

Universidade de São Paulo  
Escola de Engenharia de São Carlos  
Departamento de Engenharia Mecânica

Aulas de Laboratório  
Sistemas de Controle I e II  
Engenharia Mecatrônica

São Carlos

2016



# Resumo

Esta apostila apresenta os roteiros das práticas de laboratório das disciplinas SEM0536 - Sistemas de Controle I e SEM0536 - Sistemas de Controle II ministradas para os alunos do curso de Engenharia Mecatrônica da EESC. As práticas incluem a implementação de estratégias de controle para os seguintes sistemas:

- Motores de Corrente Contínua (controle de posição e velocidade)
- Elo Flexível
- Junta Flexível
- Levitação Magnética
- Pêndulo Invertido



# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>1 Controle Proporcional de um Motor de Corrente Contínua</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo . . . . .	1
1.2 Modelo matemático . . . . .	1
1.3 Pré-laboratório . . . . .	3
1.4 Procedimento de laboratório . . . . .	4
1.4.1 Ligações e conexões . . . . .	4
1.4.2 Implementação . . . . .	5
1.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser) . . . . .	12
<b>2 Controle de Posição</b>	<b>15</b>
2.1 Objetivos . . . . .	15
2.2 Modelo matemático . . . . .	15
2.3 Controlador . . . . .	17
2.4 Procedimento de laboratório . . . . .	18
2.4.1 Ligações e conexões . . . . .	18
2.4.2 Implementação . . . . .	19
2.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser) . . . . .	20
<b>3 Controle de Velocidade</b>	<b>23</b>
3.1 Objetivos . . . . .	23
3.2 Modelo matemático . . . . .	23
3.3 Pré-laboratório . . . . .	25
3.3.1 Procedimento de projeto . . . . .	26
3.4 Procedimento de laboratório . . . . .	28

3.4.1	Ligações e conexões . . . . .	28
3.4.2	Implementação . . . . .	28
3.5	Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser) . . . . .	31

## Capítulo 1

# Controle Proporcional de um Motor de Corrente Contínua

### 1.1 Objetivo

O objetivo desta prática é introduzir ao estudante as noções básicas de realimentação e controle, implementando um sistema de controle proporcional para posicionar o eixo de um motor de corrente contínua. Serão desenvolvidos os conceitos de modelagem da planta e de implementação de um controlador através de uma plataforma de instrumentação virtual baseada em LabVIEW.

### 1.2 Modelo matemático

Um motor elétrico de corrente contínua é composto por uma parte móvel (rotor), definida por um enrolamento de espiras, e uma parte fixa (estator), geradora de campo magnético. O seguinte esquema eletromecânico, Figura 1.1, representa o motor elétrico de corrente contínua:

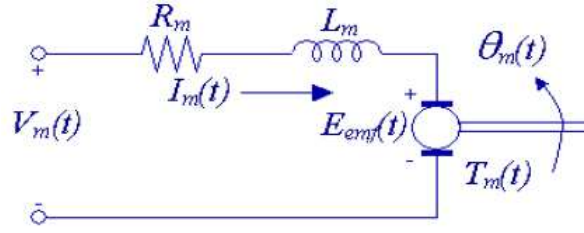


Figura 1.1: Diagrama eletromecânico do motor de corrente contínua.

sendo  $V_m(t)$  a tensão aplicada ao rotor,  $I_m(t)$  a corrente que circula pelo enrolamento,  $R_m$  a resistência do enrolamento ou da armadura,  $L_m$  a indutância característica do rotor,  $E_{emf}$  a força contraeletromotriz induzida no enrolamento pelo campo magnético do estator,  $T_m(t)$  o torque desenvolvido pelo motor e  $\theta_m(t)$  a posição angular do eixo do motor.

Usando a lei de Kirchhoff de tensão, obtém-se a equação abaixo:

$$V_m - R_m I_m - L_m \frac{dI_m}{dt} - E_{emf} = 0. \quad (1.1)$$

Como geralmente  $L_m \ll R_m$ , pode-se desprezar a indutância do motor, assim:

$$I_m = \frac{V_m - E_{emf}}{R_m}. \quad (1.2)$$

Sabe-se que a força contraeletromotriz gerada pelo motor é proporcional à velocidade do rotor,  $\omega_m$ , tem-se:

$$I_m = \frac{V_m - K_m \dot{\theta}_m}{R_m} \quad (\dot{\theta}_m = \omega_m), \quad (1.3)$$

sendo  $K_m$  a constante contraeletromotriz.

Do ponto de vista mecânico, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do



rotor do motor:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - \frac{T_l}{\eta_g K_g}, \quad (1.4)$$

sendo  $T_l$  o torque na carga,  $K_g$  a relação de engrenagens entre o motor e a carga, e  $\eta_g$  a eficiência da caixa de engrenagens; e ao movimento da carga acoplada ao eixo do motor:

$$J_l \ddot{\theta}_l = T_l - B_{eq} \dot{\theta}_l, \quad (1.5)$$

sendo  $B_{eq}$  o coeficiente viscoso de amortecimento.

Obtém-se a equação dinâmica do movimento dada por:

$$J_l \ddot{\theta}_l = \eta_g K_g T_m - \eta_g K_g J_m \ddot{\theta}_m - B_{eq} \dot{\theta}_l. \quad (1.6)$$

Utilizando as transformações  $\theta_m = K_g \theta_l$  e  $T_m = \eta_m K_t I_m$  (sendo  $\eta_m$  a eficiência do motor e  $K_t$  a constante de torque do motor), a equação (1.6) pode ser reescrita como:

$$J_l \ddot{\theta}_l + \eta_g K_g^2 J_m \ddot{\theta}_l + B_{eq} \dot{\theta}_l = \eta_g \eta_m K_g K_t I_m. \quad (1.7)$$

Finalmente, combinando as equações elétrica, (1.3), e mecânica, (1.7), a função de transferência que estabelece a relação entre a posição angular da carga acoplada ao eixo,  $\theta_l$  e a tensão aplicada ao motor,  $V_m$ , é dada por:

$$\frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s^2 + (B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2) s}, \quad (1.8)$$

sendo  $J_{eq} = J_l + \eta_g J_m K_g^2$ .

### 1.3 Pré-laboratório

Considerando os parâmetros descritos no Apêndice A, a função de transferência do motor CC utilizado nesta prática é dada por: (Obs.: Atenção à transformação de

unidades: radianos  $\rightarrow$  graus.)

$$G(s) = \frac{\theta_l}{V} = \frac{3673.7}{s^2 + 36.4s}. \quad (1.9)$$

O controlador proporcional, Figura 1.2, é implementado no controle do motor pela equação:

$$V_m = K_P(\theta_l^d - \theta_l) \quad (1.10)$$

sendo  $\theta_l^d$  o valor desejado para o ângulo da carga.

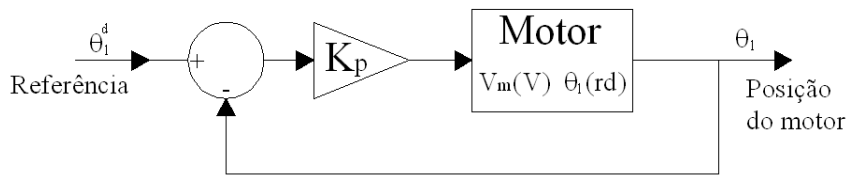


Figura 1.2: Planta do controlador proporcional.

1. Calcule  $K$  para  $t_r < 0.065$  e  $MP < 10\%$ .
2. Calcule o erro de regime para o sistema em malha fechada.

## 1.4 Procedimento de laboratório

### 1.4.1 Ligações e conexões

A primeira tarefa é assegurar que todo o sistema está ligado corretamente. Se você está inseguro com a ligação, chame o professor. Com todos os sinais ligados corretamente você estará pronto para iniciar o laboratório.

### 1.4.2 Implementação

Segue abaixo os passos para a construção do programa de controle proporcional no LabVIEW para o motor de corrente contínua.

1. No diagrama de blocos do LabVIEW, adicione um ciclo **Timed Loop** ( **Programming** >> **Structures** >> **Timed Structures**). Em seguida clique com o botão direito do mouse em **Loop Condition** (canto inferior direito do quadro **Timed Loop**), e clique em **Create** >> **Control**.
2. Para controlar o tempo de amostragem do programa, clique com o botão direito do mouse em **dt** e selecione **Create** >> **Control**. Em seguida, ajuste o valor para *30ms* no Painel Frontal.

#### LEITURA DO ENCODER:

3. Na lateral esquerda e exterior ao ciclo **Timed Loop** adicione o bloco **Create Channel** (**MeasurementI/O** >> **NI-DAQmx**). Em seguida, selecione a opção **Count Edges** (**CI Cnt Edges**>>**Counter Input**). No mesmo bloco adicione uma constante na entrada **Count Direction** e outra na entrada **Counter**. Na primeira selecione a opção **Externally Controlled** e na segunda **I/O Dev/ctr0**.
4. Adicione o bloco **Start** (**MeasurementI/O** >> **NI-DAQmx**). Conecte a saída **task out** do bloco **CI Cnt Edges** em **task/channels in** do bloco **Start**, e a saída **error out** do bloco **CI Cnt Edges** à entrada **error in** do bloco **Start**.
5. Agora, dentro do ciclo **Timed Loop**, adicione um bloco **Read** (**MeasurementI/O** >> **NI-DAQmx**). Selecione o modo **Counter U32 1 Samp** (**Analog BBL** >> **Counter** >> **Single Sample** >> **U32**). Em seguida conecte-o ao bloco **Start** inserido na etapa anterior. Esse bloco realiza a leitura dos sinais do encoder.
6. Na lateral direita e externa ao bloco **Timed Loop**, adicione um bloco **Stop** (**Measurement I/O** >> **NI-DAQmx**) e conecte as entradas **task/channels in** e **error in** às saídas **task out** e **error out**, respectivamente, do bloco **Read** adicionado no passo anterior. Em seguida, adicione o bloco **Clear** (**Measurement I/O** >> **NI-DAQmx**) e conecte-o ao bloco **Stop** da mesma forma.

7. Dentro do ciclo **Timed Loop**, uma conversão numérica torna-se necessária para identificar a direção de rotação do encoder, positiva ou negativa. Assim, conecte o bloco **I32 (Programming >> Numeric >> Conversion)** à saída **Data** do bloco **Read**.
8. Na sequência, acrescente um bloco de divisão (**Programming>>Numeric**), conectando a saída do bloco **I32** na entrada do numerador e uma constante com valor **1** na entrada do denominador. Essa transformação aplica a relação da redução mecânica à leitura de posição do eixo caso o encoder esteja posicionado antes do sistema de engrenagens.
9. Adicione agora um bloco de multiplicação (**Programming>>Numeric**), conectando a saída do bloco anterior a uma das entradas e adicione uma constante com valor **360** na outra entrada. Esse bloco matemático transforma a unidade dos dados lidos no encoder para graus ( $^{\circ}$ ).
10. Em seguida, adicione outro bloco de divisão (**Programming>>Numeric**), conectando a saída do bloco matemático anterior à entrada do numerador e uma constante com valor **4096** na entrada do denominador. Esse valor é referente à resolução do encoder utilizado.

#### **SISTEMA DE CONTROLE PROPORCIONAL:**

11. Agora, adicione no **Painel Frontal** um Pointer Slide (**Num Ctrls**) para colocar o valor do ângulo de referência.
12. Para visualizar graficamente a evolução da posição do eixo do motor e a referência desejada, adicione no **Painel Frontal** um **Waveform Chart (Graph Indicators)**. Na janela de **Diagrama de Blocos**, adicione um bloco **Bundle (Programming >> Cluster & Variant)**, conecte a saída do ângulo de referência e a leitura do encoder às entradas **element 0** e **element 1**, respectivamente. Conecte a saída **output cluster** do bloco **Bundle** à entrada do bloco criado pelo **Waveform Chart**.
13. Em seguida, calcule o erro entre o ângulo de referência e o ângulo medido pelo encoder. Adicione um bloco de subtração (**Programming>>Numeric**) para calcular o erro. Conecte na entrada superior (+) do bloco de subtração o valor

do ângulo de referência (saída do controlador numérico adicionado no passo 12), e na entrada inferior (-) do bloco de subtração o valor do ângulo obtido a partir do encoder (saída do bloco de divisão adicionado no passo 10).

14. Adicione no **Painel Frontal** um controle numérico (**Num Ctrls**) para colocar o valor do ganho Proporcional  $K_p$ .
15. Multiplique o ganho proporcional  $K_p$  com o valor de erro do ângulo, adicionando um bloco de multiplicação (**Programming >> Numeric**). Em uma das entradas do bloco conecte o valor do erro do ângulo (saída do bloco de subtração), e na outra entrada conecte o valor do ganho Proporcional. O valor que sai deste bloco de multiplicação é o valor de tensão que deve ser aplicado ao motor para que seja alcançada a posição desejada.

#### ACIONAMENTO DO MOTOR CC:

16. Para que o motor não receba valores de tensão acima do permitido, adicione o bloco **In Range and Coerce** (**Programming >> Comparison**) para que o mesmo opere na faixa de 6 à -6 V. Desse modo, adicione um constante com valor **6** na entrada de **upper limit**, uma constante com valor **-6** na entrada de **lower limit** e na entrada **x** conecte a saída do bloco de multiplicação adicionado no passo anterior.
17. Para controlar a habilitação de envio de tensão para o motor, inicialmente adicione no **Painel Frontal** um **Push Button** (**Buttons**). Agora, na janela de **Diagrama de Blocos**, adicione o bloco **Select** (**Programming >> Comparison >> Select**). Conecte a saída do bloco **In Range and Coerce**, adicionado no passo 17, na entrada **t**, adicione uma constante com o valor 0 na entrada **f**, e por fim, conecte o **Push Button** na entrada **s**. Assim, se o controlador não estiver habilitado, o sistema enviará tensão nula ao motor.
18. Crie uma variável local do **Push Button** (**Create >> Local Variable**) e coloque-a do lado externo da estrutura **Timed Loop**. Adicione à sua entrada uma constante com o valor **F** (**Create >> Constant**). Esse procedimento faz com que o controlador esteja sempre desabilitado quando o instrumento virtual é reiniciado.

19. Na lateral esquerda e externa ao bloco **Timed Loop**, adicione outro bloco **Create Channel** (**MeasurementI/O >> NI-DAQmx**) e selecione o modo **Voltage** (**A0 Voltage>>Analog output>>Voltage**). Em seguida adicione duas constantes a esse bloco: **minimum value** e **maximun value**, com os valores **-6** e **+6**, que são as limitações da tensão enviada ao motor CC. Na entrada **Physical channels** desse mesmo bloco adicione outra constante, selecionando-a como **I/O Dev1/ao0**.
20. Ainda no exterior do bloco **Timed Loop**, adicione outro bloco **Start (Programming >> MeasurementI/O >> NI-DAQmx)** e conecte-o ao bloco **Voltage** através dos sinais **task out**→**task/channels in** e **error out**→**error in**.
21. Agora, dentro da estrutura **Timed Loop**, adicione um bloco **Write (Measurement I/O >> NI-DAQmx >> Write)**. Selecione o modo **Analog DBL 1Chan 1Samp** (**Analog >> Single Channel >> Single Sample >> DBL**). Conecte as entradas **task/channels in** e **error in** às saídas **task out** e **error out**, respectivamente, do bloco **Start**, adicionado no passo anterior. Em seguida conecte a saída do bloco **Select**, adicionado no passo 18, na entrada **data**.
22. Para visualizar graficamente a evolução da tensão no motor, adicione no **Painel Frontal** um **Waveform Chart (Graph Indicators)**. Na janela de **Diagrama de Blocos**, conecte a saída do bloco **Select**.
23. Na lateral direita e externa ao bloco **Timed Loop**, adicione outro bloco **Stop** (**Measurement I/O >> NI-DAQmx**) e conecte as entradas **task/channels in** e **error in** às saídas **task out** e **error out**, respectivamente, do bloco **Write**, adicionado no passo anterior. Em seguida, adicione outro bloco **Clear (Measurement I/O >> NI-DAQmx)** e conecte-o ao bloco **Stop** da mesma forma.

Seguindo estes passos, o **Painel Frontal** e o **Diagrama de Blocos** deverão ficar similares às Figuras 1.3 e 1.4.

**Dica:** Configure o **Waveform Chart** no **Painel Frontal** para melhor visualização das curvas. Clique com o botão direito no gráfico e selecione para exibir a barra de rolagem no eixo x (**Properties >> Appearance >> [show x scroll bar]**). Em (**Properties >> Scales**), defina o **grid style** para os eixos **x** e **y** selecionando a 3ª

opção. Retire a seleção no item **autoscale** e defina a escala fixa para o eixo **x** de **0** a **10000** e para o eixo **y** de **-10** a **30**. Selecione o item **scale x ticks**. Novamente clicando com o botão direito no gráfico, em (**Chart History Length**), insira o valor 10000 para determinar o tamanho do buffer de dados do gráfico. Em (**Y scale**), tire a seleção da opção **Loose Fit**.

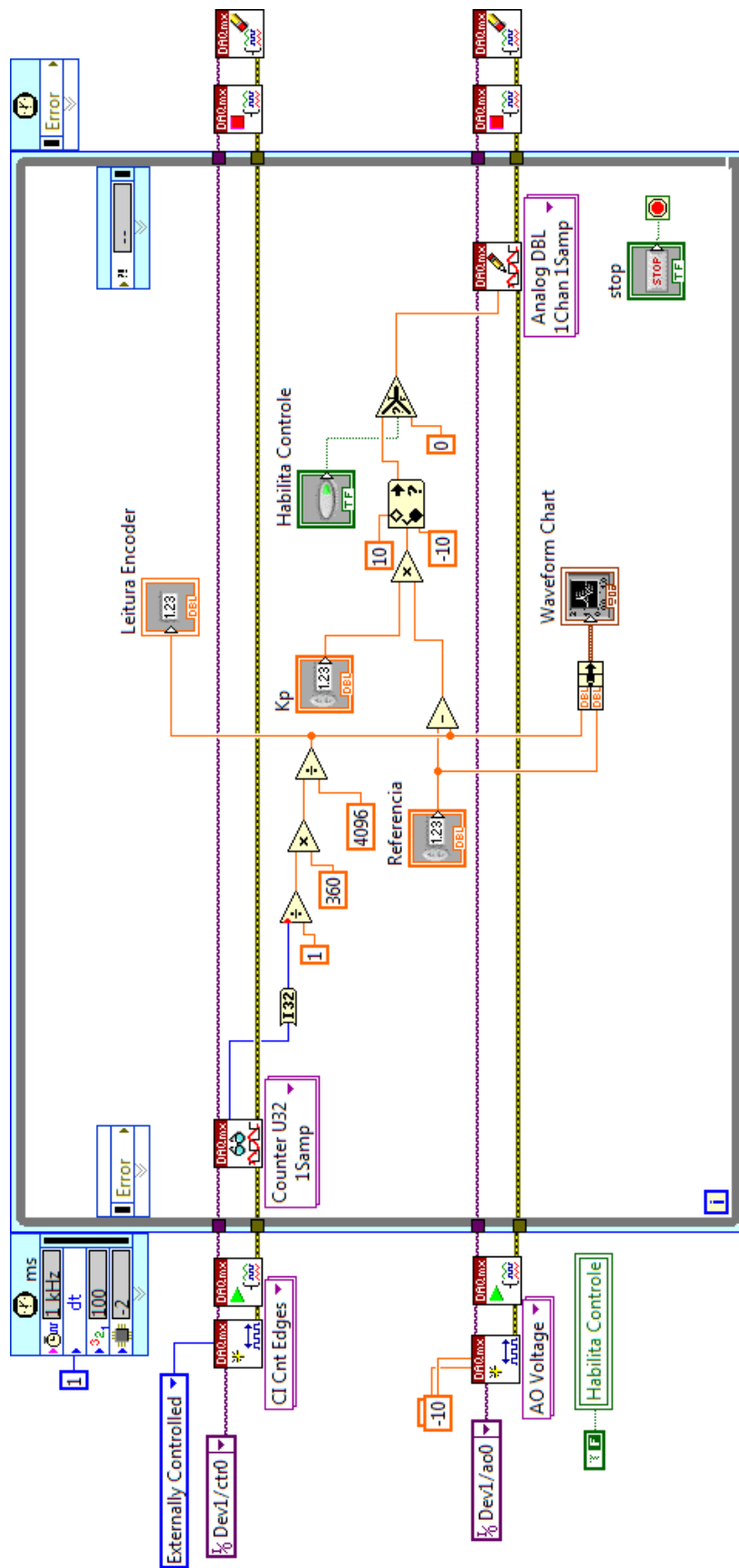


Figura 1.3: Painel Frontal do controlador proporcional.



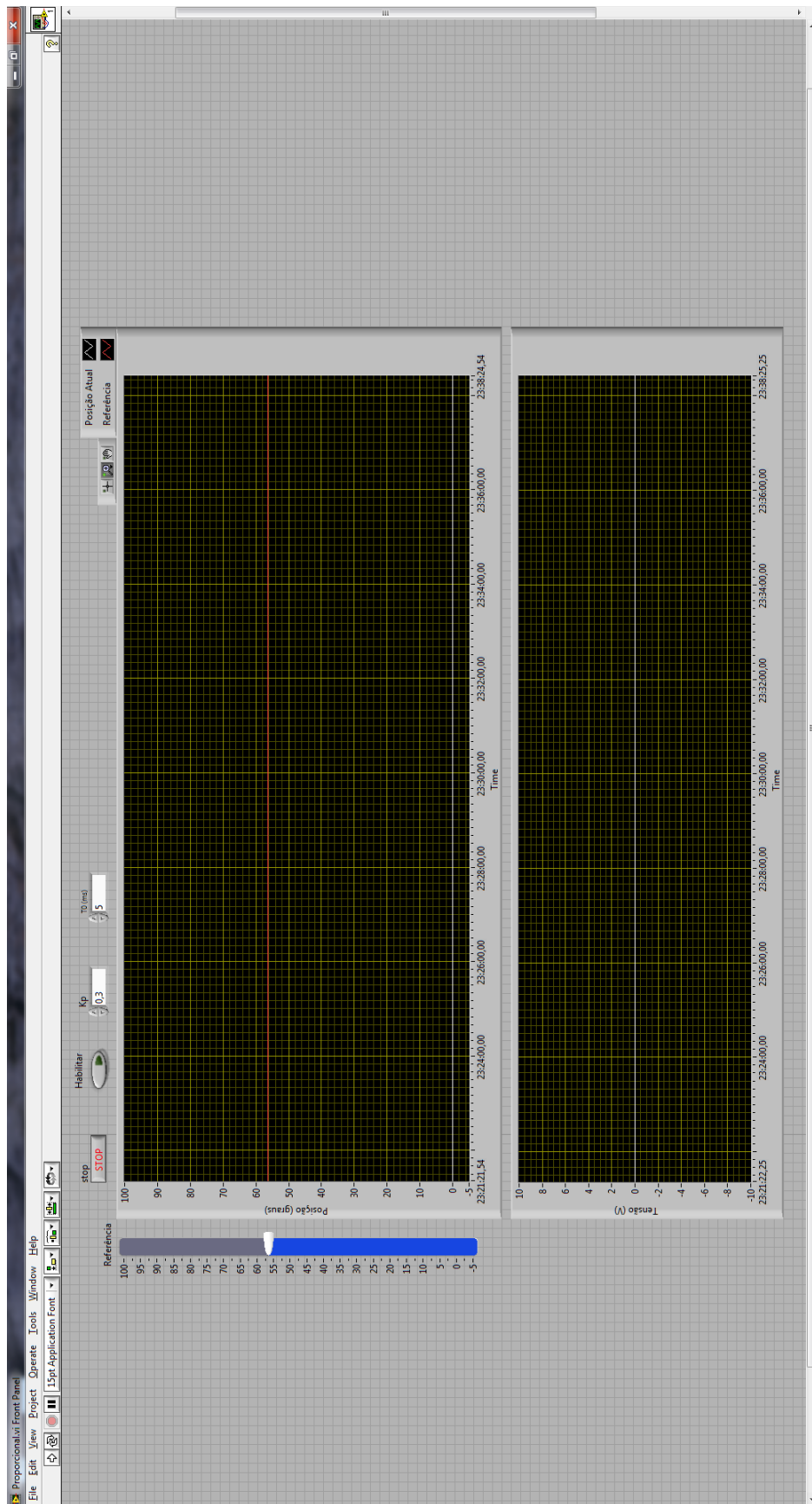


Figura 1.4: Diagrama de Blocos do controlador proporcional.

## 1.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser)

Símbolo	Nome	Valor	Unidades
$K_t$	Constante de Toque do Motor	0.00767	$N.m$
$K_m$	Constante da Força Contra Eletromotriz	0.00767	$V/(rad/s)$
$R_m$	Resistência da Armadura	2.6	$\Omega$
$K_g$	Redução	70	
$B_{eq}$	Coefficiente Viscoso de Amortecimento	$4e^{-3}$	$N.m.s$
$J_m$	Momento de Inércia do Rotor	$3.87e^{-7}$	$kg.m^2$
$J_{eq}$	Momento de Inércia Equivalente da Carga	$2e^{-3}$	$kg.m^2$
$\eta_m$	Eficiência do Motor	0.69	
$\eta_g$	Eficiência da Redução	0.9	

## Prática 01 - Controle Proporcional

Data: \_\_\_\_\_

Integrantes do Grupo:

1: \_\_\_\_\_

2: \_\_\_\_\_

3: \_\_\_\_\_

4: \_\_\_\_\_

5: \_\_\_\_\_

1. Preencha a tabela abaixo

K	MP (%)	$t_r$ (ms)	Erro de regime (°)

2. Analise o efeito do ganho  $K$  no sobre-sinal ( $MP\%$ ) e no tempo de subida ( $t_r$ ).

---

---

---

---

---

---



## Capítulo 2

# Controle de Posição

### 2.1 Objetivos

O objetivo deste experimento é familiarizar o estudante com o procedimento de ajuste dos parâmetros de controladores do tipo **PD**. Nesse sentido, serão desenvolvidos o projeto do controlador e a avaliação de seu desempenho.

### 2.2 Modelo matemático

Um motor elétrico de corrente contínua é composto por uma parte móvel (rotor), definida por um conjunto de espiras, e uma parte fixa (estator) geradora de campo magnético. O seguinte esquema eletromecânico, Figura 2.1, representa o motor elétrico CC:

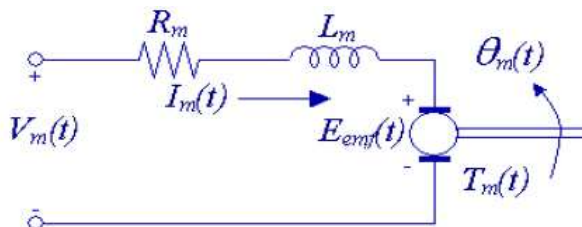


Figura 2.1: Diagrama eletromecânico do motor CC.

sendo  $V_m(t)$  a tensão aplicada ao rotor,  $I_m(t)$  a corrente que circula pelas espiras,  $R_m$  a resistência do conjunto de espiras,  $L_m$  a indutância característica do rotor,  $E_{emf}$  a força contra eletromotriz induzida nas espiras pelo campo magnético do estator,  $T_m(t)$  o torque desenvolvido pelo motor CC e  $\theta_m(t)$  a posição angular do eixo do motor.

Usando a lei de Kirchhoff de tensão, obtém-se a equação abaixo:

$$V_m - R_m I_m - L_m \frac{dI_m}{dt} - E_{emf} = 0. \quad (2.1)$$

Como  $L_m \ll R_m$ , pode-se desconsiderar a indutância do motor, assim:

$$I_m = \frac{V_m - E_{emf}}{R_m}. \quad (2.2)$$

Sabe-se que a força contra eletromotriz criada pelo motor é proporcional à velocidade do rotor  $\omega_m$  tal que:

$$I_m = \frac{V_m - K_m \dot{\theta}_m}{R_m} \quad (\dot{\theta}_m = \omega_m). \quad (2.3)$$

Do ponto de vista mecânico, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do rotor do motor:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - \frac{T_l}{\eta_g K_g}, \quad (2.4)$$

sendo  $\frac{T_l}{\eta_g K_g}$  a carga de torque visto direto das engrenagens e  $\eta_g$  a eficiência da caixa de engrenagens; e ao movimento da carga acoplada ao eixo do motor:

$$J_l \ddot{\theta}_l = T_l - B_{eq} \dot{\theta}_l, \quad (2.5)$$

sendo  $B_{eq}$  o coeficiente viscoso de amortecimento; obtém-se a equação dinâmica do movimento dada por

$$J_l \ddot{\theta}_l = \eta_g K_g T_m - \eta_g K_g J_m \ddot{\theta}_m - B_{eq} \dot{\theta}_l. \quad (2.6)$$

Utilizando as transformações  $\theta_m = K_g \theta_l$  e  $T_m = \eta_m K_t I_m$  (sendo  $\eta_m$  a eficiência do

motor), a equação (2.6) pode ser reescrita como

$$J_l \ddot{\theta}_l + \eta_g K_g^2 J_m \ddot{\theta}_l + B_{eq} \dot{\theta}_l = \eta_g \eta_m K_g K_t I_m. \quad (2.7)$$

Finalmente, combinando as equações elétrica, (2.3), e mecânica, (2.7), a função de transferência que estabelece a relação entre a posição angular da carga acoplada ao eixo,  $\theta_l$  e a tensão aplicada ao motor,  $V_m$ , é dada por

$$\frac{\theta_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s^2 + (B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2) s}, \quad (2.8)$$

sendo  $J_{eq} = J_l + \eta_g J_m K_g^2$ .

## 2.3 Controlador

Considerando os parâmetros descritos no Apêndice A, a função de transferência do motor CC utilizado nesta prática é dada por:

$$G(s) = \frac{\theta_l}{V} = \frac{61}{s^2 + 35s}. \quad (2.9)$$

O propósito nesta prática de laboratório é a implementação de um controlador do tipo **PID** para posicionar o eixo do motor CC. Observando a equação (2.9), verifica-se que a função de transferência da planta  $G(s)$  apresenta um pólo em  $s = 0$ . Sendo assim, o termo integrador  $K_I$  do controlador **PID** será omitido, uma vez que o objetivo de sua implementação seria introduzir esse pólo em  $s = 0$  no sistema em malha aberta. No sentido clássico, um controlador **PD** teria a forma:  $C(s) = K_P + K_D s$ . No entanto, acoplar esse controlador diretamente ao sistema resultaria na introdução de um zero no numerador da função de transferência em malha fechada:

$$T_{PD}(s) = \frac{\theta_l}{\theta_l^d} = \frac{61(K_P + K_D s)}{s^2 + (35 + 61K_D)s + 61K_P}. \quad (2.10)$$

Neste formato a equação (2.10) não se encaixa diretamente à função de transferência de segunda ordem geralmente utilizada na análise de especificações de desempenho de

tempo:

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (2.11)$$

Portanto, propõe-se a implementação de um controlador do tipo **PV**, como na Figura 2.2, tal que  $V_m(\theta_l) = -K_P(\theta_l - \theta_l^d) - K_V\dot{\theta}_l$ .

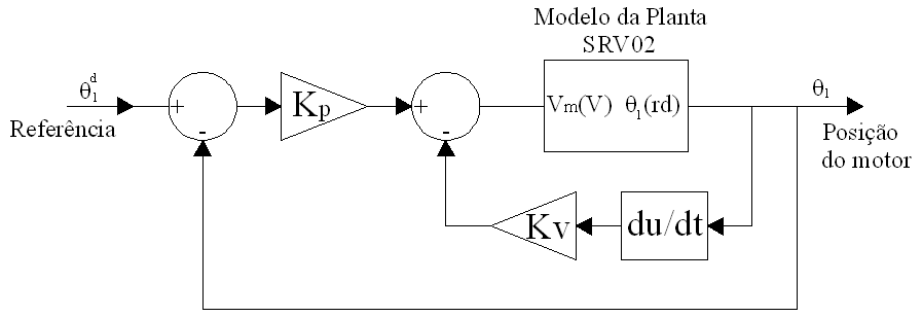


Figura 2.2: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com controlador PV.

A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$T_{PV}(s) = \frac{\theta_l}{\theta_l^d} = \frac{61K_P}{s^2 + (35 + 61K_D)s + 61K_P}. \quad (2.12)$$

As equações características da função de transferência de malha fechada com os controladores **PV** e **PD** são iguais. Um controlador **PV** é, em essência, um controlador **PD** sem o indesejado zero, possibilitando ao projetista atender às especificações de tempo utilizando somente a equação característica do sistema.

## 2.4 Procedimento de laboratório

### 2.4.1 Ligações e conexões

A primeira tarefa é assegurar que todo o sistema está ligado corretamente. Se você está inseguro com a ligação, chame o professor. Com todos os sinais ligados corretamente você estará pronto para iniciar o laboratório.



### 2.4.2 Implementação

Utilizando o instrumento virtual *SRV02\_position\_e\_pv.ni.vi* no LabVIEW implemente o controlador e observe os efeitos físicos na planta. Configure a planta com **gear type = high gear** e **load type = disk load**.

## 2.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser)

Símbolo	Nome	Valor	Unidades
$K_t$	Constante de Toque do Motor	0.00767	$N.m$
$K_m$	Constante da Força Contra Eletromotriz	0.00767	$V/(rad/s)$
$R_m$	Resistência da Armadura	2.6	$\Omega$
$K_g$	Redução	70	
$B_{eq}$	Coeficiente Viscoso de Amortecimento	$4e^{-3}$	$N.m.s$
$J_m$	Momento de Inércia do Rotor	$4.6e^{-7}$	$kg.m^2$
$J_{eq}$	Momento de Inércia Equivalente da Carga	$2e^{-3}$	$kg.m^2$
$\eta_m$	Eficiência do Motor	0.69	
$\eta_g$	Eficiência da Redução	0.9	

## Prática 02 - Controle de Posição

Data: \_\_\_\_\_

Integrantes do Grupo:

1: \_\_\_\_\_

2: \_\_\_\_\_

3: \_\_\_\_\_

4: \_\_\_\_\_

5: \_\_\_\_\_

6: \_\_\_\_\_

- Para o sistema em malha fechada com controlador PV, obtenha as expressões de  $\omega_n$  e  $\zeta$  em função de  $K_P$  e  $K_V$ . O que acontece com  $\omega_n$  quando  $K_P$  aumenta/diminui? O que acontece com  $\zeta$  quando  $K_P$  e/ou  $K_V$  aumenta/diminui?

R. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- Varie o valor dos ganhos  $K_P$  e  $K_V$  e complete a tabela abaixo.

		Teórico				Experimental			
$K_p$	$K_v$	$M_p$	$t_p$	$\omega_n$	$\zeta$	$M_p$	$t_p$	$\omega_n$	$\zeta$
10	0.05								
10	0.1								
20	0.05								
20	0.1								
30	0.05								
30	0.1								
40	0.05								
40	0.1								

Sobressinal:  $M_P = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$ , Tempo do pico:  $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ .

3. Crie o Lugar das Raízes no Matlab considerando a variação do parâmetro  $K_P$  e fixando o valor de  $K_v$  em 0.1. Compare os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  obtidos no Lugar das Raízes com os resultados obtidos na tabela do item 2.

R. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. Crie o Lugar das Raízes no Matlab considerando a variação do parâmetro  $K_V$  e fixando o valor de  $K_P$  em 20. Compare os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  obtidos no Lugar das Raízes com os resultados obtidos na tabela do item 2.

R. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## Capítulo 3

# Controle de Velocidade

### 3.1 Objetivos

O objetivo neste experimento é projetar um controlador que regule a velocidade do eixo do motor. O procedimento será baseado na análise da resposta em frequência do sistema.

### 3.2 Modelo matemático

Um motor elétrico de corrente contínua é composto por uma parte móvel (rotor), definida por um conjunto de espiras, e uma parte fixa (estator) geradora de campo magnético. O seguinte esquema eletromecânico, Figura 3.1, representa o motor elétrico CC:

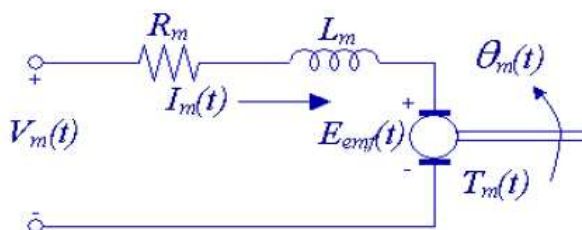


Figura 3.1: Diagrama eletromecânico do motor CC.

sendo  $V_m(t)$  a tensão aplicada ao rotor,  $I_m(t)$  a corrente que circula pelo enrolamento,  $R_m$  a resistência do enrolamento ou da armadura,  $L_m$  a indutância característica do rotor,  $E_{emf}$  a força contraeletromotriz induzida no enrolamento pelo campo magnético do estator,  $T_m(t)$  o torque desenvolvido pelo motor e  $\theta_m(t)$  a posição angular do eixo do motor.

Usando a lei de Kirchhoff de tensão, obtém-se a equação abaixo:

$$V_m - R_m I_m - L_m \frac{dI_m}{dt} - E_{emf} = 0. \quad (3.1)$$

Como geralmente  $L_m \ll R_m$ , pode-se desprezar a indutância do motor, assim:

$$I_m = \frac{V_m - E_{emf}}{R_m}. \quad (3.2)$$

Sabe-se que a força contraeletromotriz gerada pelo motor é proporcional à velocidade do rotor,  $\omega_m$ , tem-se:

$$I_m = \frac{V_m - K_m \dot{\theta}_m}{R_m} \quad (\dot{\theta}_m = \omega_m), \quad (3.3)$$

sendo  $K_m$  a constante contraeletromotriz.

Do ponto de vista mecânico, aplicando a segunda lei de Newton ao movimento do rotor do motor:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - \frac{T_l}{\eta_g K_g}, \quad (3.4)$$

sendo  $T_l$  o torque na carga,  $K_g$  a relação de engrenagens entre o motor e a carga, e  $\eta_g$  a eficiência da caixa de engrenagens; e ao movimento da carga acoplada ao eixo do motor:

$$J_l \ddot{\theta}_l = T_l - B_{eq} \dot{\theta}_l, \quad (3.5)$$

sendo  $B_{eq}$  o coeficiente viscoso de amortecimento.

Obtém-se a equação dinâmica do movimento dada por:

$$J_l \ddot{\theta}_l = \eta_g K_g T_m - \eta_g K_g J_m \ddot{\theta}_m - B_{eq} \dot{\theta}_l. \quad (3.6)$$

Utilizando as transformações  $\omega_m = K_g \omega_l$  e  $T_m = \eta_m K_t I_m$  (sendo  $\eta_m$  a eficiência do motor e  $K_t$  a constante de torque do motor), a equação (3.6) pode ser reescrita como

$$J_l \dot{\omega}_l + \eta_g K_g^2 J_m \dot{\omega}_l + B_{eq} \omega_l = \eta_g \eta_m K_g K_t I_m. \quad (3.7)$$

Finalmente, combinando as equações elétrica, (3.3), e mecânica, (3.7), a função de transferência que estabelece a relação entre a velocidade angular da carga acoplada ao eixo,  $\omega_l$  e a tensão aplicada ao motor,  $V_m$ , é dada por:

$$\frac{\omega_l(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s + B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2}, \quad (3.8)$$

sendo  $J_{eq} = J_l + \eta_g J_m K_g^2$ .

### 3.3 Pré-laboratório

A partir dos valores dos parâmetros relacionados no Apêndice A, a função de transferência do motor CC utilizado nesta prática é dada por:

$$G(s) = \frac{\omega_l(s)}{V_m(s)} = \frac{0.333}{0.005s + 0.189} = \frac{66.6}{s + 37.8}. \quad (3.9)$$

Um controlador do tipo **Compensador em Avanço** deve ser projetado de forma a alcançar as seguintes especificações para o sistema:

1. Erro de estado permanente nulo (para uma entrada degrau);
2. Largura de banda igual a 100 rad/s (aproximadamente 16 Hz);
3. Margem de fase do sistema em malha aberta de aproximadamente 75 graus.

### 3.3.1 Procedimento de projeto

Quando projeta-se um controlador de um sistema no domínio da frequência, é necessário estudar a resposta do sistema em malha aberta. Em casos onde o sistema não pode ser modelado (ou o sistema é muito complicado), um diagrama de Bode em malha aberta é obtido ao aplicar uma entrada senoidal de frequência variável e gravando a magnitude e a fase da saída correspondente. No nosso caso, o modelo é de primeira ordem e é suficientemente preciso. Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode da planta do motor,  $G(j\omega)$ :

```
>> numG = [0.333]; denG = [0.005 0.189]; G = tf(numG,denG)
```

Transfer function:

0.333

-----

0.005 s + 0.189

```
>> bode(G)
```

No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G(s)$ .

#### 1. Erro de estado permanente nulo (para uma entrada degrau);

Para obtermos um erro de estado permanente nulo em resposta a uma entrada degrau, nosso sistema deve ser do tipo 1. Por definição, um sistema do tipo 1 é aquele que possui um pólo único na origem. Assim, introduziremos um integrador na malha para alcançar a especificação. A função de transferência do sistema resultante é dada por:  $G_1(s) = \frac{G(s)}{s}$ . Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode do sistema  $G_1(j\omega)$ :

```
>> numG1 = [0.333]; denG1 = [0.005 0.189 0]; G1 = tf(numG1,denG1)
```

Transfer function:



```

0.333
-----
0.005 s^2 + 0.189 s
>> bode(G1)

```

No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G_1(j\omega)$ .

## 2. Largura de banda igual a 100 rad/s (aproximadamente 16 Hz);

A largura de banda é definida pelo valor da frequência  $\omega_m$  (rad/s) no qual o gráfico do módulo no diagrama de Bode cruza a linha de 0dB. A partir da análise do gráfico do módulo de  $G_1(j\omega)$  obtido no item anterior, determine o ganho  $K_p$  que deve ser introduzido no sistema para alcançar a especificação. No relatório da prática, apresente o procedimento utilizado.

\*Dica:  $\Delta x = 20 \log(K_p)$

Depois de selecionar o ganho  $K_p$  desejado, seu sistema em malha aberta é dado por:  $G_2(s) = \frac{K_p G(s)}{s}$ . Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode do sistema  $G_2(j\omega)$ . No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G_2(j\omega)$ .

## 3. Margem de fase do sistema em malha aberta de aproximadamente 75 graus;

Seja  $\phi$  o valor da fase referente à frequência  $\omega_m$  de cruzamento do gráfico de módulo em 0dB. Por definição, a margem de fase é dada por  $MF = \phi + 180^\circ$ . A partir da análise da margem de fase no sistema  $G_2(j\omega)$ , calcule a diferença de fase  $\Delta\phi$  que o controlador deve adicionar ao sistema para atingir a especificação. Projete o compensador em avanço necessário. No relatório da prática, apresente o procedimento utilizado.

\*Dica:  $\tau_p = \tan\left(\frac{\Delta\phi\pi}{180}\right)$ ,  $\beta = \tau_p + \sqrt{\tau_p^2 + 1}$ .

A função de transferência do compensador em avanço é dada por:

$$C(s) = \beta \frac{s + \frac{\omega_m}{\beta}}{s + \beta\omega_m}.$$

O sistema em malha aberta é então dado por:

$$G_3(s) = \frac{K_p C(s) G(s)}{s}.$$

Utilizando o software MATLAB, gere o diagrama de Bode do sistema  $G_3(j\omega)$ . Confira se as especificações foram alcançadas. No relatório da prática, esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G_3(j\omega)$ .

## 3.4 Procedimento de laboratório

### 3.4.1 Ligações e conexões

A primeira tarefa é assegurar que todo o sistema está ligado corretamente. Se você está inseguro com a ligação, chame o professor. Com todos os sinais ligados corretamente você estará pronto para iniciar o laboratório.

### 3.4.2 Implementação

Utilizando o instrumento virtual *SRV02\_speed\_lead\_tach\_ni.vi* no LabVIEW, configure a planta com **gear type = high gear** e **load type = disk load**. A função de transferência do controlador nesse aplicativo tem o formato:

$$C(s) = \frac{s + \frac{\alpha}{T}}{\alpha s + \frac{1}{T}}.$$

Ajuste a função do controlador obtida na seção anterior para se adequar a esse formato, ou seja, encontre os valores de  $\alpha$  e  $T$  a partir de  $\beta$  e  $\omega_m$ . No relatório da prática, apresente o procedimento utilizado. Implemente o compensador em avanço projetado e observe os efeitos físicos na planta. A resposta real do sistema é igual à esperada? Explique.

## Prática 03 - Controle de Velocidade

Data: \_\_\_\_\_

Integrantes do Grupo:

1: \_\_\_\_\_

2: \_\_\_\_\_

3: \_\_\_\_\_

4: \_\_\_\_\_

5: \_\_\_\_\_

1. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G(s)$ .

R.

2. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G_1(s)$ .

R.

3. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G_2(s)$ .

R.

4. Esboce o gráfico obtido identificando a largura de banda e a margem de fase do sistema  $G_3(s)$ .

R.

5. Apresente o procedimento utilizado para encontrar o controlador no formato adequado.

R.

6. A resposta real do sistema é igual à esperada? Explique

R. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### 3.5 Apêndice A: Parâmetros do motor (SRV02 - Quanser)

Símbolo	Nome	Valor	Unidades
$K_t$	Constante de Toque do Motor	0.00767	$N.m$
$K_m$	Constante da Força Contra Eletromotriz	0.00767	$V/(rad/s)$
$R_m$	Resistência da Armadura	2.6	$\Omega$
$K_g$	Redução	70	
$B_{eq}$	Coefficiente Viscoso de Amortecimento	$4e^{-3}$	$N.m.s$
$J_m$	Momento de Inércia do Rotor	$4.6e^{-7}$	$kg.m^2$
$J_{eq}$	Momento de Inércia Equivalente da Carga	$2e^{-3}$	$kg.m^2$
$\eta_m$	Eficiência do Motor	0.69	
$\eta_g$	Eficiência da Redução	0.9	

