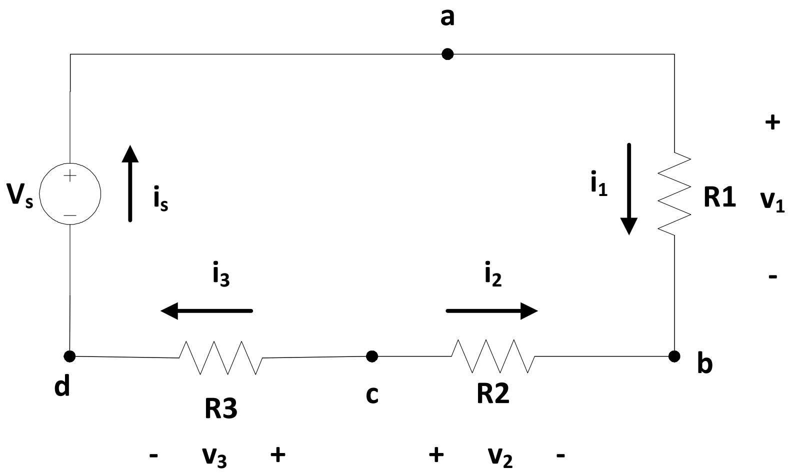
TÉCNICAS DE ANÁLISE DE CIRCUITOS
MÉTODO DAS TENSÕES DOS NÓS
(MÉTODO NODAL)

RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS (REVISÃO)

RESOLVER UM CIRCUITO É DETERMINAR AS TENSÕES E CORRENTES DE TODOS OS ELEMENTOS DO CIRCUITO

ABORDAGEM SISTEMÁTICA PARA RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS



b: número de ramos

n: número de nós

número de incógnitas = 2***b** – número de fontes independentes

número de equações dos elementos (bipolos) = **b** – número de fontes independentes

número de equações nodais independentes (LKC) = **n** – **1**

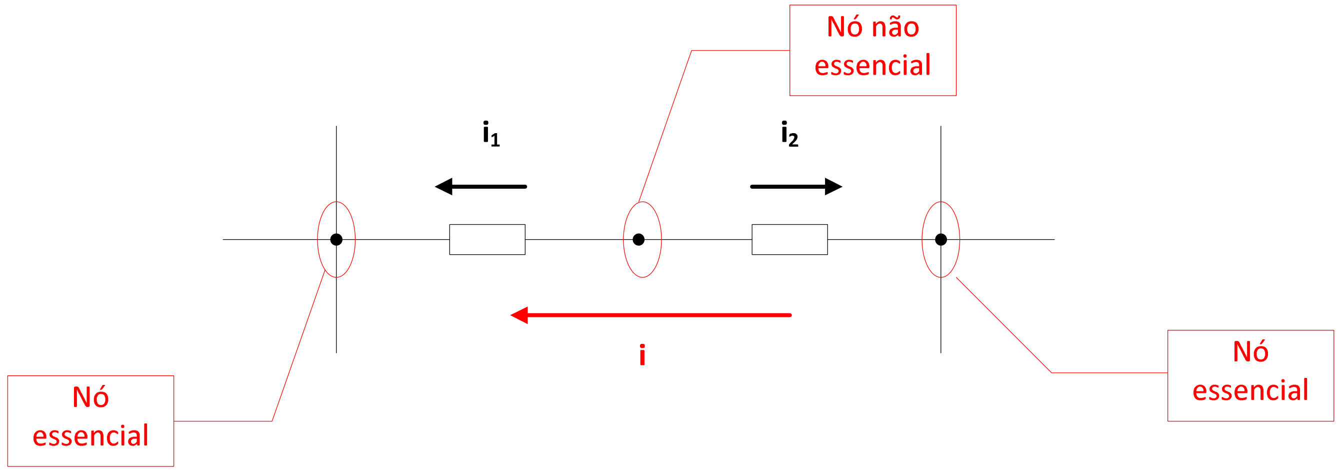
número de equações de tensões necessárias (LKT) = **b – (n** – **1)**

RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS (REVISÃO)

SIMPLIFICAÇÕES

RAMOS (DIPOLOS) LIGADOS A NÓS NÃO ESSENCIAIS

RAMOS (DIPOLOS) EM SÉRIE



$$i = i_1 = -i_2$$

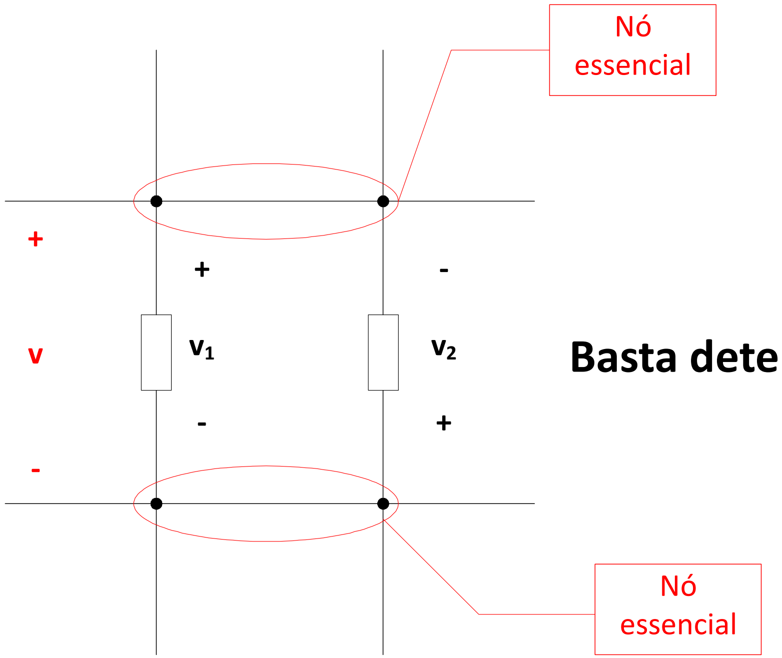
Basta determinar i que tem-se i_1 e i_2

Portanto, reduz-se o número de CORRENTES a serem determinadas

RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS (REVISÃO)

SIMPLIFICAÇÕES

RAMOS LIGADOS AO MESMO PAR DE NÓS:
RAMOS (DIPOLOS) EM PARALELO



$$v = v_1 = -v_2$$

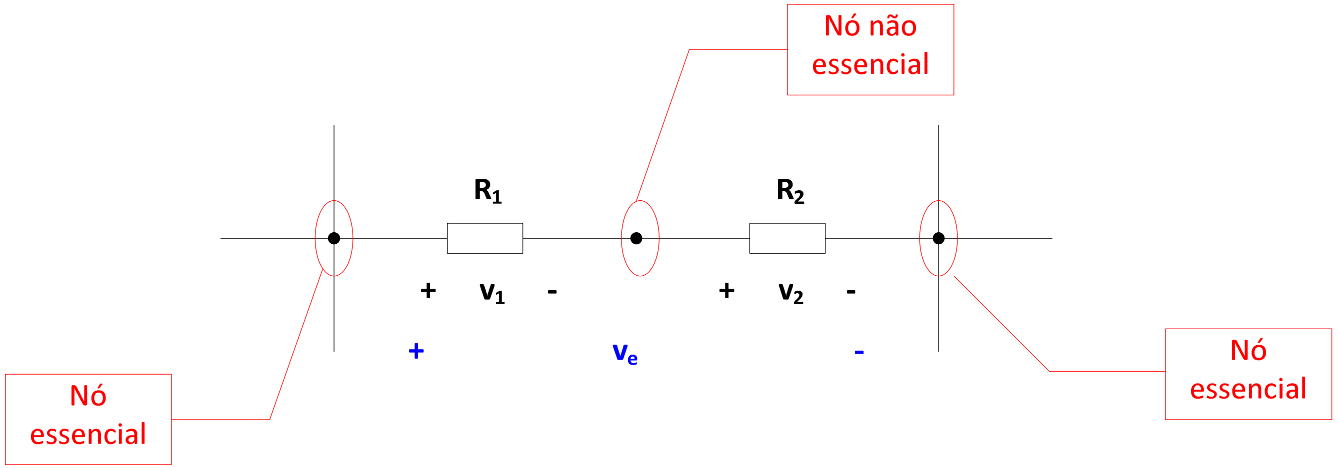
Basta determinar v que tem-se v_1 e v_2

Portanto, reduz-se o número de TENSÕES a serem determinadas

RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS (REVISÃO)

SIMPLIFICAÇÕES

TENSÕES DOS RAMOS ESSENCIAIS



$$v_e = v_1 + v_2 \qquad v_1 = v_e \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad v_2 = v_e \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Basta determinar as tensões dos nós essenciais que todas as outras podem ser determinadas a partir delas

Portanto, reduz-se o número de EQUAÇÕES DE TENSÕES (LKT)a serem determinadas

RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS (REVISÃO)

RESOLVER UM CIRCUITO É DETERMINAR AS TENSÕES E CORRENTES DE TODOS OS ELEMENTOS DO CIRCUITO

ABORDAGEM SISTEMÁTICA PARA RESOLUÇÃO DE CIRCUITOS MAIS COMPLEXOS

$\mathbf{b_e}$: número de ramos essenciais

$\mathbf{n_e}$: número de nós essenciais

número de equações nodais independentes necessárias (LKC) = $\mathbf{n_e - 1}$

número de equações de tensões necessárias (LKT) = $\mathbf{b_e - (n_e - 1)}$

A estas equações, agrega-se as equações dos elementos e fontes dependentes do circuito

MÉTODO DAS TENSÕES DOS NÓS

O MÉTODO NODAL ESTÁ LIGADO AOS NÓS ESSENCIAIS DO CIRCUITO E AO NÚMERO DE EQUAÇÕES INDEPENDENTES DE CORRENTES (LKC) QUE PODEM SER APLICADOS NESTES NÓS

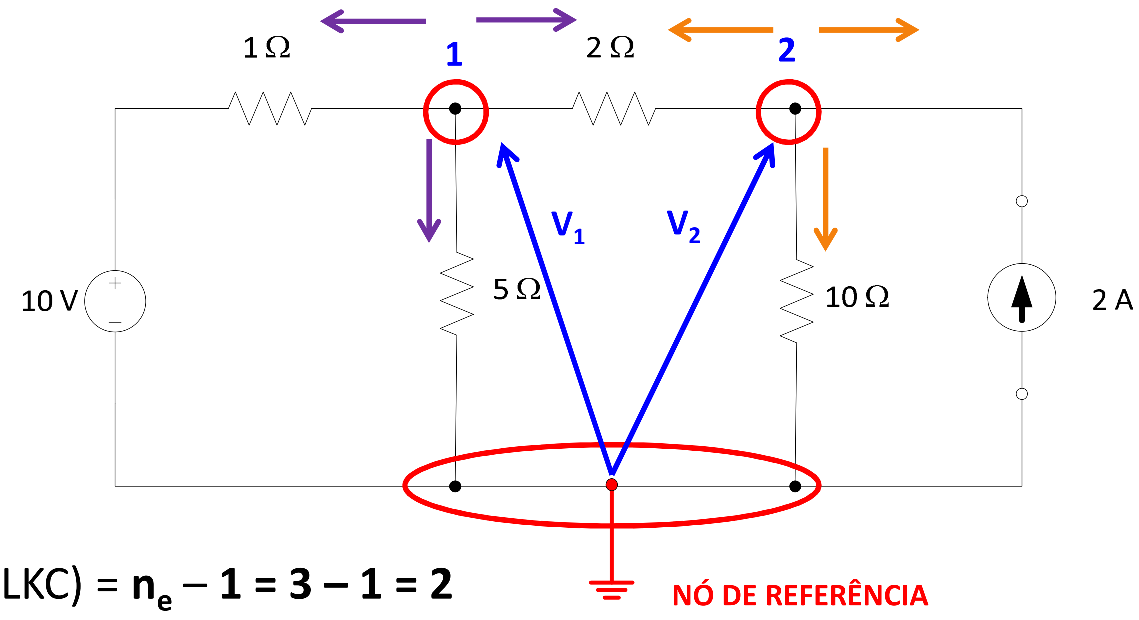
número de equações nodais independentes necessárias (LKC) = $\mathbf{n_e - 1}$

O método nodal se baseia na constatação de que bastam este número de equações aplicadas aos nós essenciais para se resolver o circuito.

A essência do método é a seguinte:

- Define-se um dos nós essenciais como sendo o **NÓ DE REFERÊNCIA** do circuito.
- Define-se as **TENSÕES NODAIS (TENSÕES DOS NÓS)** como sendo as tensões entre os demais nós essenciais e o nó de referência.
- Aplica-se a LKC em todos os estes nós (menos no nó de referência) escrevendo as equações em função das tensões nodais.
- Determina-se as tensões nodais.
- **Tendo-se as tensões nodais, qualquer outra variável do circuito pode ser determinada a partir destas tensões.**

MÉTODO NODAL - EXEMPLO



Núm. de Eq. (LKC) = $\mathbf{n_e - 1 = 3 - 1 = 2}$

LKC NO NÓ 1

$$\frac{V_1 - 10}{1} + \frac{V_1}{5} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 0$$

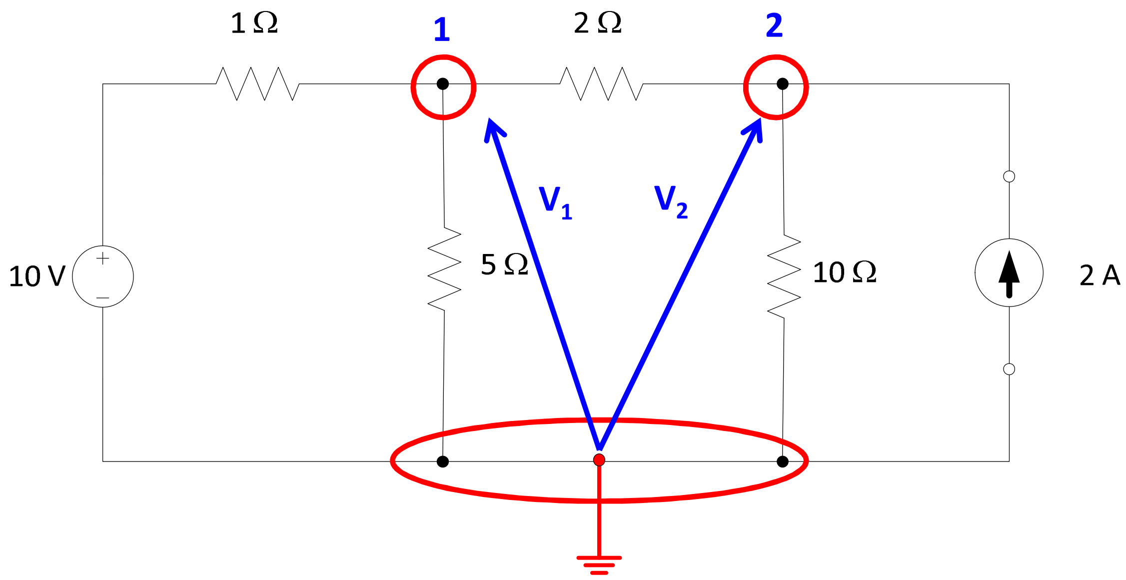
LKC NO NÓ 2

$$\frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_2}{10} - 2 = 0$$

EQUAÇÃO NODAL

$$\begin{bmatrix} 17/10 & -1/2 \\ -1/2 & 6/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix}$$

MÉTODO NODAL - EXEMPLO



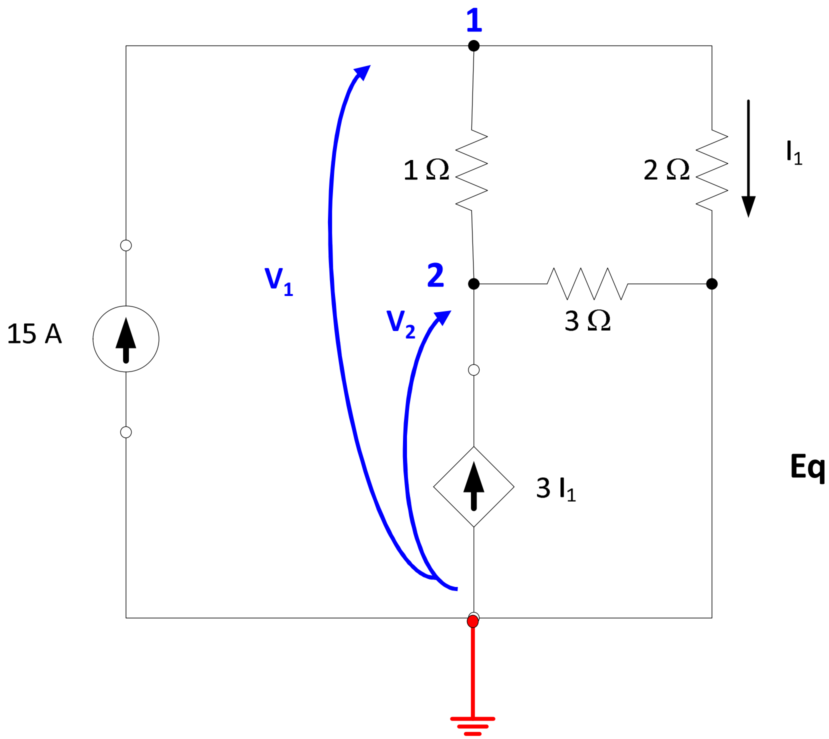
$$\begin{bmatrix} 17/10 & -1/2 \\ -1/2 & 6/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{G.V = I} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V = G^{-1}.I = R.I} \qquad \mathbf{G}^{-1} = \frac{Adj\,\mathbf{G}}{|\mathbf{G}|}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{0{,}77} \begin{bmatrix} 6/10 & -1/2 \\ -1/2 & 17/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 6{,}5 \\ -4{,}3 \end{bmatrix} \mathrm{V}$$

MÉTODO NODAL
CIRCUITOS COM FONTES DEPENDENTES

Além do número de equações nodais independentes necessárias (LKC) = $\mathbf{n_e} - \mathbf{1}$**,** deve-se acrescentar as equações das fontes dependentes reescrevendo-as em função das tensões nodais.

MÉTODO NODAL
CIRCUITOS COM FONTES DEPENDENTES



NÓ 1 $$-15+\frac{V_1-V_2}{1}+\frac{V_1}{2}=0$$

NÓ 2 $$\frac{V_2-V_1}{1}+\frac{V_2}{3}-3I_1=0$$

Equação da fonte dependente $$I_1=\frac{V_1}{2}$$

EQUAÇÃO NODAL $$\begin{bmatrix} 3/2 & -1 \\ -5/2 & 4/3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pela Regra de Cramer $$V_1=\frac{\begin{vmatrix} 15 & -1 \\ 0 & 4/3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3/2 & -1 \\ -5/2 & 4/3 \end{vmatrix}}=-40\ \text{V} \qquad V_2=\frac{\begin{vmatrix} 3/2 & 15 \\ -5/2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3/2 & -1 \\ -5/2 & 4/3 \end{vmatrix}}=-75\ \text{V} \longrightarrow P_{fd}=-V_2.3I_1=-4{,}5\ \text{kW}$$