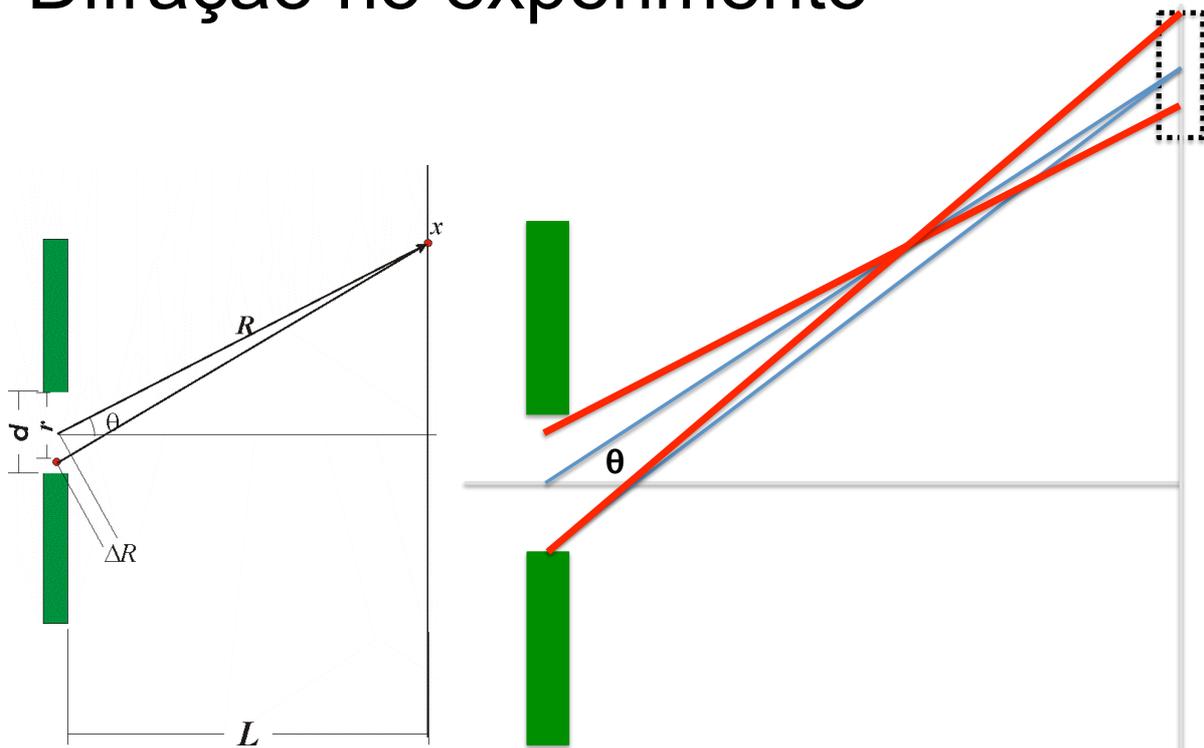
Existe alguma correção que deveria ser feita?

$$I \propto \hat{E}^2 = I_0 \left( \frac{\sin(\beta)}{\beta} \right)^2$$

com  $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$



## Difração no experimento

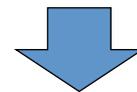


# Como implementar estas correções?

- Largura do colimador
  - Supondo que o colimador tenha uma abertura angular de  $\delta$ .
  - A luz medida no sensor corresponde à soma das intensidades sobre todos os ângulos entre  $\theta - \delta/2$  até  $\theta + \delta/2$ .

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin(b \sin \theta)}{b \sin \theta} \right)^2$$

$$b = \frac{\pi d}{\lambda}$$



$$I(\theta) = I_0 \int_{\theta - \delta/2}^{\theta + \delta/2} \left( \frac{\sin(b \sin \alpha)}{b \sin \alpha} \right)^2 d\alpha$$

**Como consideramos a abertura do detector na expressão teórica para a difração de uma fenda simples?**

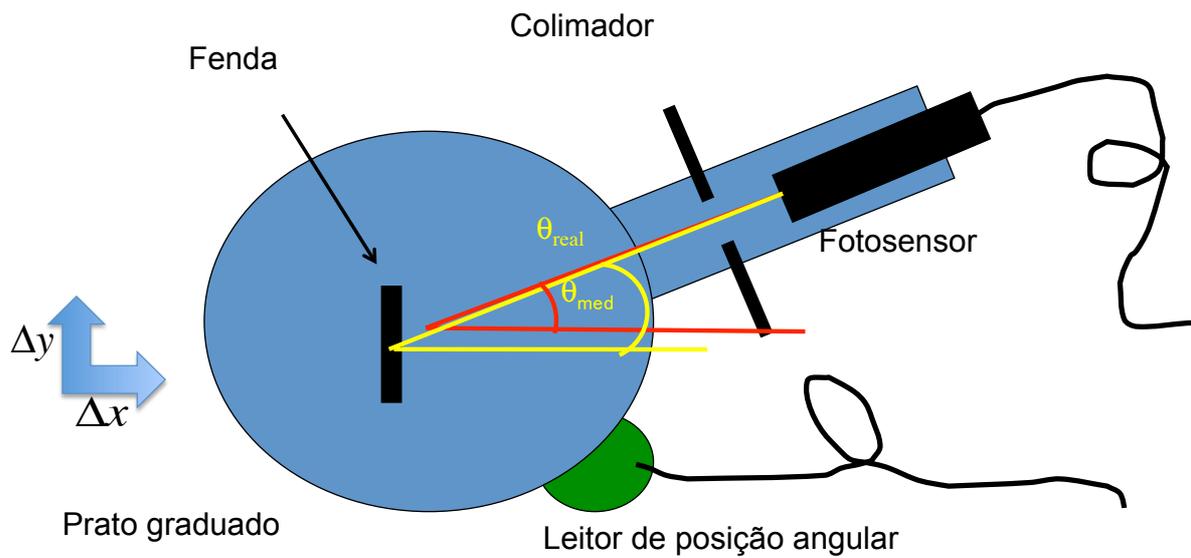
$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin(b \sin \theta)}{b \sin \theta} \right)^2$$

$$b = \frac{\pi d}{\lambda}$$

$$I(\theta) = I_0 \int_{\theta - \delta/2}^{\theta + \delta/2} \left( \frac{\lambda \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha \right)}{\pi d \sin \alpha} \right)^2 d\alpha =$$

$$= I_0 \left( \frac{\lambda}{\pi d} \right)^2 \int_{\theta - \delta/2}^{\theta + \delta/2} \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha \right)}{\sin \alpha} \right)^2 d\alpha$$

# Corrigindo a posição da Fenda



$$\operatorname{tg}(\theta_{real}) = \frac{L}{L + \Delta x} \operatorname{tg}(\theta_{med})$$

Para Correções apenas em x, o valor de  $\Delta y = 0$ , nesse exemplo

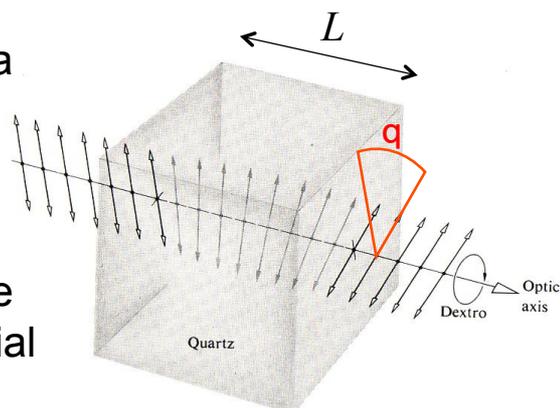
## Questão 4: Mudança de polarização da luz por uma solução de água + açúcar.

### Atividade Ótica

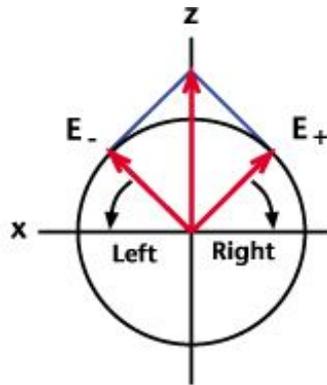
- Seja um material de espessura  $L$ .
- Qual o ângulo  $q$  de giro da polarização?
- Sendo  $b$  (rad/cm) a capacidade de rotação da polarização (constante)

$$\theta = \beta L$$

- A constante  $b$  depende da estrutura do material

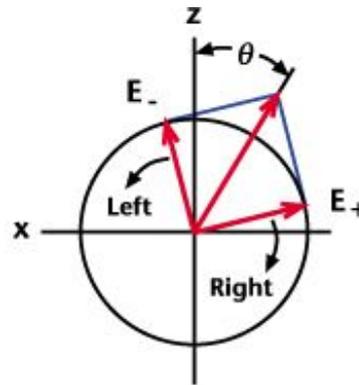


# Luz Linearmente Polarizada



Incident light

Polarização  
Vertical



Exiting light

Polarização  
Deslocada

## Objetivos da aula de hoje

- Estudar a atividade óptica de uma solução de açúcar

$$\theta = \beta L \quad \Rightarrow \quad \beta = \alpha C^\gamma \quad \Rightarrow \quad \theta = \alpha C^\gamma L$$

- No caso da solução de açúcar, a atividade óptica depende fortemente da concentração de açúcar na água

# Objetivos da aula de hoje

- Mostrar que a mudança na direção da polarização de um feixe linearmente polarizado depende:

$$\theta = \alpha C^\gamma L$$

- Linearmente da concentração de açúcar ( $\gamma = 1$ )
- Linearmente do comprimento de solução ( $L$ )
- Obter a constante de proporcionalidade ( $\alpha$ )

## Arranjo experimental

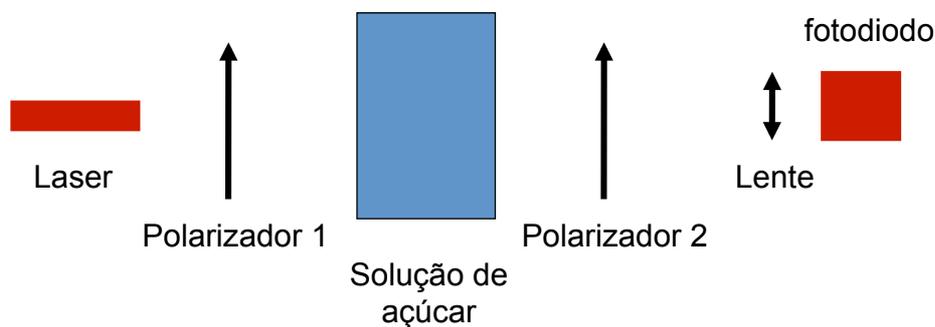
Solução de  
açúcar

- Montar o arranjo do laser + polarizador 1 + polarizador 2 + fotodiodo
- Girar o polarizador 2 até a intensidade no fotodiodo ser mínima ( $90^\circ$ )



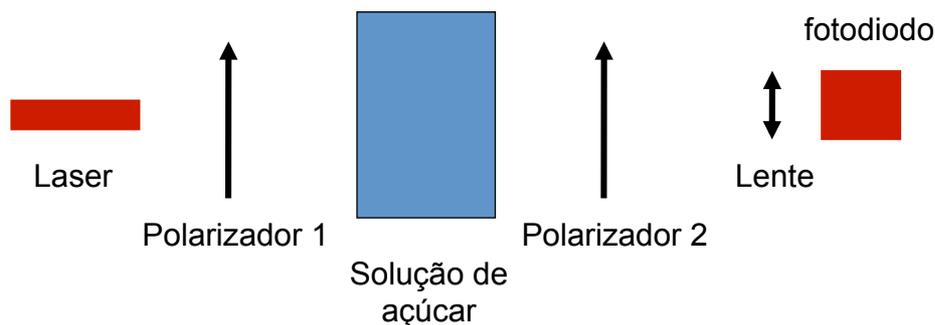
# Arranjo experimental

- Colocar a solução de açúcar
- Como a solução alterou a polarização, a intensidade no fotodiodo muda

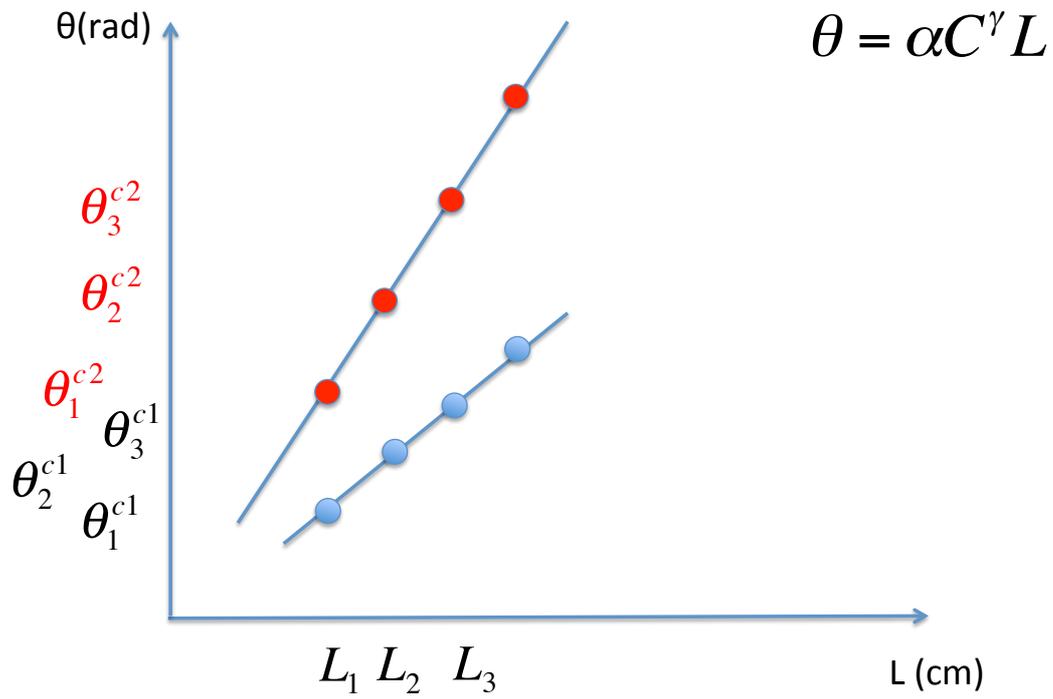


# Arranjo experimental

- Girar o polarizador 2 até que a intensidade volte a ser mínima
- Medir o quanto precisou girar o polarizador 2. Este é o ângulo  $q$ .



Variamos o L e obtemos o ângulo do vetor de Polarização



Variamos a Concentração para um valor de L " Fixo"

