



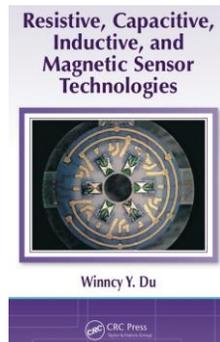
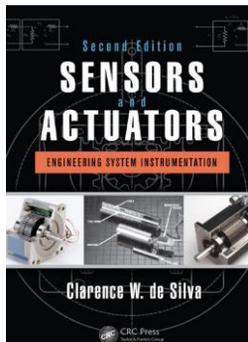
RESISTÊNCIA

Larissa Driemeier
Marcilio Alves
Rafael Moura
Tarcisio Coelho

LIVRO TEXTO



Essa aula é baseada nos livros:



RESISTÊNCIA E RESISTIVIDADE

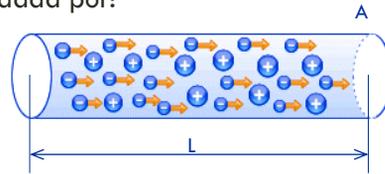


Resistividade elétrica (também resistência elétrica específica)

ρ é uma medida da oposição de um material ao fluxo de corrente elétrica. Quanto mais baixa for a resistividade mais facilmente o material permite a passagem de uma carga elétrica. Unidade: ohm metro (Ωm).

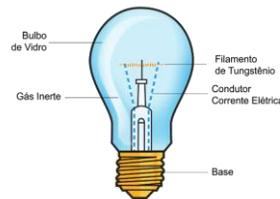
A **resistência elétrica R** de um dispositivo indica as propriedades de um objeto, componente ou corpo feito de determinado material, com dimensões e formato específicos. A resistência elétrica R, portanto, é dada por:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$



Material	Resistividade
Alumínio	0,029
Antimônio	0,417
Bronze	0,067
Chumbo	0,22
Cobre puro	0,0162
Constantan	0,5
Estanho	0,115
Grafite	13
Ferro puro	0,096
Latão	0,067
Mercúrio	0,96
Nicromo	1,1
Níquel	0,087
Ouro	0,024
Prata	0,0158
Tungstênio	0,055
Zinco	0,056

Quanto menor for a resistividade de um material, melhor condutor ele será. Assim, na tabela, vemos que o melhor condutor é a prata e o pior é o grafite.



<http://www.newtonbraga.com.br/>

SENSORES RESISTIVOS

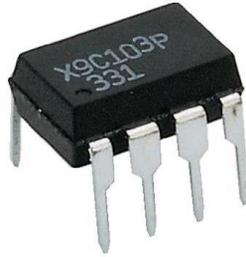
$$\frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial X} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial X} + \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial X} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial X}$$



- Sensores potenciométricos
 - Mudança de resistência devido a mudança de posição linear ou angular
- Sensores resistivos de temperatura (RTS)
 - Mudança da resistência causada por variação de temperatura (efeito termoresistivo)
- Sensores piezorresistivos
 - Resistência muda quando uma força é aplicada a um condutor piezorresistivo (efeito piezorresistivo)
- Sensores magnetorresistivos
 - Resistência muda na presença de um campo magnético externo (efeito magnetorresistivo)
- Sensores fotorresistivos
 - Diminuição da resistência quando a luz atinge um material fotocondutivo (efeito fotorresistivo)
- Sensores quimiorresistivos
 - Condutividade do material/solução se altera devido a reações químicas que alteram o número de elétrons ou concentração de íons.
- Sensores biorresistivos
 - Mudança na bioresistência, em proteínas ou células, induzida por variações estruturais e interações biológicas.

5



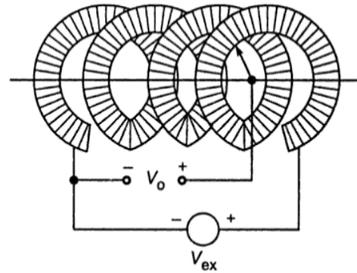
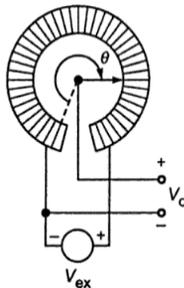
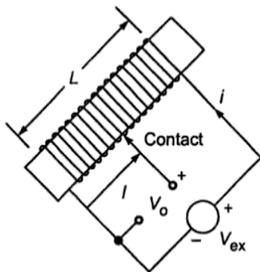


TIPOS

Linear



Angular



PROJETO



Linear

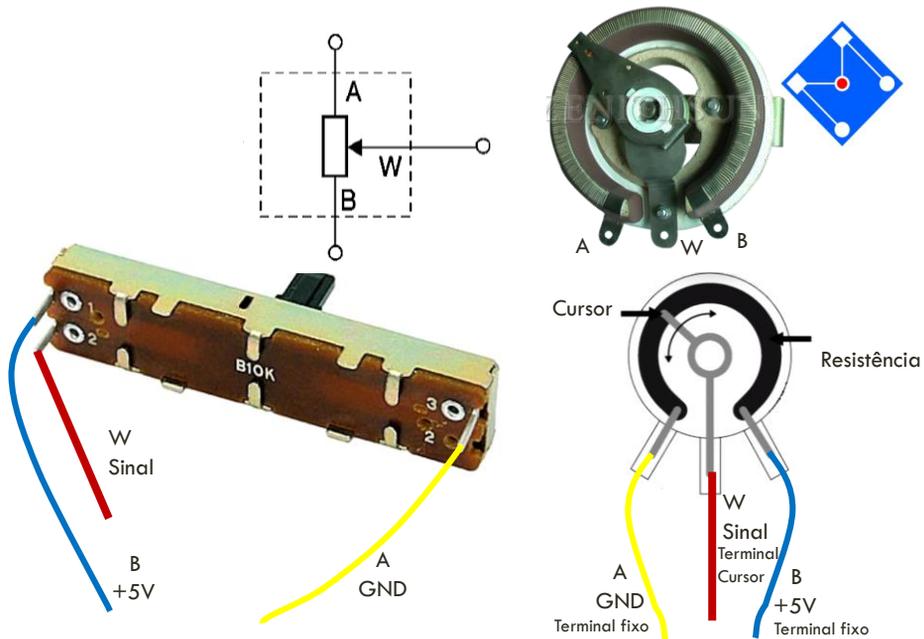
- Banhado a ouro para evitar a corrosão;
- Resistor de alta qualidade com baixo coeficiente de temperatura (estabilidade e evitar corrosão);
- Trilha com material de boa qualidade (vida longa e pouco ruído);
- Arruelas de pressão para evitar folgas;
- Ligado ao objeto que se move por rosca, chanfros ou mola.
- Verificar em projeto: comprimento de curso, valor de resistência, limitações de espaço, qualidade dos elementos, como conectar o sensor ao elemento móvel a ser medido.

Rotacional

- Single-turn: 0 a $\sim 240-330^\circ$ (acima 10% erro, mais econômicos)
- Multi-turn: 5,10,20,25 voltas – maior resolução (1%, controle fino, maior linearidade e estabilidade)
- Resistor de alta qualidade com baixo coeficiente de temperatura (estabilidade e evitar corrosão);
- Verificar em projeto: ângulo ou rotação a ser medido, valor de resistência, resolução.



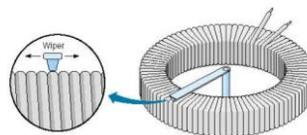
Potenciômetro	Vantagens	Desvantagens
Enrolamento Metálico	<ul style="list-style-type: none"> – Estabilidade com o tempo e ambiente – Baixo ruído em medições estáticas – Alta potência – Alta vida em operação 	<ul style="list-style-type: none"> – Faixa pequena de resistências – Baixa resolução
Cermet	<ul style="list-style-type: none"> – Estabilidade com o tempo e ambiente – Baixo ruído em medições estáticas e dinâmicas – Boa resposta em frequência 	<ul style="list-style-type: none"> – Ruído maior do que Plástico Condutor – Maior desgaste por abrasão no contato
Carbono	<ul style="list-style-type: none"> – Com grossos filmes de carbono são comparáveis aos Cermet na sua capacidade de absorver e dissipar o calor 	<ul style="list-style-type: none"> – Tempo de vida – Ruído
Plástico condutor	<ul style="list-style-type: none"> – Resolução infinita – Maior vida e menor ruído do que Cermet 	<ul style="list-style-type: none"> – Desempenho pior em relação ao Cermet quanto à umidade, temperatura, potência, corrente
Híbrido	<ul style="list-style-type: none"> – Qualidades do Enrolamento Metálico com qualidades do Plástico Condutor 	<ul style="list-style-type: none"> – Custo



ENTÃO

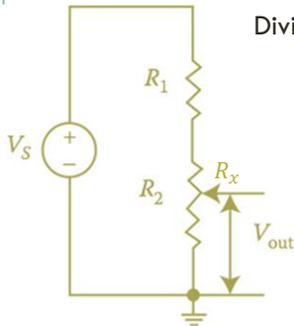


Determine a resolução de um transdutor linear de fio enrolado com 1000 voltas de material resistivo uniformemente distribuído pelo comprimento de 5cm.

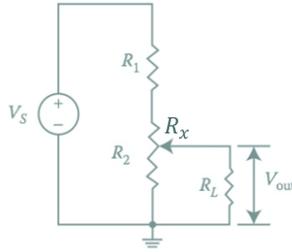


CIRCUITO

Divisores resistivos



$$V_{out} = \frac{R_2 - R_x}{(R_1 + R_2)} V_S$$



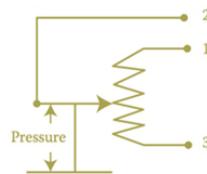
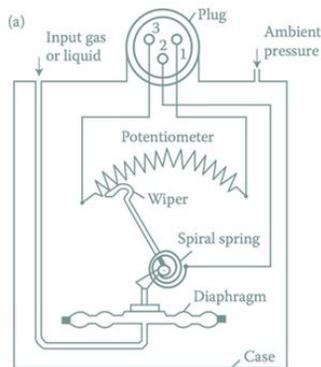
$$V_{out} = \frac{R_L(R_2 - R_x)}{R_1 R_L + R_2 R_L + (R_1 + R_x)(R_2 - R_x)} V_S$$



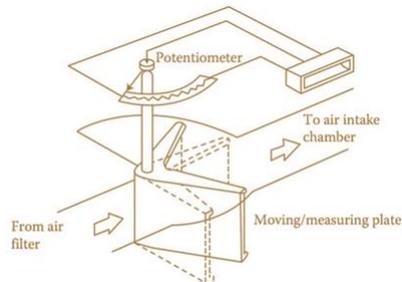
Símbolo

EXEMPLOS

Sensor de pressão Rotacional e Linear



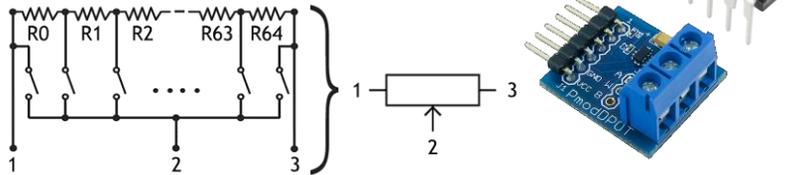
sensor de fluxo de ar

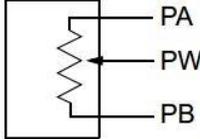


POTENCIÔMETRO DIGITAL



Um potenciômetro digital tem a mesma função que um potenciômetro normal, mas ao invés de ação mecânica, este usa os sinais digitais e os interruptores. Isso é feito por meio da utilização de uma série de pequenas resistências em série (*resistor ladder*). Após cada resistência, um interruptor eletrônico está presente. Apenas um interruptor está fechado e deste modo, o interruptor fechado determina a posição do "cursor", e a razão de resistência. A quantidade de resistências determina a resolução do pot digital.





$$R_{WA}(D_n) = \frac{(R_{AB})(256 - D_n)}{256} + R_W$$

$$R_{WB}(D_n) = \frac{(R_{AB})(D_n)}{256} + R_W$$

Where:

PA is the A terminal

PB is the B terminal

PW is the wiper terminal

R_{WA} is resistance between Terminal A and wiper

R_{WB} is resistance between Terminal B and Wiper

R_{AB} is overall resistance for pot (10 k Ω , 50 k Ω or 100 k Ω)

R_W is wiper resistance

D_n is 8-bit value in data register for pot number n

www.genotronex.com



MEDIDOR POTENCIOMÉTRICO DE GÁS

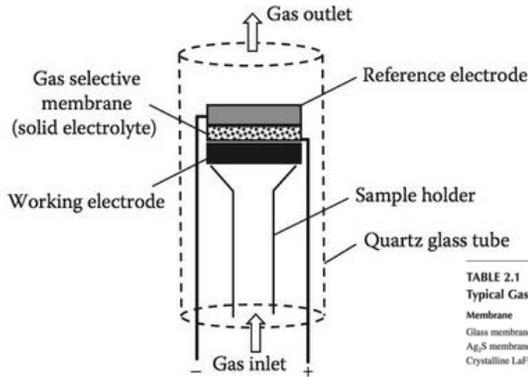


TABLE 2.1
Typical Gas Detection Membranes

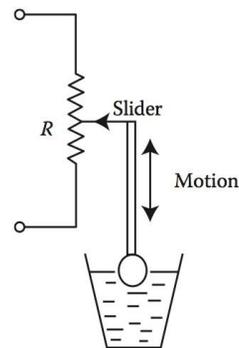
Membrane	Typical Gas to Be Detected
Glass membrane	CO ₂ , SO ₂ , NH ₃
Ag ₂ S membrane	HCN, H ₂ S
Crystalline LaF ₃ membrane	HF

Source: From Bunce, N., *CHEM723/CHEM 720 Fundamentals of Electrochemistry Lecture Notes*, University of Guelph, Ontario, Canada, Spring 2003. With permission.

EXERCÍCIO



Um sensor potenciométrico de medição do nível de água. A resistência muda linearmente de 0 a 2 k Ω com o nível de água, que se altera de 0 a 80mm. (A) Desenvolvam um circuito de medição para fornecer uma saída linear, de 0 a 10 V, com a variação de nível. (B) Se a saída do sensor é de 7,5 V, qual é o nível de água?



SOLUÇÃO...

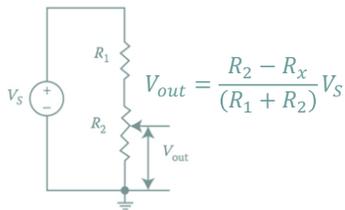


Define-se:

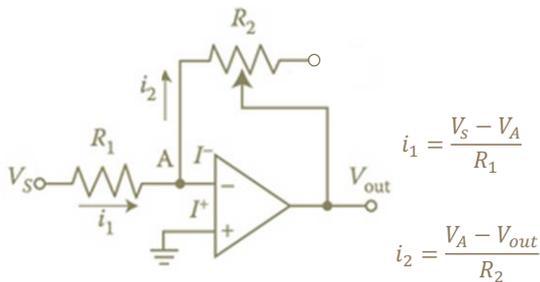
$V_s = 10V$ a voltagem de entrada

R_2 o potenciômetro

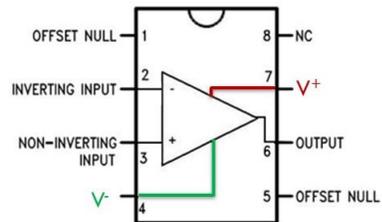
Porém, a voltagem de saída V_{out} não é linear com a variação da resistência R_2



Como resolver?!?!?!?!?



LM741 Pinout Diagram



R_1 é frequentemente escolhido igual ao máximo R_2 .

amp op ideal: $i_1 = i_2$ e $V_+ = V_-$



SENSIBILIDADE DA RESISTÊNCIA

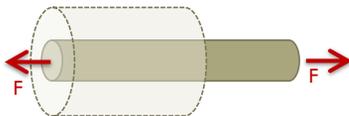
Lord Kelvin, em 1856, foi quem primeiro percebeu que condutores metálicos sujeitos a deformações mecânicas exibem mudança em sua resistência elétrica.



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Deformação altera a geometria de um condutor e, por consequência, sua resistência.

Mudança em A e L



$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}$$

Variações de resistividade (termo piezoresistivo)

Varição da área de seção transversal A se relaciona com a deformação transversal

$$\varepsilon_t \quad \frac{dA}{A} = \frac{2dD}{D} = 2\varepsilon_t$$

Varição do comprimento L se relaciona com a deformação axial do condutor ε_a

$$\frac{dL}{L} = \varepsilon_a$$

FATOR DE GANHO

GAGE FATOR (FATOR DE CALIBRAÇÃO)



$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \varepsilon_a - 2\varepsilon_t$$

$$\frac{dL}{L} = \varepsilon_a$$

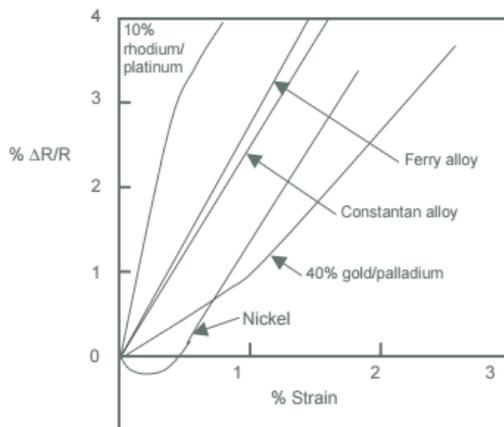
$$\frac{dA}{A} = \frac{2dD}{D} = 2\varepsilon_t$$

Coeficiente de Poisson: $\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1 + 2\nu)\varepsilon_a$$

$$GF = \frac{dR/R}{\varepsilon_a} = \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon_a} + (1 + 2\nu)$$

$$1 \leq GF \leq 2$$



Gauge Factor and Ultimate Elongation for Several Materials

Material	Gauge Factor (GF)		Ultimate Elongation (%)
	For Low Strain	For High Strain	
Copper	2.6	2.2	0.5
Constantan	2.1	1.9	1.0
Platinum	6.1	2.4	0.4
Silver	2.9	2.4	0.8
40% Gold/palladium	0.9	1.9	0.8

Source: From Craig, J.I., *AE3145 Resistance Strain Gage Circuits, Course Materials*, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2000. With permission.

Fonte: livro texto

EXEMPLO



Um sensor tem $GF=2,0$ e resistência de 120Ω é usado para medir a deformação de uma estrutura de alumínio. Encontre dR quando a estrutura está sujeita a

- A. 5μ de deformação
- B. $5m$ de deformação

Respostas:

$0,0012\Omega$ (0,001%)

$1,2\Omega$ (1%)

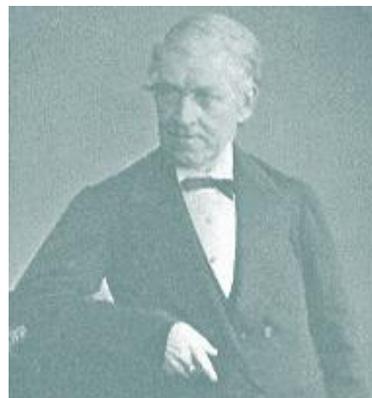
PONTE DE WHEATSTONE



Variações de resistência de um extensômetros são pequenas

Em 1843, Sir Charles Wheatstone projetou um circuito em ponte que capaz de medir pequenas variações de resistência elétrica [baseado no trabalho de Samuel Hunter Christie, 1833].

O circuito pode ser montado com um ou mais de seus resistores sendo strain gages, de forma a se obter uma voltagem e_{out} que indique a deformação imposta ao sensor



PRINCÍPIO DA PONTE



Considera-se a ponte de Wheatstone em sua forma mais simples. Um voltímetro (com altíssima impedância, $i_v = 0$) mede a diferença de potencial entre os nós B e D, isto é, a voltagem de saída da ponte.

$$e_{BC} = i_1 R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_i \quad \text{e} \quad e_{DC} = i_3 R_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e_i$$

Portanto, a voltagem de saída da ponte,

$$e_0 = e_B - e_D$$

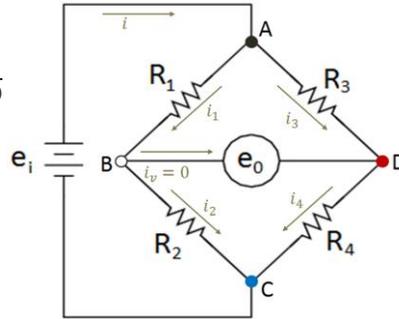
$$e_0 = \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] e_i \quad \text{ou} \quad \frac{e_0}{e_i} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

Ou ainda,

$$\frac{e_0}{e_i} = \frac{R_2/R_1}{1 + R_2/R_1} - \frac{R_4/R_3}{1 + R_4/R_3}$$

Diz-se que a **ponte está em equilíbrio** quando:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} = r \quad \text{Portanto, } R_1 R_4 = R_2 R_3$$



Supondo-se a ponte em equilíbrio... Se cada resistência variar um valor ΔR_i , o equilíbrio da ponte é desfeito e surge uma voltagem de saída diferente de zero, de modo que,



$$\Delta e = e_0 = \frac{(R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3) - (R_1 + \Delta R_1)(R_4 + \Delta R_4)}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4)} e_i$$

$$\Downarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{1}{r}$$

$$e_0 = \frac{r}{(1+r)^2} \left(-\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) (1-\eta) e_i$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_1}{R_1} + r \left[\frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]}$$

a tensão de desequilíbrio, apesar de proporcional, não é uma função linear da variação das resistências

APLICAÇÃO DA PONTE

INCIALMENTE EM EQUILÍBRIO



O princípio básico da ponte pode ser aplicado de duas maneiras diferentes:

1. Método da deflexão: a mudança de pelo menos uma das resistências irá desbalancear a ponte e aparecerá uma voltagem $e_0 \neq 0$. Portanto, a mudança de voltagem lida é uma indicação de mudança de resistência;
2. Método nulo: um dos resistores deve ser manualmente ajustável. Por exemplo, se R_1 muda e causa variação de voltagem, R_2 pode ser manualmente ajustado até que seu efeito cancele aquele de R_1 e a ponte retorne à posição de equilíbrio.

Ambos os métodos podem ser utilizados. No método da deflexão, um medidor calibrado é necessário. Se a excitação e_i variar um erro é introduzido, já que o medidor mede a variação de e_0 . A vantagem é que a resposta é praticamente instantânea com relação à entrada. O método nulo, por outro lado, requer balanceamento de resistores e, portanto, não é imediato.

BALANCEAMENTO DA PONTE



A teoria da ponte de Wheatstone é relativamente simples. Porém, **equilibrar uma ponte não é trivial**.

Uma prática comum com instrumentação moderna é operar o circuito da ponte em modo desbalanceado.

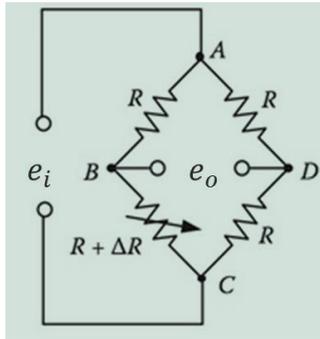
Por exemplo, considerando-se a variação de 1 resistor (1/4 de ponte), tem-se:

$$\left[\frac{e_0}{e_i} \right]_0 = \frac{R_2}{R_1+R_2} - \frac{R_4}{R_3+R_4} \quad \left[\frac{e_0}{e_i} \right]_1 = \frac{R_2+\Delta R_2}{R_1+R_2+\Delta R_2} - \frac{R_4}{R_3+R_4}$$

$$\left[\frac{e_0}{e_i} \right]_1 - \left[\frac{e_0}{e_i} \right]_0 = \Delta \left[\frac{e_0}{e_i} \right] = \frac{R_2+\Delta R_2}{R_1+R_2+\Delta R_2} - \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

Para todas as resistências iguais, tem-se $R_1 = R_2 = R$ e $\Delta R_2 = \Delta R$, de modo que:

$$\Delta \left[\frac{e_0}{e_i} \right] = \frac{\Delta R}{4(R+\Delta R/2)}$$



$$e_o = \frac{\Delta R}{4(R + \Delta R/2)} e_i$$

claramente não linear!!!
para variações de resistência muito menores do que a resistência do dispositivo:

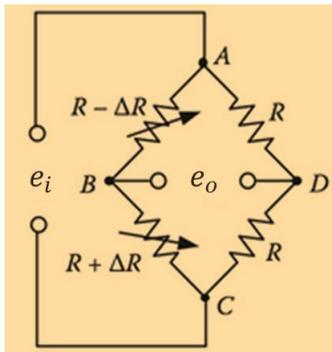
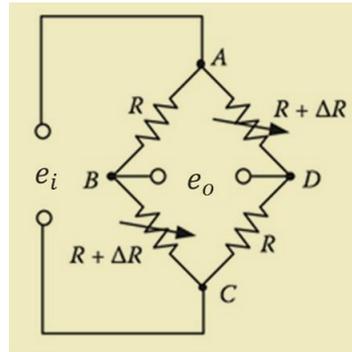
$$e_o = \frac{\Delta R}{4R} e_i$$

Sem Compensação
Baixa Sensibilidade
Baixa Linearidade
Simplicidade



$$e_o = \frac{\Delta R}{2(R + \Delta R/2)} e_i$$

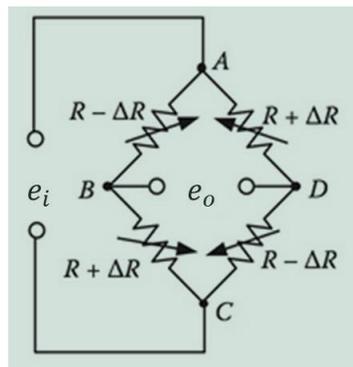
Sem Compensação
Maior Sensibilidade
Baixa Linearidade



$$V_{out} = \frac{\Delta R}{2R} V_{ex}$$



$$V_{out} = \frac{\Delta R}{R} V_{ex}$$



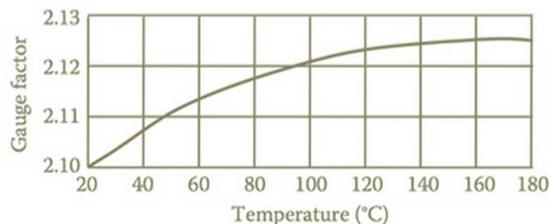
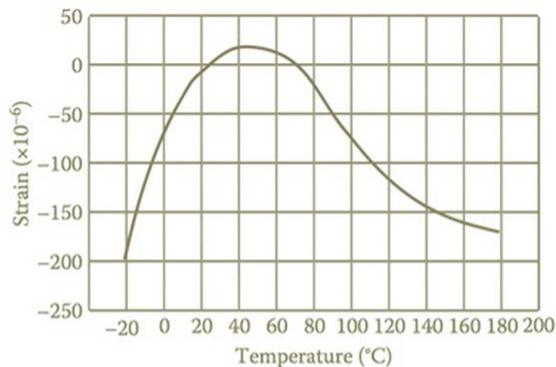
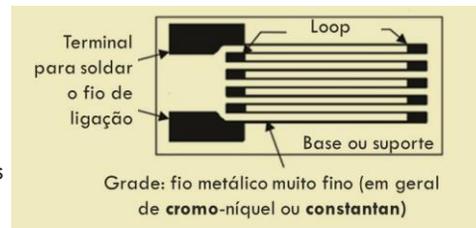
EXTENSÔMETROS



Um metal muito fino ($2-5\mu\text{m}$ de espessura) é depositado sobre um suporte ($10-30\mu\text{m}$ de espessura, usualmente de epóxi, policarbonato ou poliamida). Ao se deformar longitudinalmente, o valor da resistência varia de forma conhecida, indicando, a deformação da superfície. Existem dois valores padronizados de resistência: $120\ \Omega$ e $350\ \Omega$.

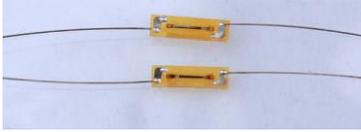
Suas vantagens são a melhor dissipação de calor, sensibilidade transversal desprezível, flexibilidade, compensação de creep.

As desvantagens são relacionadas ao limite de temperatura, devido às propriedades do material e adesivos.



Fonte: livro texto

EXTENSÔMETROS COM SEMI-CONDUTORES



Semicondutor, geralmente silício ou germânio, com impurezas de modo a obter um tipo - n (GF negativo) ou tipo - p (GF positivo).

Os strain gages semicondutores foram inventados nos Laboratórios da Bell Telephone Company nos anos 50. No início da década de 70 os primeiros extensômetros semicondutores foram aplicados na indústria automobilística. Diferente dos sensores metálicos, os extensômetros semicondutores utilizam o efeito piezo-resistivo do silício ou germânio.



Alta sensibilidade (sinal de 25 a 50 vezes maior);
Valores de resistência elevados;
Tamanho reduzido;
Longa vida à fadiga.

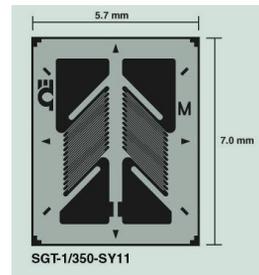
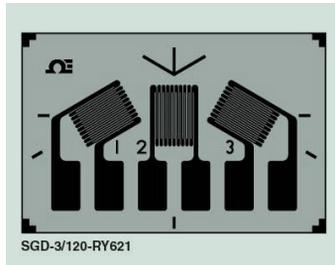
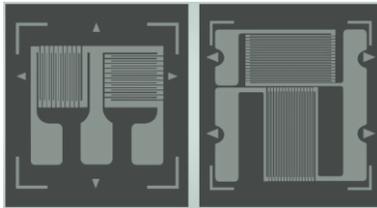
Sensíveis à variação de temperatura;
Forte tendência de drift;
Desvio de linearidade;
Custo.



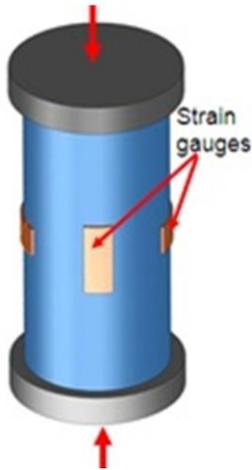
TABLE 2.15
Typical GF Range of Main Types of Strain Gauges

Type of Strain Gauge	Gauge Factor (GF)
Metal foil	1 ~ 5
Thin-film metal	≈ 2
Bar semiconductor	80 ~ 150
Diffused semiconductor	80 ~ 200

TIPOS DE EXTENSÔMETROS



ANÁLISE DE UMA CÉLULA DE CARGA

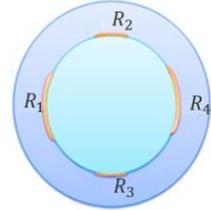


$$\varepsilon_a = \frac{P}{AE} \quad \varepsilon_t = -\nu \frac{P}{AE}$$

$$\varepsilon_a = \frac{dR/R}{GF}$$

$$\frac{dR_1}{R_1} = \frac{dR_4}{R_4} = GF\varepsilon_t$$

$$\frac{dR_2}{R_2} = \frac{dR_3}{R_3} = GF\varepsilon_a$$

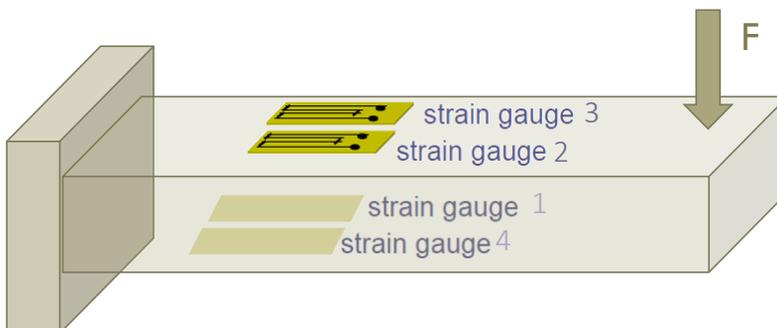


$$V_0 = \frac{V_i}{4} \left[-\frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dR_3}{R_3} - \frac{dR_4}{R_4} \right]$$

$$V_0 = \frac{V_i}{2} [GF\varepsilon_t + GF\varepsilon_a] = \frac{P}{AE} \frac{V_i}{2} (1 + \nu)$$

$$\therefore P = \frac{2AE}{(1 + \nu)GF} \frac{V_0}{V_i}$$

COMPENSAÇÃO



$$V_0 = \frac{GF V_i}{4} [-\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4]$$

ε_1 :

ε_2 :

ε_3 :

ε_4 :

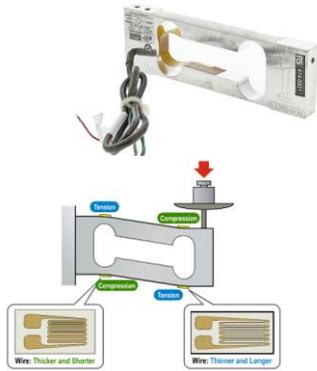
Compensação de temperatura?

CÉLULAS DE CARGA



0.3kg Compression Load Cell, 15V dc, IP66

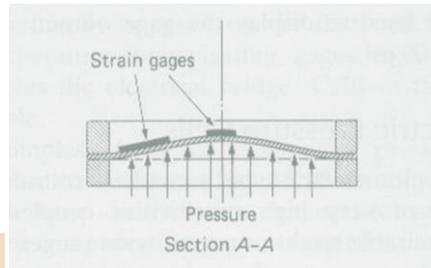
RS Stock No. 414-0821
 Brand Tedsa Hartleigh
 Mfr Part No. 1004.00.3-2W00-R5



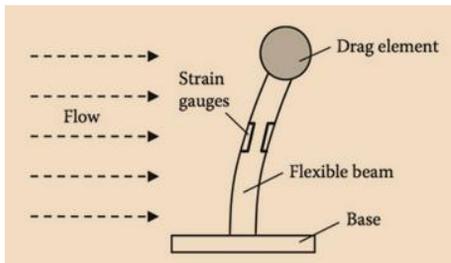
Load Sensor - 50kg
 SEN-10245
 \$9.95

Load Cell - 50kg, Disc (TAS606)
 SEN-13331
 \$56.95

EXEMPLOS DE USO DE EXTENSÔMETROS

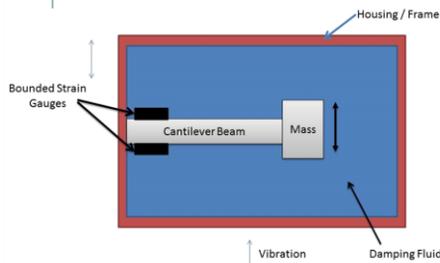


Medidor de pressão

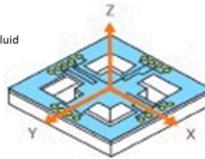


vazão

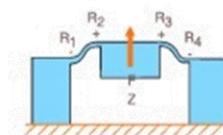
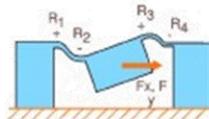
ACELERÔMETRO



1D

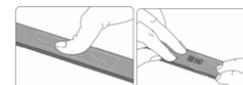


3D



INSTALAÇÃO DOS EXTENSÔMETROS

- Lixar a superfície com uma lixa média e depois com uma lixa muito fina até ficar perfeitamente lisa;
- Marcar a posição do extensômetro;
- Limpar a região onde o extensômetro será colado com acetona para que impurezas não prejudiquem a aderência da cola;
- Com um pedaço de fita, colar o extensômetro com a resistência para cima, passando a cola vagarosamente;
- Pressionar o extensômetro por cima da fita por um tempo razoável;
- Retirar a fita "durex";
- Colagem do material isolante para apoio dos fios
- Soldagem dos fios para posterior ligação no equipamento de aquisição de dados
- Colocação da pasta (borracha) isolante para proteger o extensômetro.



EXERCÍCIO



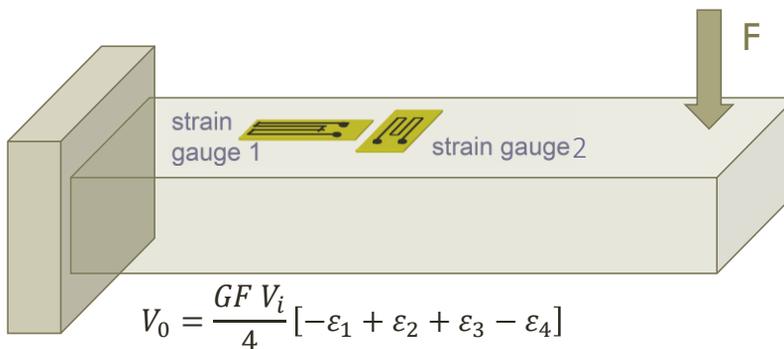
Quatro extensômetros são ligados ao *acelerômetro* da figura e posicionados em uma Ponte de Wheatstone, com dois extensômetros ativos. A resistência de todos eles é 120Ω . O *gage factor* é 2,1 e a voltagem de entrada é 5V. Material da lâmina: $E = 200\text{ GPa}$, $\gamma = 7850\text{ kgf/m}^3$, $\sigma_y = 250\text{ MPa}$.

A linha elástica da lâmina é dada por $v = \frac{Px^2}{6EI}(3L - x)$

Pergunta-se:

- Qual deve ser o arranjo de ligação destes extensômetros na Ponte de Wheatstone e em que posição da lâmina eles devem ser colados? Justifique.
- Qual o valor da deformação acusada pelos extensômetros para uma aceleração de $2g$?
- Qual o valor da tensão elétrica na saída da ponte para uma aceleração de $2g$?
- O condicionador de sinais possui resolução de 1 mV e amplificação de 1000. Este é adequado para medição de acelerações na faixa de 1 a $5g$?

EXERCÍCIO PARA CASA



Para a ponte montada conforme figura, $GF = 2$; $\nu = 0,3$ e nível de deformação estimado de $\varepsilon = 1000\ \mu\text{m/m}$, encontre a sensibilidade da ponte (em mV/V) e defina se há compensação de temperatura na montagem mostrada acima.

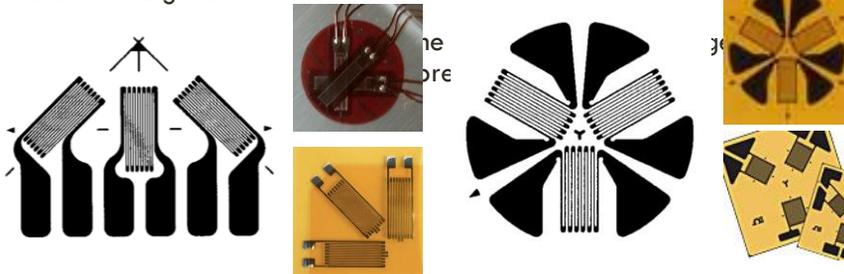
EXERCÍCIO PARA CASA



Relembre Círculo de Mohr!

Qual a importância das tensões/deformações principais???

Deduza as tensões principais e suas direções, a partir das deformações retiradas de um conjunto de strain gauges tipo roseta retangular e delta.



SOLUÇÃO

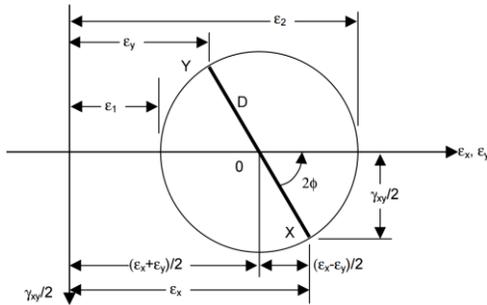


Círculo de Mohr

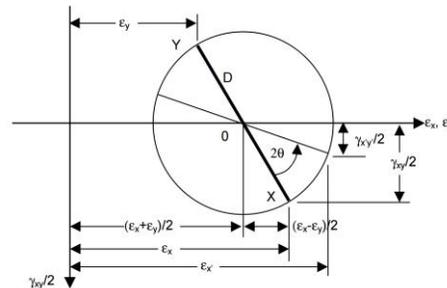
$$\varepsilon_{x'} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{y'} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\cos 2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$$

$$\gamma_{x'y'} = -(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\sin 2\theta + \gamma_{xy}\cos 2\theta$$



Para calcular um novo estado de tensão, $\epsilon_{x'}-\epsilon_{y'}-\gamma_{x'y'}$, em um sistema de eixos $x'y'$ rodado θ , no sentido anti-horário, a partir do sistema de eixos xy , é preciso construir um novo diâmetro para o Círculo de Mohr rodado 2θ sentido anti-horário, a partir do diâmetro XY inicial:

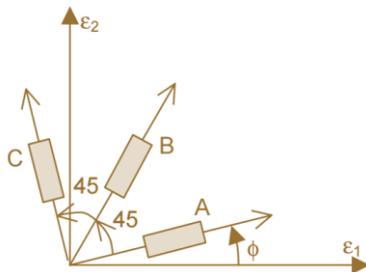


Rosetas consistem em dois ou mais extensômetros orientados em um ângulo fixo em relação uns aos outros.

Pelo menos 3 leituras de tensão independentes são necessárias para definir o estado 2D de tensões, se nenhuma outra informação está disponível. Portanto, as rosetas com 3 extensômetros são as mais populares.



Roseta retangular,



$$\epsilon_A = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \cos 2\phi$$

$$\epsilon_B = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \cos 2(\phi + 45^\circ)$$

$$\epsilon_C = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \cos 2(\phi + 90^\circ)$$

$$\epsilon_{1,2} = \frac{\epsilon_A + \epsilon_C}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + (\epsilon_B - \epsilon_C)^2}$$

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\epsilon_A - 2\epsilon_B + \epsilon_C}{\epsilon_A - \epsilon_C} \right)$$

O resultado é um pouco mais simples se assumirmos um sistema de eixos xy com a roseta orientada de tal modo que o extensômetro A está posicionado ao longo do eixo x e extensômetro C é ao longo do eixo y .



$$\varepsilon_A = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos(2 \times 0^\circ) + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin(2 \times 0^\circ) = \varepsilon_x$$

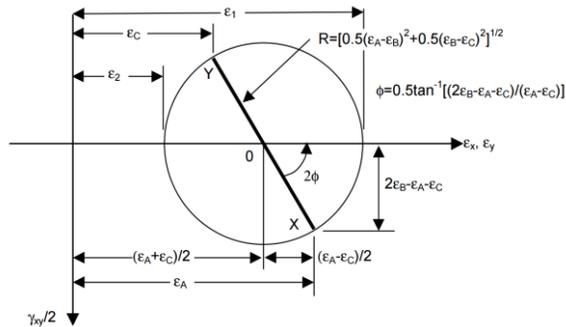
$$\varepsilon_B = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos(2 \times 45^\circ) + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin(2 \times 45^\circ) = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_C = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos(2 \times 90^\circ) + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \sin(2 \times 90^\circ) = \varepsilon_y$$

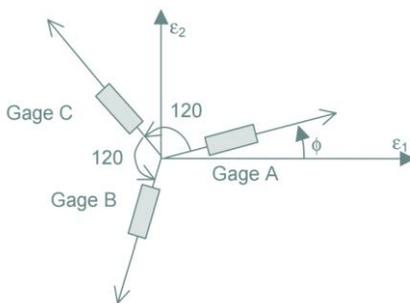
$$\varepsilon_x = \varepsilon_A$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_C$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_B - \varepsilon_A - \varepsilon_C$$



Roseta tipo Delta,



Embora seja mostrado o extensômetro B a 240° do extensômetro A, percebe-se que B também corta os eixos A e C e, portanto, pode-se considerar que este faz um ângulo de 60° com os extensômetros A e C. Dessa forma, aplica-se a equação de transformação de tensão de eixos principais com rotação ϕ para A, $\phi + 60^\circ$ para B e $\phi + 120^\circ$ para C, produzindo 3 equações nas 3 incógnitas

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_C}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2 + (\varepsilon_B - \varepsilon_C)^2 + (\varepsilon_C - \varepsilon_A)^2}$$

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{3}(\varepsilon_C - \varepsilon_B)}{2\varepsilon_A - \varepsilon_B - \varepsilon_C} \right]$$



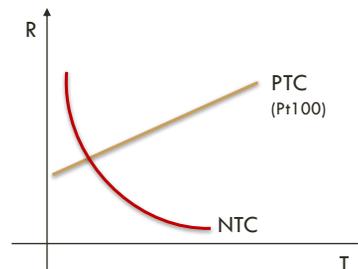
SENSOR TERMO-RESISTIVO



A resistividade ρ de um material depende da temperatura. A esse efeito, dá-se o nome de termo-resistividade. O efeito termo-resistivo de metais e semicondutores é bastante utilizado em sensores, mas seu efeito é diferente em cada um desses materiais...

Em uma primeira análise, pode-se dividir o comportamento dos materiais como:

- PTC – resistência aumenta com a temperatura ou
- NTC – resistência diminui com a temperatura



NTC E PTC



NTC (*Negative Temperature Coefficient*) – Aumento na quantidade de elétrons e lacunas livres gerado por excitação térmica, assim a resistência diminui com o aumento da temperatura.

PTC (*Positive Temperature Coefficient*) – Aumento da vibração dos átomos, dificultando a movimentação de elétrons e surgimento de lacunas, assim a resistência aumenta com o aumento da temperatura.

Como esses efeitos acontecem simultaneamente em um semicondutor, dependendo do material empregado e da temperatura de operação, um deles prevalece em relação ao outro.

RTDs E TERMISTORES



Os RTDs (do inglês, *Resistance Temperature Devices*) são formados por materiais como Platina, Níquel ou ligas de Cobre-Níquel. São materiais estáveis e dotados de capacidade de resposta à uma ampla faixa de variação de temperatura.

PTC

Os termistores (do inglês *Thermally Sensitive Resistor*) são sensores fabricados com materiais semicondutores como óxido de magnésio ou cobalto; em aplicações que exigem alta precisão, o semicondutor utilizado pode ser o silício ou o germânio, com algum outro material como o latão ou determinadas ligas de cobre. Por serem construídos de material semicondutor, possuem a grande vantagem de serem fabricados em um tamanho físico muito pequeno.

NTC

RTD_S: TERMO-RESISTIVIDADE DOS METAIS



A relação entre a resistência R e a temperatura T podem ser expressas por uma equação polinomial,

$$R_T = R_0[1 + A(T - T_0) + B(T - T_0)^2 + C(T - T_0)^3 + \dots]$$

Ou, uma versão simplificada:

$$R_T = R_0[1 + A(T - T_0)]$$

R_0 : resistência na temperatura de referência T_0 (usualmente 0°C, 20°C ou 25°C)

A, B, C : coeficientes dependentes do material

PTC DE METAIS



MATERIAL	COEFICIENTE TEMPERATURA (A_{20})
prata	$3,819 \cdot 10^{-3}$
cobre	$4,041 \cdot 10^{-3}$
ouro	$3,715 \cdot 10^{-3}$
alumínio	$4,308 \cdot 10^{-3}$
tungstênio	$4,403 \cdot 10^{-3}$
níquel	$5,866 \cdot 10^{-3}$
ferro	$5,671 \cdot 10^{-3}$
platina	$3,850 \cdot 10^{-3}$

O coeficiente de temperatura de uma liga é, em geral, muito diferente daquele dos metais constituintes. Pequenos traços de impureza podem alterar muito o A .

RTD_s



Qualquer metal pode ser usado para medir temperatura, mas um RTD deve utilizar metais com as seguintes características:

- Alto ponto de fusão;
- Resistência à corrosão;
- Estabilidade química até altas temperaturas;
- Viabilidade na forma quase pura (garantia de consistência no processo de manufatura);
- Repetibilidade;
- Previsível e relação R-T o mais linear possível.

Common RTD Sensor Materials and Their Characteristics

Metal	Temperature Range (°C)	A ($\Omega \cdot \Omega^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)	Comments
Platinum (Pt)	-240 ~ +850	0.00385	Good precision, broad temperature range
Nickel (Ni)	-80 ~ +260	0.00672	Low cost, limited temperature range
Copper (Cu)	-200 ~ +260	0.00427	Low cost, applied in measuring the temperature of electric motor and transformer windings
Molybdenum (Mo)	-200 ~ +200	0.00300 or 0.00385	Lower cost, alternative to platinum in the lower temperature ranges, ideal material for film-type RTDs

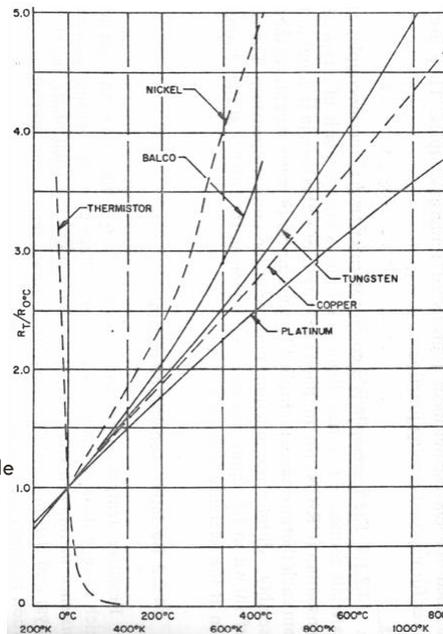
Fonte: livro texto

PLATINA VS NÍQUEL

Platina é o material mais comum em RTDs porque são estáveis, atendem a uma larga faixa de temperatura, são de fácil fabricação e de custo razoável.

RTDs de platina estão disponíveis com valores nominais de resistência R_0 (a 0 °C) de 10, 25, 100, 120, 130 Ω . Pt100 é o modelo dominante na prática, com variação de temperatura entre -240 °C a 850 °C.

RTDs de níquel são preferidos em aplicações de baixo custo, como ar condicionado. Produzidos com valores mais altos de resistência de referência (1 ou 2k Ω). Menos inerte quimicamente que a platina, portanto, menos estável que a platina a altas temperaturas.

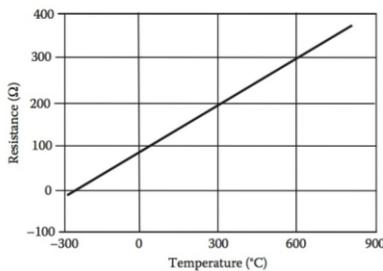


EQUAÇÃO DE CALLENDAR-VAN DUSEN



Um RTD Pt100 tem sua relação R-T descrita pela equação de Callendar-Van Dusen, válida para temperaturas entre $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $850\text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$R_T = R_0[1 + A'T + B'T^2 + C'(T - 100)T^3]$$



Callendar-Van Dusen Coefficients Corresponding to Standard RTDs

Standard	A'	B'	C'
DIN 43760	3.9080×10^{-3}	-5.8019×10^{-7}	-4.2735×10^{-12}
American	3.9692×10^{-3}	-5.8495×10^{-7}	-4.2325×10^{-12}
ITS-90	3.9848×10^{-3}	-5.8700×10^{-7}	-4.0000×10^{-12}

Source: From Measuring temperature with RTDs—A tutorial, Application Note 046, National Instruments Corporation, Austin, Texas, USA, 1996. With permission.

Fonte: livro texto

MEDIÇÃO COM RTD

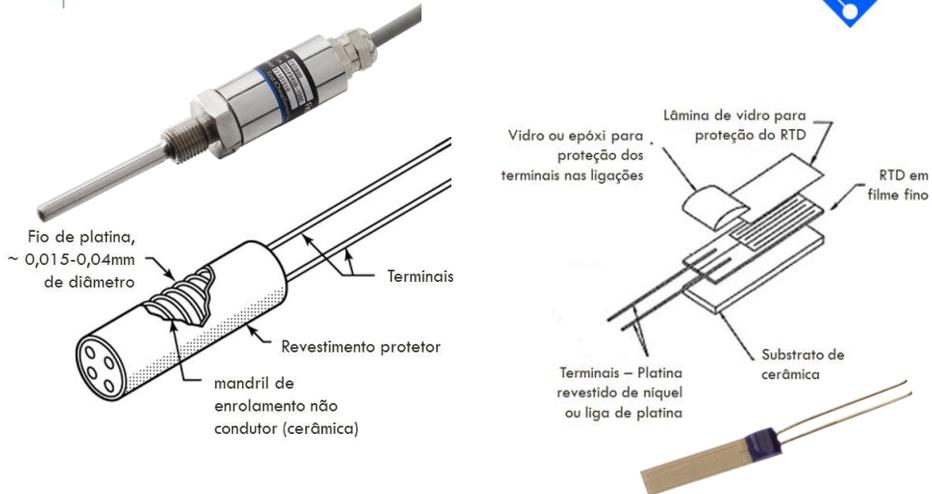


RTD é um sensor passivo. Dada a corrente externa i_{ext} e a voltagem de saída v_o , a temperatura, em $^{\circ}\text{C}$, é dada por,

$$T = \frac{2(v_o - i_{ext}R_0)}{i_{ext}R_0 \left[A + \sqrt{A^2 + 4B(v_o - i_{ext}R_0)/(i_{ext}R_0)} \right]}$$

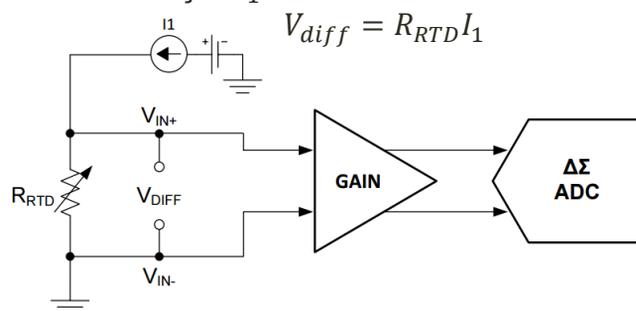
Autoaquecimento é uma realidade nesses sensores, medido em $mW / ^{\circ}\text{C}$.

PROJETO DE UM RTD

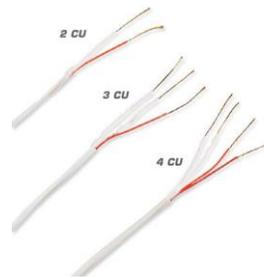
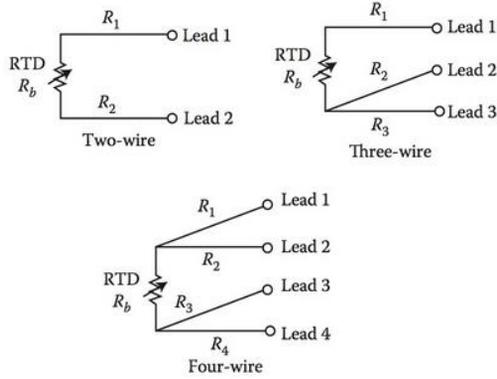


CIRCUITO

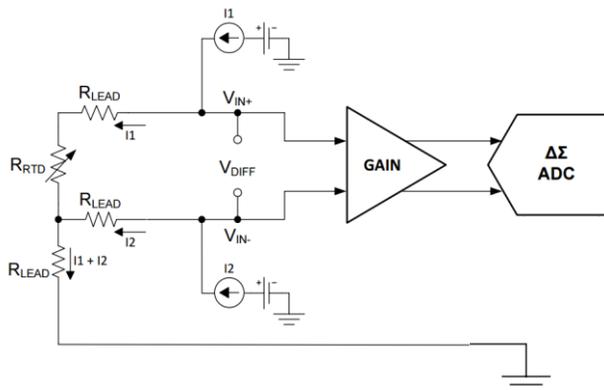
A maioria dos circuitos para RTD usa uma fonte de corrente de excitação. Ao dirigir uma corrente conhecida através do RTD, a tensão V_{diff} desenvolvida é proporcional à resistência R_{RTD} e à corrente de excitação I_1 .



EFEITO DOS FIOS DOS TERMINAIS



EXEMPLO: 3 FIOS



RTD Type: 3-Wire Pt100
 Temperature Measurement Range: -200°C to 850°C
 Temperature Measurement Accuracy: $\pm 0.05^\circ\text{C}$ at $T_a = 25^\circ\text{C}$
 System Supply Voltage (VDUT): 5 V
 ADC Supply Voltage (AVDD): 3.3 V

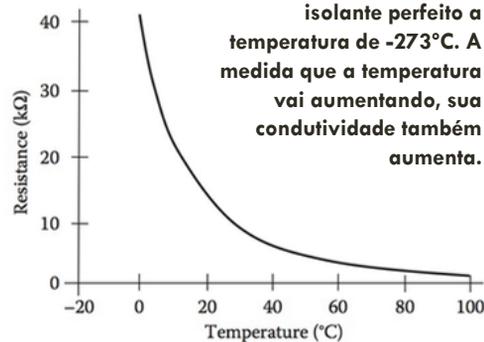
TERMISTORES — TERMORRESISTIVIDADE EM SEMICONDUTORES



A relação entre R e T é exponencial,

$$R_T = R_0 e^{\left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right]}$$

R_0 resistência de referência em T_0 (em K, usualmente 298K=25 °C).
 β é um NTC.



VANTAGENS DOS TERMISTORES



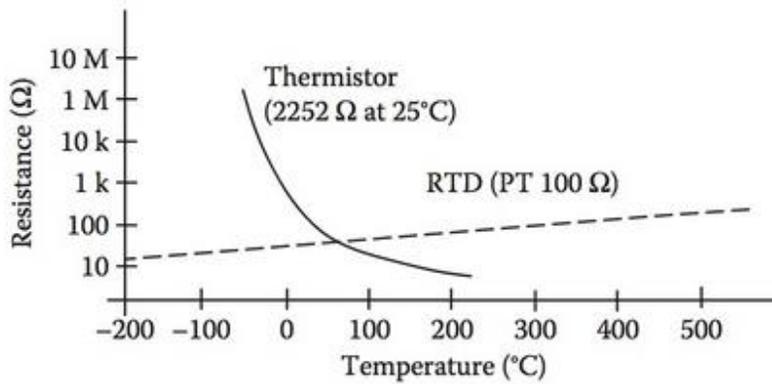
As principais vantagens de termistores para a medição de temperatura são:

Pt100 apresenta sensibilidade de apenas 0,4 Ω/°C

- Sensibilidade extremamente elevada. Um termistor 2252Ω tem uma sensibilidade de -100 Ω/°C à temperatura ambiente. Termistores resistência mais elevada pode exibir uma sensibilidade de -10 kΩ/°C ou mais.
- Resposta rápida às mudanças de temperatura.
- Resistência relativamente elevada, variando de centenas a milhões de ohms.
- São bem mais econômicos que RTDs

Elevada resistência diminui o efeito de fios condutores que pode causar erros significativos com dispositivos de baixa resistência como RTD

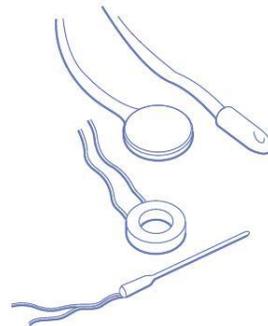
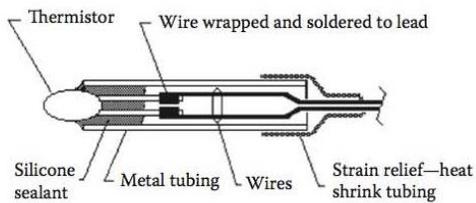
As principais desvantagens de termistores são sua alta não-linearidade e faixa de temperatura limitada (tipicamente abaixo de 300 °C).



PROJETO DE UM TERMISTOR



O semicondutor de óxido metálico é pressionado na forma de uma pequena gota, disco, porca, haste...
Por último, é revestido com epóxi ou vidro.



RTD VS TERMISTOR VS TERMOPAR



Comparison of Characteristics for RTDs, NTC Thermistors, and Thermocouples

Characteristics	RTD	NTC Thermistor	Thermocouple
Measured parameters	Resistance	Resistance	Voltage
Resolution	Poor	Good	Moderate
Linearity	Linear	Nonlinear	Nonlinear
Temperature range	-250°C ~ 850°C	-100°C ~ 300°C	0°C ~ 1600°C
Current source	Necessary	Necessary	Not necessary
Compensation for environments	Not necessary	Not necessary	Necessary
Response	Relatively slow	Fast	Fast
Cost	Expensive	Inexpensive	Varies

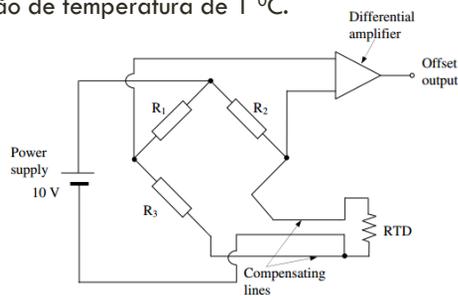
Source: The data in the table are compiled based on several manufacturers' data sheets.

Fonte: livro texto

EXERCÍCIO



- Um RTD possui $A = 0,004/^{\circ}\text{C}$ e $R=100\ \Omega$ a 20°C , encontre a resistência a 25°C .
- Considere depois o RTD conectado a um braço da ponte de Wheatstone. A 20°C o circuito está balanceado e a voltagem de entrada é 10V. Determine a variação mínima da voltagem de saída para sentir uma variação de temperatura de 1°C .



EXERCÍCIO PARA CASA



Um RTD tem $A_0=0,005/^{\circ}\text{C}$ a 20°C e uma taxa de dissipação constante de $P=30\text{mW}/^{\circ}\text{C}$. O RTD usa a ponte de Wheatstone conforme figura. $R_1= R_2= R=500\Omega$ e R_3 é variável, usado para equilibrar a ponte. Se a tensão fornecida é de 10V e o RTD é imerso no gelo a 0°C :

- A. Encontre o valor de R_3 para equilibrar a ponte;
- B. Encontre a voltagem de saída medida pelo voltímetro ($R_v=\infty$) com o valor de R_3 obtido no item A para uma temperatura de 100°C . Considere o efeito do auto-aquecimento e calcule o erro do RTD.

