

a) Determine as coordenadas dos nós da treliça

Nó	x	y
1	0	2
2	0	-2
3	1.5	0
4	2.5	4
5	2.5	2
6	2.5	-2
7	2.5	-4
8	4.5	0
9	6	3
10	6	-3
11	9	0

b) Calcule os esforços nas barras e as reações de apoio

Solução das equações de equilíbrio em cada nó:

Nó 11

$$\begin{cases} N_1 \cos \theta + N_1' \cos \theta = 0 \\ N_1 \operatorname{sen} \theta - N_1' \operatorname{sen} \theta - P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = -N_1' \text{ (simetria)} \\ N_1 = \frac{P}{2 \operatorname{sen} \theta} \end{cases}$$

Nó 9

$$\begin{cases} N_1 \cos \theta_1 - N_3 \cos \theta_3 - N_2 \cos \theta_2 = 0 \\ N_2 \operatorname{sen} \theta_2 - N_3 \operatorname{sen} \theta_3 - N_1 \operatorname{sen} \theta_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_3 = N_1 \frac{\operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_1)}{\operatorname{sen}(\theta_2 + \theta_3)} \\ N_2 = \frac{N_1 \operatorname{sen} \theta_1 + N_3 \operatorname{sen} \theta_3}{\operatorname{sen} \theta_2} \end{cases}$$

Nó 4

$$\begin{cases} N_6 \cos \theta_6 - N_2 \cos \theta_2 = 0 \\ N_2 \operatorname{sen} \theta_2 + N_6 \operatorname{sen} \theta_6 + N_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_6 = N_2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_6} \\ N_5 = -N_6 \operatorname{sen} \theta_6 - N_2 \operatorname{sen} \theta_2 \end{cases}$$

Nó 8

$$-N_3 \operatorname{sen} \theta_3 - N_4 \operatorname{sen} \theta_4 = 0 \Rightarrow N_4 = N_3 \frac{\operatorname{sen} \theta_3}{\operatorname{sen} \theta_4}$$

Nó 5

$$\begin{cases} N_4 \cos \theta_4 - N_8 \cos \theta_8 - N_7 = 0 \\ N_8 \operatorname{sen} \theta_8 + N_4 \operatorname{sen} \theta_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_8 = \frac{N_5 - N_4 \operatorname{sen} \theta_4}{\operatorname{sen} \theta_8} \\ N_7 = N_4 \cos \theta_4 - N_8 \cos \theta_8 \end{cases}$$

Nó 3

$$N_9 \operatorname{sen} \theta_9 + N_8 \operatorname{sen} \theta_8 = 0 \Rightarrow N_9 = -N_8 \frac{\operatorname{sen} \theta_8}{\operatorname{sen} \theta_9}$$

### Nó 1

$$\begin{cases} H_A + N_7 + N_9 \cos \theta_9 + N_6 \cos \theta_6 = 0 \\ V_A + N_6 \operatorname{sen} \theta_6 - N_9 \operatorname{sen} \theta_9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_A = -(N_7 + N_9 \cos \theta_9 + N_6 \cos \theta_6) \\ V_A = N_9 \operatorname{sen} \theta_9 - N_6 \operatorname{sen} \theta_6 \end{cases}$$

### Equilíbrio global

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A + H_B = 0 \Rightarrow H_A = -H_B = -H$$

$$\sum F_y = 0 \therefore V_A + V_B = P \Rightarrow V_B = P - N_9 \operatorname{sen} \theta_9 + N_6 \operatorname{sen} \theta_6$$

$$\sum M_A = 0 \therefore 9P - 4H_B = 0 \Rightarrow H_B = \frac{9P}{4} = H$$

c) Dimensione as barras da treliça

-Barras em tração - dimensionamento ao escoamento (tensão limite)

$$\frac{N_{\max}}{A} \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow A_{\min} = \frac{sN_{\max}}{\sigma_e}$$

Neste caso, basta dimensionar com a máxima força de tração.

-Barras em compressão - dimensionamento à flambagem

barras biarticuladas -  $L_f=L$

$$N_i \leq \frac{P_{fl}}{s} = \frac{\pi^2 EI}{sL_f^2} \Rightarrow I_{\min} = \frac{sN_i L_f^2}{\pi^2 E}$$

Deve-se verificar todas as barras, pois neste caso a combinação força normal x comprimento da barra pode influenciar no resultado.

d) Modelo Ftool

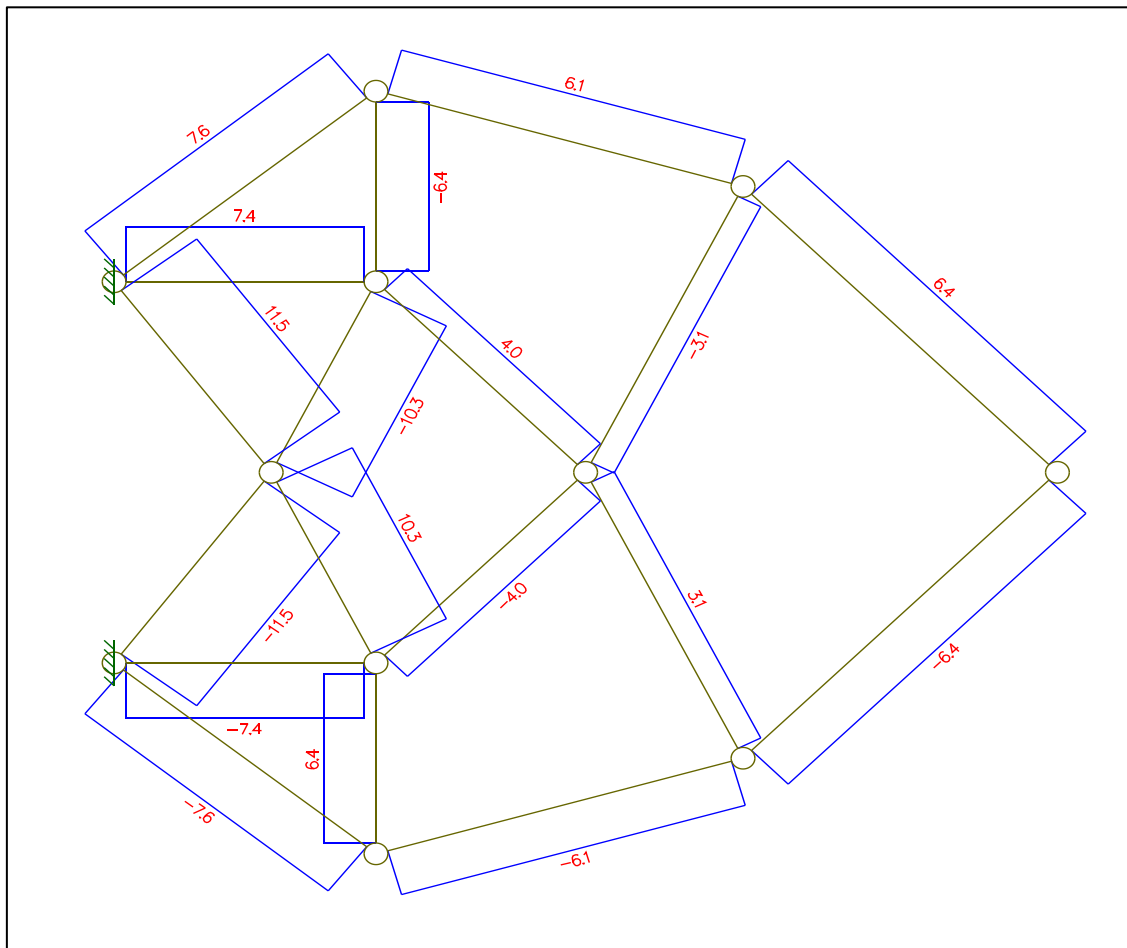
Exemplo com carga P = 9kN

Resultados analíticos

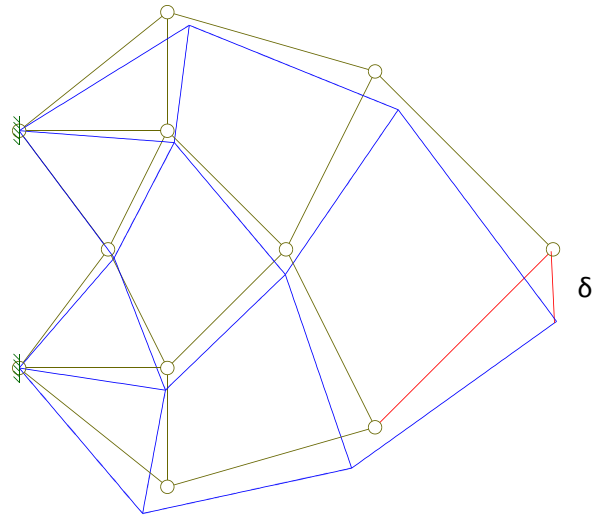
Barra	ângulo $\theta$	N
1	45.0	6.4
2	15.9	6.1
3	63.4	-3.1
4	45.0	4.0
5	90.0	-6.4
6	38.7	7.6
7	0.0	7.4
8	63.4	-10.3
9	53.1	11.5

Apoios	H	V
A	-20.25	4.5
B	20.25	4.5

Resultado FTOOL



e) Máximo deslocamento



Exemplo para caso calculado em d), com tubos de seção circular de:

	Tração	Compressão
D (mm)	21,3	48,3
T (mm)	2,3	3,2

*Deslocamentos*

$$\delta_x = 0.3mm$$

$$\delta_y = -6.8mm$$

$$\theta_z = -9,2 \cdot 10^{-4} rad$$