

Capítulo 8

Escoamento Interno

PME2360 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR
PROF. DR. GUENTHER CARLOS KRIEGER FILHO
guenther@usp.br

Site LETE

<http://www.lete.poli.usp.br/PME2360.html>

Introdução

- Escoamento externo - Camada limite se desenvolve sem restrição de outra parede;
- Escoamento interno - Paredes impõem restrição à C.L.

8.1 Considerações Fluidodinâmicas

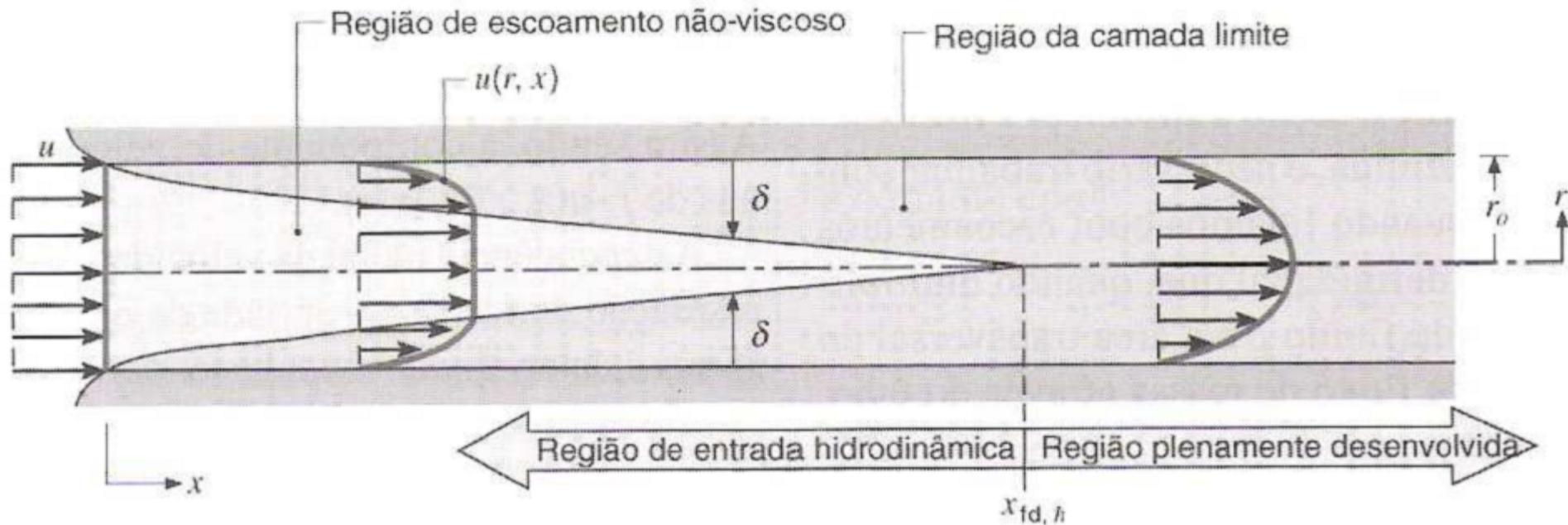


Figura 8.1: Desenvolvimento da C. L. fluidodinâmica laminar em um tubo circular

8.1 Considerações Fluidodinâmicas (*continuação*)

- Região de entrada;
- Comprimento de desenvolvimento $x_{cd,h}$
- Número de Reynolds:

$$Re \equiv \frac{\rho u_m D}{\mu} \quad (8.1)$$

onde D é o diâmetro do tubo e u_m é a velocidade média na seção, definida por:

$$\dot{m} = \int \rho u(r, x) dA = \rho u_m A \rightarrow u_m \equiv \frac{\int \rho u(r, x) dA}{\rho A} \quad (8.2)$$

8.1 Considerações Fluidodinâmicas (*continuação*)

- Transição laminar-turbulento:

$$Re_{D,c} \approx 2300 \quad (8.3)$$

- Comprimento de entrada

- Laminar

$$\left(\frac{x_{cd,h}}{D}\right)_{lam} \approx 0,05 Re_D \quad (8.4)$$

- Turbulento

$$10 \leq \left(\frac{x_{cd,h}}{D}\right)_{turb} \leq 60 \quad (8.5)$$

ou adota-se $x/D > 10$

8.2 Considerações Térmicas

- Escoamento do fluido num tubo com temperaturas diferentes - transferência de energia parede/fluido;
- Desenvolvimento da camada limite térmica.

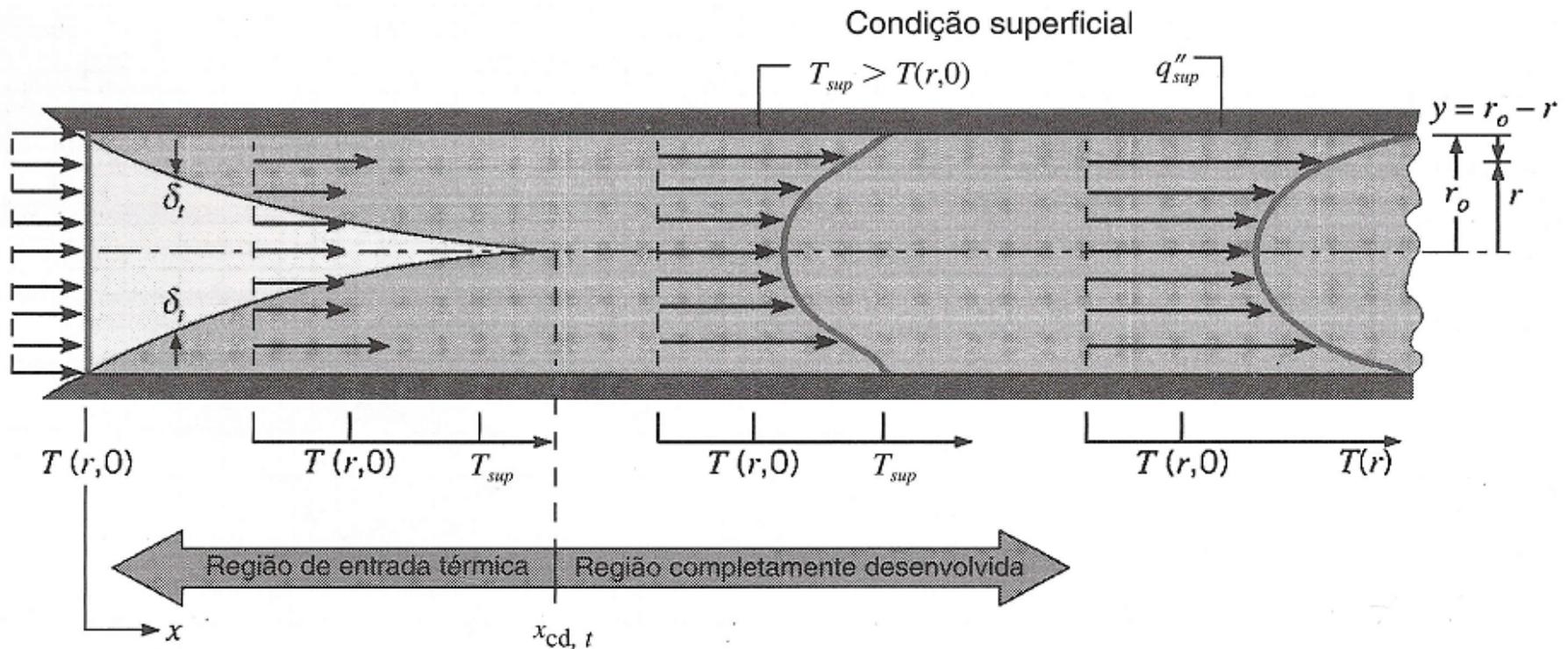


Figura 8.2: Desenvolvimento da C. L. térmica laminar em um tubo circular

8.2 Considerações Térmicas (*continuação*)

- Condição desenvolvida - forma do perfil não mais se altera - Comprimento de entrada:

$$\left(\frac{x_{cd,t}}{D}\right)_{lam} \approx 0,05 Re_D Pr \quad (8.6)$$

- Dependência de Pr :

- ar: $Pr < 1 \rightarrow x_{cd,h} > x_{cd,t}$

- óleos: $Pr > 1 \rightarrow x_{cd,h} < x_{cd,t}$ - velocidade desenvolvida para a C. L. térmica

- Escoamento turbulento - $x_{cd,t}$ independe de Pr e

$$x_{cd,t}/D = 10 \quad (8.7)$$

8.2.1 Temperatura Média

- Como não se pode definir uma temperatura fora da C.L., utiliza-se o conceito de *temperatura média* numa secção.
- A energia que cruza uma secção reta do tubo ou canal é:

$$\dot{E}_t = \int_{A_{sr}} \rho u c_v T dA_{sr} \quad (8.8)$$

define-se a temperatura média T_m tal que:

$$\dot{E}_t \equiv \dot{m} c_v T_m \quad (8.9)$$

$$T_m = \int_{A_{sr}} \rho u c_v T dA_{sr} / \dot{m} c_v \quad (8.10)$$

8.2.2 Lei de Resfriamento de Newton

$$q''_{sup} = h(T_{sup} - T_m) \quad (8.11)$$

- T_m é análoga a T_∞ entretanto:
 - T_m varia constantemente com x para haver T.C.
 - $\frac{dT_m}{dx} \neq 0$

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

- Se $q_{sup} \neq 0$ ou $T_{sup} = cte$, $\frac{dT_m}{dx}$ e $\frac{dT(r)}{dx} \neq 0$.
- Existe desenvolvimento ?
- Definindo:

$$T^* \equiv \frac{T_{sup} - T(r)}{T_{sup} - T_m} \quad (8.12)$$

verifica-se que

$$\frac{\partial T^*}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_{sup}(x) - T(r, x)}{T_{sup}(x) - T_m(x)} \right]_{cd,t} = 0 \quad (8.13)$$

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

- Desenvolvimento ocorre para $q''_{sup} = cte$ ou $T_{sup} = cte$
- Da condição de desenvolvimento (8.12) deriva:

$$T^* \neq g(x) \quad (8.14)$$

então a derivada na direção radial também independe de x :

$$\frac{\partial T^*}{\partial r} \neq f(x) \quad (8.15)$$

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

assim, na superfície do tubo:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_{sup} - T}{T_{sup} - T_m} \right) \Big|_{r=r_o} = \frac{-\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_o}}{T_{sup} - T_m} \neq f(x) \quad (8.16)$$

- Na superfície, por Fourier:

$$q''_{sup} = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = -k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_o} \quad (8.17)$$

substituindo em (8.16) resulta:

$$\frac{q''_{sup}/k}{T_{sup} - T_m} \neq f(x) \quad (8.18)$$

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

substituindo na *lei de resfriamento de Newton* (8.11):

$$\frac{h(T_{sup} - T_m)}{k(T_{sup} - T_m)} = \frac{h}{k} \neq f(x) \quad (8.19)$$

ou seja, no escoamento interno termicamente desenvolvido, $h = cte$

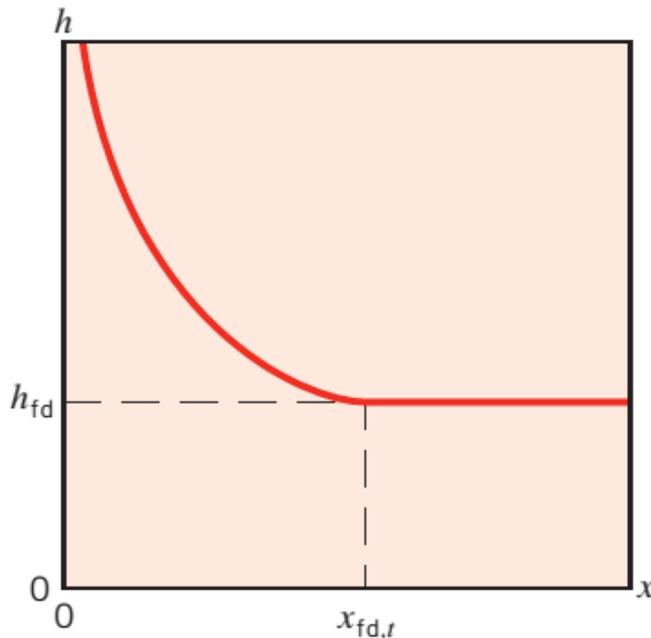


Figura 8.3: Variação axial do coeficiente de transferência de calor por convecção no escoamento em um tubo

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

- Assim, se $q''_{sup} = cte$, por (8.11) tem-se:

$$\left. \frac{dT_{sup}(x)}{dx} \right|_{cd,t} = \left. \frac{dT_m(x)}{dx} \right|_{cd,t} \quad (8.20)$$

resolvendo (8.12) para $\left. \frac{dT}{dx} \right|_{cd,t}$ chega-se a

$$\frac{\partial T(r, x)}{\partial x} = \frac{dT_{sup}(x)}{dx} - \frac{[T_{sup}(x) - T(r, x)]}{[T_{sup}(x) - T_m(x)]} \left[\frac{dT_{sup}(x)}{dx} - \frac{dT_m(x)}{dx} \right] \quad (8.21)$$

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

e com (8.20) tem-se:

$$\left. \frac{\partial T(r, x)}{\partial x} \right|_{cd,t} = \left. \frac{dT_m(x)}{dx} \right|_{cd,t} \quad (8.22)$$

de onde se conclui que o gradiente axial de $T(r, x)$ independe da posição radial, pois T_m não depende do raio. Falta determinar $\left. \frac{dT_m(x)}{dx} \right|_{cd,t}$

- Se, para outro caso, $T_{sup}(x) = cte$, pode-se também mostrar (por 8.21) que:

$$\left. \frac{\partial T(r, x)}{\partial x} \right|_{cd,t} = \frac{[T_{sup} - T(r, x)]}{[T_{sup} - T_m(x)]} \left. \frac{dT_m(x)}{dx} \right|_{cd,t}, \quad (8.23)$$

8.2.3 Condições Completamente Desenvolvidas

que depende da coordenada radial e, novamente, de $\left. \frac{dT_m(x)}{dx} \right|_{cd,t}$

Assim, tanto para fluxo constante, quanto para temperatura de parede constante, a evolução da temperatura $T(r, x)$ depende da temperatura média $T_m(x)$.

8.3 O BALANÇO DE ENERGIA

- Com o balanço de energia, determinam-se $T_m(x)$ e q_{conv}

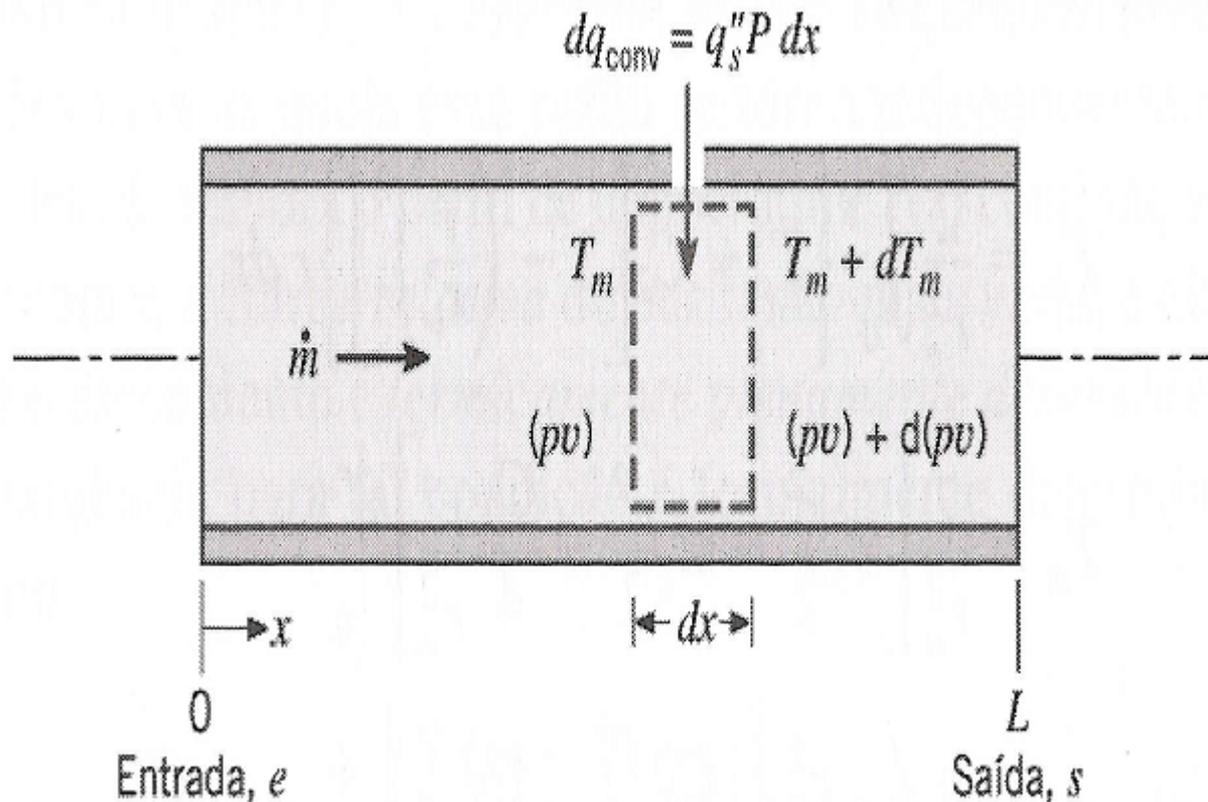


Figura 8.4: Volume de Controle para escoamento interno em um tubo

8.3.1 Equacionamento

- Considere o V.C. da figura e aplique a 1a. Lei da Termodinâmica, para regime permanente:

$$\begin{aligned} dq_{conv} + \dot{m}(c_v T_m + pv) \\ - [\dot{m}(c_v T_m + pv) + \dot{m} \frac{d(c_v T_m + pv)}{dx} dx] = 0 \end{aligned} \quad (8.24)$$

ou

$$dq_{conv} = \dot{m} d(c_v T_m + pv) = 0 \quad (8.25)$$

8.3.1 Equacionamento

- para líquidos incompressíveis vale $c_p = c_v$ e $d(pv) \ll d(c_v T_m)$. Então:

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p dT_m \quad (8.26)$$

- para gás ideal valem $pv = RT_m$ e $c_p = c_v + R$.

Então (8.25) torna-se:

$$dq_{conv} = \dot{m}d(c_v T_m + RT_m) = \dot{m}d(c_v T_m + (c_p - c_v)T_m) \quad (8.27)$$

8.3.1 Equacionamento

para $c_p = cte$ resulta

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p dT_m \quad (8.28)$$

Integrando-se para todo o tubo tem-se a Taxa Total de T.C. por Convecção:

$$q_{conv} = \dot{m}c_p(T_{m,s} - T_{m,e}) \quad (8.29)$$

- Esta taxa independe das condições térmicas na superfície do tubo.

8.3.1 Equacionamento

Escrevendo-se:

$$dq_{conv} = q''_{sup} P dx, \quad (8.30)$$

onde P é o perímetro da seção. Substituindo em (8.26) ou (8.28) resulta

$$q''_{sup} P dx = \dot{m} c_p dT_m \quad (8.31)$$

e então

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_{sup} P}{\dot{m} c_p} = \frac{P}{\dot{m} c_p} h (T_{sup} - T_m) \quad (8.32)$$

8.3.1 Equacionamento

- Se $(T_{sup} - T_m) > 0$ - calor é transferido para o fluido - $T_m \uparrow$;
- Se $(T_{sup} - T_m) < 0$ - calor é transferido do fluido - $T_m \downarrow$;
- Para tubo de seção constante: $\frac{P}{\dot{m}c_p} = cte$;
- Para região desenvolvida: $h = cte$;
- Se houver T.C., $(T_{sup} - T_m) \neq 0 \Leftrightarrow T_m = f(x)$, mesmo para $T_{sup} = cte$.

8.3.2 Fluxo Térmico na Superfície Constante

$$q_{conv} = q''_{sup}(PL) \quad (8.33)$$

Substituindo em (8.29) tem-se:

$$(T_{m,s} - T_{m,e}) = \frac{q''_{sup}(PL)}{\dot{m}c_p} \quad (8.34)$$

Mas por (8.32)

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q''_{sup}P}{\dot{m}c_p} = cte \quad (8.35)$$

8.3.2 Fluxo Térmico na Superfície Constante

e portanto

$$\frac{dT_m}{dx} \neq f(x) \quad (8.36)$$

Integrando-se para o tubo da entrada até uma posição x tem-se:

$$\int_{T_{m,e}}^{T_m(x)} = \frac{q''_{sup} P}{\dot{m} c_p} \int_0^x dx \quad (8.37)$$

e então

$$T_m(x) = T_{m,e} + \frac{q''_{sup} P}{\dot{m} c_p} x \quad q''_{sup} = \text{cte} \quad (8.38)$$

8.3.2 Fluxo Térmico na Superfície Constante

Observando-se a Lei do Resfriamento de Newton (8.11) e a variação de h com x tem-se

- Região de desenvolvimento,
 h alto $\rightarrow (T_{sup}(x) - T_m(x))$ menor;
- Região desenvolvida,
 h menor (e cte.) $\rightarrow (T_{sup}(x) - T_m(x))$ maior;

8.3.3 Temperatura de superfície constante

Define-se

$$\Delta T \equiv T_{sup} - T_m. \quad (8.39)$$

Substituindo-se em (8.32) tem-se

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d\Delta T}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p}h\Delta T. \quad (8.40)$$

Fazendo-se

$$\frac{dT_m}{\Delta T} = \frac{P}{\dot{m}c_p}hdx \quad (8.41)$$

8.3.3 Temperatura de superfície constante

e integrando-se entre a entrada e a saída do tubo tem-se:

$$+ \int_{\Delta T_e}^{\Delta T_s} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p} L \int_0^L \frac{h}{L} dx \quad (8.42)$$

$$\ln \left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e} \right) = -\frac{P}{\dot{m}c_p} L \left(\int_0^L \frac{h}{L} dx \right) = -\frac{P}{\dot{m}c_p} L \overline{h_L} \quad (8.43)$$

8.3.3 Temperatura de superfície constante

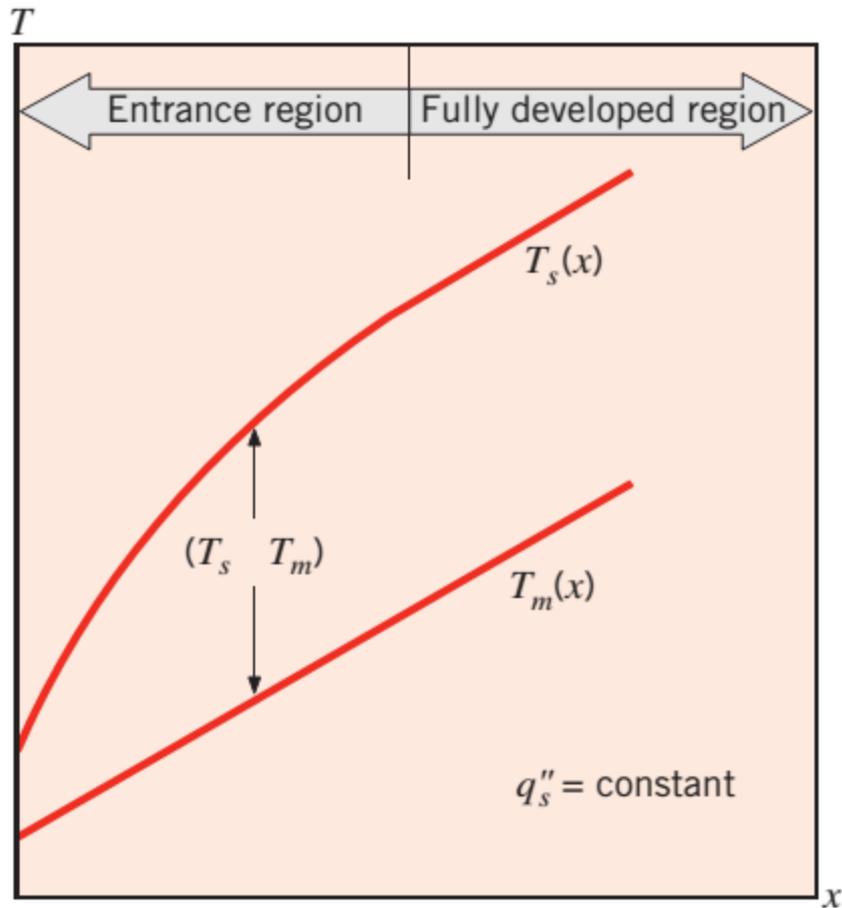
ou ainda

$$\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e} = \frac{T_{sup} - T_{m,s}}{T_{sup} - T_{m,e}} = \exp\left(-\frac{P}{\dot{m}c_p} L \overline{h_L}\right) \quad T_{sup} = \text{cte.} \quad (8.44)$$

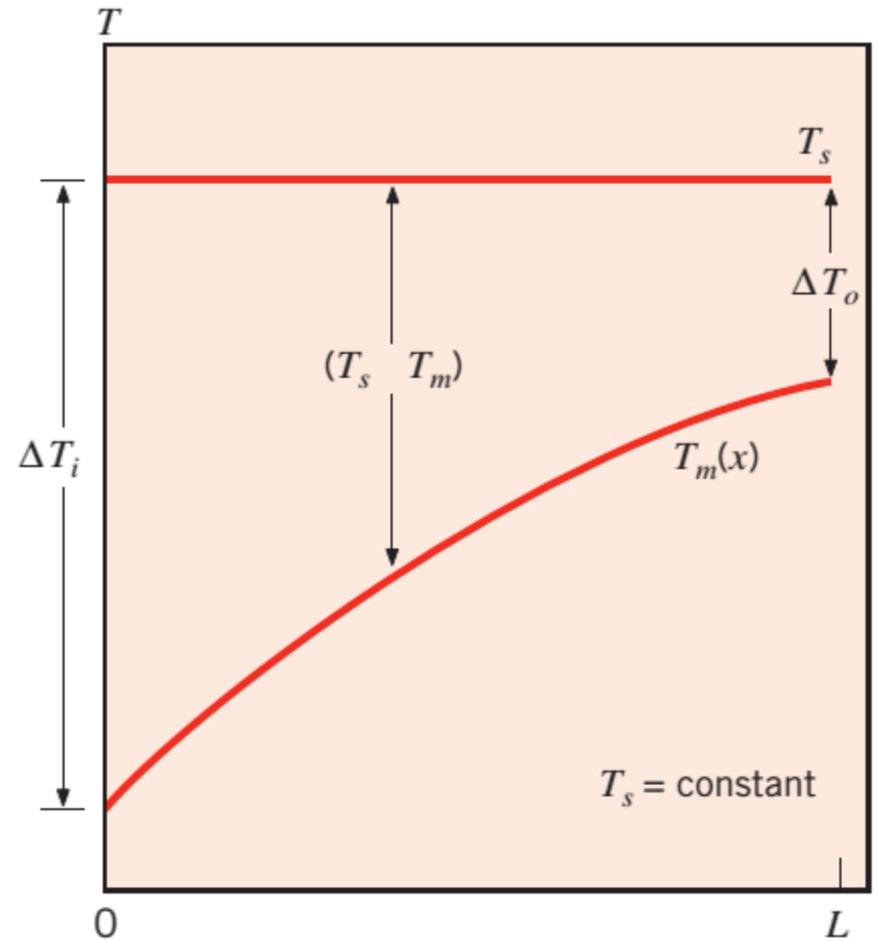
Integrando-se (8.41) somente até uma posição axial x , tem-se

$$\frac{T_{sup} - T_m(x)}{T_{sup} - T_{m,e}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p} \overline{h_x}\right) \quad T_{sup} = \text{cte.} \quad (8.45)$$

8.3.3 Temperatura de superfície constante



(a) Fluxo térmico na superfície constante



(b) Temperatura na superfície constante

Figura 8.5: Variações de temperatura axiais na transferência de calor em um tubo

8.3.3 Temperatura de superfície constante

Por esta expressão, vê-se que $(T_{sup} - T_m(x))$ diminui exponencialmente com a posição axial.

O calor transferido ao longo do tubo é determinado por:

$$q_{conv} = \dot{m}c_p(T_{m,s} - T_{m,e}) = \dot{m}c_p(T_{sup} + T_{m,s} - T_{sup} - T_{m,e}) \quad (8.46)$$

$$q_{conv} = \dot{m}c_p((T_{sup} - T_{m,e}) - (T_{sup} - T_{m,s})) \quad (8.47)$$

e então:

8.3.3 Temperatura de superfície constante

$$q_{conv} = \dot{m}c_p(\Delta T_e - \Delta T_s) \quad (8.48)$$

mas por (8.43),

$$\dot{m}c_p = -\frac{PL\overline{h}_L}{\ln\left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)} \quad (8.49)$$

então

$$q_{conv} = -PL\overline{h}_L \frac{(\Delta T_e - \Delta T_s)}{\ln\left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)} \quad (8.50)$$

mas $PL = A_{sup}$ e definindo-se a *Média logarítmica da diferença de temperatura*:

8.3.3 Temperatura de superfície constante

$$\Delta T_{lm} \equiv \frac{(\Delta T_e - \Delta T_s)}{\ln\left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)}, \quad (8.51)$$

tem-se o calor transferido por convecção:

$$q_{conv} = \bar{h} A_{sup} \Delta T_{lm} \quad (8.52)$$

-Em aplicações onde a temperatura do fluido externo é fixada (e não a T_{sup}), pode-se utilizar ainda a formulação acima, trocando-se T_{sup} por T_∞ e \bar{h} pelo Coeficiente Médio Global de T.C. (\bar{U}).

8.3.3 Temperatura de superfície constante

Assim:

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{m,s}}{T_\infty - T_{m,e}} = \exp\left(-\frac{A_s \bar{U}}{\dot{m} c_p}\right) \quad (8.53)$$

e

$$q = \bar{U} A_s \Delta T_{lm} \quad (8.54)$$

- Cálculo de \bar{U} foram mostrados no Cap. 3

8.3.3 Temperatura de superfície constante

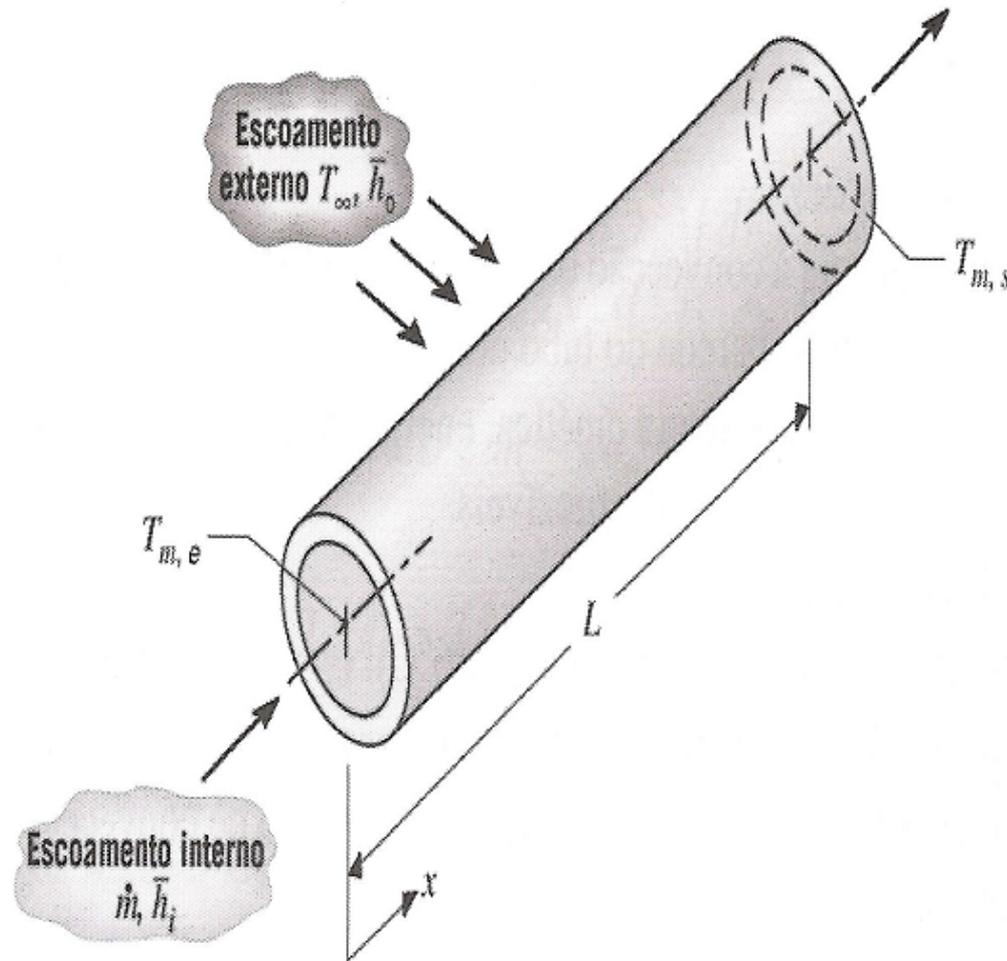


Figura 8.6: T.C. entre fluido em escoamento interno e fluido em escoamento externo em um tubo

8.4 CORRELAÇÕES DE ESCOAMENTO INTERNO

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

- Eq. da Energia, coord. cilíndricas, sem dissipação:

$$\underbrace{u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r}}_{\text{advecção}} = \underbrace{\frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)}_{\text{difusão}} \quad (8.55)$$

- Aproximações de Camada Limite Plenamente Desenvolvida

- $v = 0$; $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$

- Solução de $u(r)$:

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \quad (8.56)$$

onde u_m é a velocidade média na secção e pode ser calculada pelo fluxo mássico na entrada do tubo.

- Fluxo de Calor Constante

Para $q''_{sup} = cte$, observando-se a eq.(8.22) e a figura do desenvolvimento de $T_m(x)$ e $T_{sup}(x)$, para região plenamente desenvolvida, conclui-se que $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$. Substituindo-se (8.22) e (8.56) em (8.55) resulta:

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{2u_m}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \quad q''_{sup} = cte \quad (8.57)$$

Integrando-se duas vezes resulta

$$T(r, x) = \frac{2u_m}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \left[\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16r_o^2} \right] + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (8.58)$$

Condições de Contorno:

- em $r = 0$, $T(0, x)$ tem que ser finito e então $C_1 = 0$.
- em $r = r_o$, $T(r_o, x) = T_{sup}(x)$

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

$$T_{sup}(x) = \frac{2u_m}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \left[\frac{r_o^2}{4} - \frac{r_o^4}{16r_o^2} \right] + C_2 \quad (8.59)$$

e C_2 vale então

$$C_2 = T_{sup}(x) - \frac{2u_m}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \left[\frac{3r_o^2}{16} \right]. \quad (8.60)$$

Então, a distribuição de temperatura na região plenamente desenvolvida é dada por:

$$T(r, x) = T_{sup}(x) - \frac{2u_m r_o^2}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16} \left(\frac{r}{r_o} \right)^4 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \quad (8.61)$$

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

Utilizando a distribuição de velocidades (8.56) e temperatura (8.61) na expressão para a temperatura da mistura numa secção (8.10) resulta:

$$T_m(x) = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u_m^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \left(T_{sup}(x) - \frac{2u_m r_o^2}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \right) \left[\frac{2}{16} + \frac{1}{16} \left(\frac{r}{r_o} \right)^4 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] r dr, \quad (8.62)$$

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

que após algum algebrismo torna-se

$$T_m(x) = T_{sup}(x) - \frac{11}{48} \left(\frac{u_m r_o^2}{\alpha} \right) \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right), \quad (8.63)$$

ou ainda

$$T_m(x) - T_{sup}(x) = -\frac{11}{48} \left(\frac{u_m r_o^2}{\alpha} \right) \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right). \quad (8.64)$$

Utilizando-se $P = \pi D$, $\dot{m} = \rho u_m (\pi D^2 / 4)$ e a expressão (8.35) tem-se:

$$\begin{aligned} T_m(x) - T_{sup}(x) &= -\frac{11}{48} \left(\frac{\dot{m}}{\rho \pi \alpha} \right) \left(\frac{q_{sup}'' P}{\dot{m} c_p} \right) \\ &= -\frac{11 q_{sup}'' D}{48 k}. \end{aligned} \quad (8.65)$$

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

Combinando-se com a Lei de Resfriamento de Newton (8.11) resulta

$$T_m(x) - T_{sup}(x) = -\frac{q_{sup}''}{h} = -\frac{11 q_{sup}'' D}{48 k}, \quad (8.66)$$

de onde se obtém a correlação para escoamento laminar, plenamente desenvolvido, fluxo de calor na superfície constante, num duto de secção circular

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = \frac{48}{11} = 4.36 \quad q_{sup}'' = cte \quad (8.67)$$

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

- Temperatura de Superfície Constante

- Para o caso de Temperatura da superfície constante e escoamento plenamente desenvolvido, valem as aproximações de C.L. hidrodinâmica e para a C.L. térmica $(\partial^2 T / \partial x^2) \ll (\partial^2 T / \partial r^2)$.

- Substituindo-se na eq. da energia (8.55) o perfil de velocidade desenvolvido (8.56) e a expressão (8.23) tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{2u_m}{\alpha} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \left[\frac{T_{sup} - T}{T_{sup} - T_m} \right] \quad (8.68)$$

8.4.1 Região plenamente desenvolvida

-Pode-se mostrar que o Nu_D da solução da equação acima é:

$$Nu_D = 3.66 \quad T_{sup} = cte \quad (8.69)$$

Observe que a condutividade térmica deverá ser avaliada em T_m para eqs. (8.67) e (8.69).

8.4.2 A Região de Entrada

- Na região de entrada $u = u(r, x)$ e $T(r, x)$;
- Não valem as condições de desenvolvimento:
 $h = cte$ e expressões (8.22) e (8.23);

8.4.2 A Região de Entrada

Soluções para dois casos particulares:

- Caso 1: *Problema Térmico com Comprimento de Entrada*

Neste caso o perfil de velocidades é considerado desenvolvido. Esta aproximação é válida para:

- Escoamento com comprimento inicial sem transferência de calor;
 - Fluidos com número de Prandtl alto (ex. óleos).
- Caso 2: *Problema Combinado de Comprimento de Entrada*

Neste caso os perfis de velocidade e temperatura se desenvolvem simultaneamente.

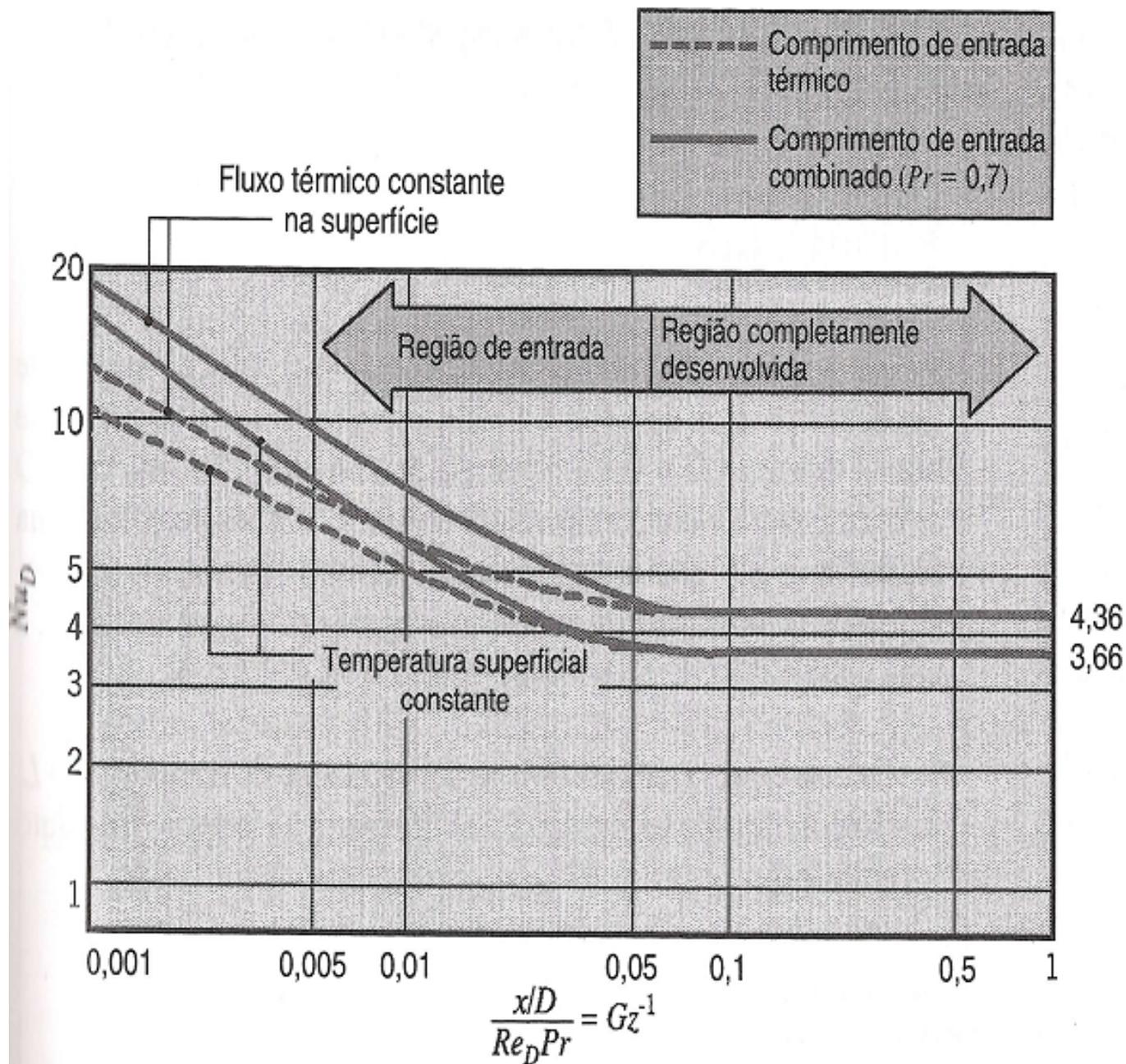


Figura 8.7: Nusselt na região de entrada em escoamento interno em um cilindro

8.4.2 A Região de Entrada

onde $\overline{Nu}_D \equiv \frac{\bar{h}D}{k}$.

- Correlação (de Sieder e Tate) para Caso 2, com Temperatura de Superfície constante:

$$\overline{Nu}_D = 1,86 \left(\frac{Re_D Pr}{L/D} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_{sup}} \right)^{0,14}, \quad (8.72)$$

válida para:

$$T_{sup} = cte$$

$$0,48 < Pr < 16.700 \text{ e}$$

$$0,0044 < \left(\frac{\mu}{\mu_{sup}} \right) < 9,75.$$

$$[Re_d Pr / (L/D)]^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_{sup}} \right)^{0,14} \geq 2.$$

8.4.2 A Região de Entrada

Para valores menores que 2, pode-se usar condições plenamente desenvolvidas (8.69).

Todas as propriedades, exceto μ_{sup} , devem ser avaliadas à $\overline{T_m} \equiv (T_{m,e} + T_{m,s})/2$.

8.5 Correlações - Escoamento Turbulento

- Nu local, turbulento, completamente desenvolvido em tubos lisos. Analogia de Chilton-Colburn:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{f/4}{2} = StPr^{2/3} = \frac{Nu_D}{Re_D Pr} Pr^{2/3}, \quad (8.73)$$

onde o fator de atrito f pode ser obtido do Diagrama de Moody ou correlação. Assim:

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \quad (8.74)$$

8.5 Correlações - Escoamento Turbulento

Esta expressão foi modificada por Dittus-Boelter para:

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^n, \quad (8.75)$$

onde para aquecimento $n = 0,4$ e para resfriamento $n = 0,3$. Faixa de aplicação:

$$0,7 \leq Pr \leq 160$$

$Re_D \geq 10.000$ e $\frac{L}{D} \geq 10$ e pequenas diferenças ($T_{sup} - T_m$). Propriedades avaliadas à T_m .

Para grandes diferenças ($T_{sup} - T_m$), usa-se Sieder e Tate:

$$Nu_D = 0,027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_{sup}} \right)^{0,14}. \quad (8.76)$$

8.5 Correlações - escoamento turbulento

Faixa de aplicação:

$$0,7 \leq Pr \leq 16.700$$

$Re_D \geq 10.000$ e $\frac{L}{D} \geq 10$. Todas as propriedades, exceto μ_{sup} , devem ser avaliadas à T_m

- As correlações anteriores podem ser usadas tanto para $T_{sup} = cte$ quanto $q''_{sup} = cte$;
- Podem ter erros de até 25%

8.5 Correlações - Escoamento Turbulento

- Existem correlações, mais recentes, mais precisas como a de Petukhov e Gnielinski:

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12,7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}, \quad (8.77)$$

onde o fator de atrito, para tubos lisos é dado pela correlação

$$f = (0,970 \ln(Re_D) - 1,64)^{-2} \quad 3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6 \quad (8.78)$$

8.5 Correlações - Escoamento Turbulento

A correlação (8.77) é válida para:

$0,5 \leq Pr \leq 2000$ e $3000 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$. Propriedades avaliadas à T_m .

As correlações (8.75), (8.76) e (8.77) podem ser usadas para estimar Nu_D . Neste caso, avaliar as propriedades à $\overline{T_m} \equiv (T_{m,e} + T_{m,s})/2$.

- *Número de Nusselt médio* ($\overline{Nu_D}$)

Como aproximação pode-se usar:

$$\overline{Nu_D} \approx Nu_{D,cd}, \quad (8.79)$$

com as propriedades avaliadas à T_m .

8.5 Correlações - Escoamento Turbulento

- Para metais líquidos correlações próprias devem ser usadas:

$$Nu_D = 4,82 + 0,0185Pe_D^{0,827} \quad q''_{sup} = cte \quad (8.80)$$

para $3,6 \times 10^3 < Re_D < 9,05 \times 10^5$ e
 $10^2 < Pe_D < 10^4$ e

$$Nu_D = 5,0 + 0,025Pe_D^{0,8} \quad T_{sup} = cte \quad (8.81)$$

para $Pe_D > 100$.

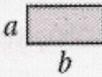
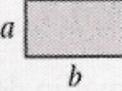
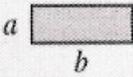
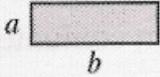
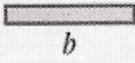
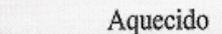
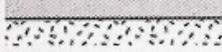
8.6 Correlações - Tubos não circulares

- Usar correlações com Diâmetro Hidráulico para Re_D e Nu_D .

$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P} \quad (8.82)$$

- Para escoamentos turbulentos $Re_{D_h} \geq 2300$ e $Pr \geq 0,7$ usar correlações de tubo circular.
- Para escoamentos laminares - soluções tabeladas para escoamento plenamente desenvolvido.

$$Nu_D \equiv \frac{hD_h}{k}$$

Seção Transversal	$\frac{b}{a}$	(q_s'' uniforme)	(T_s uniforme)	$f Re_{D_h}$
	—	4,36	3,66	64
	1,0	3,61	2,98	57
	1,43	3,73	3,08	59
	2,0	4,12	3,39	62
	3,0	4,79	3,96	69
	4,0	5,33	4,44	73
	8,0	6,49	5,60	82
	∞	8,23	7,54	96
 Aquecido	∞	5,39	4,86	96
 Isolado	∞	5,39	4,86	96
	—	3,11	2,47	53

Usado com permissão de W. M. Kays e M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1980.

Figura 8.8: Nusselt para diferentes seções transversais-escoamento laminar desenvolvido