Departamento de Física Experimental

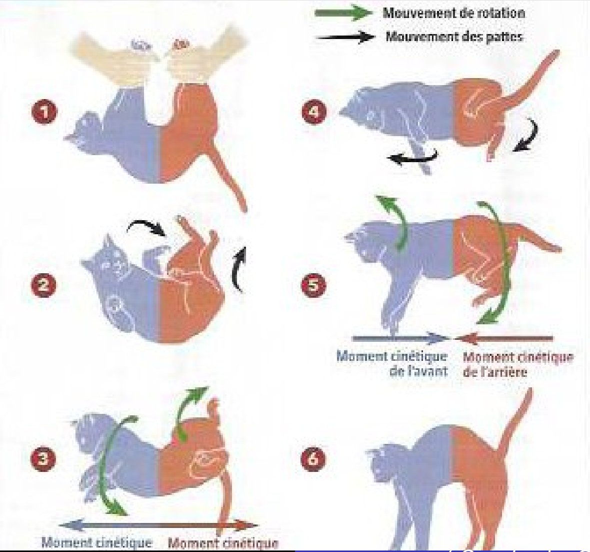
Solução Prova 2
(Queda do Gato)

13-14 de maio de 2014

Paulo R. Pascholati

Queda do Gato

La Recherche 487 (2014) pag. 54



Prólogo

Nesta apresentação são mostradas as soluções da prova 2 das turmas do diurno e noturno.

Queda do Gato, La Recherche 487 (2014) pag. 54
outras referências: http://bit.ly/1nmm9TV
procura por "1969 kane scher" no Google retornou o arquivo grátis em pdf *A dynamical explanation of the falling cat phenomenon*, pentagono.uniandes.edu.co/ jarteaga/.../kane.pdf

J. Solids Structures, 1969, Vol. 5, pp. 663 to 670. Pergamon Press. Printed in Great ... T. R. KANE and M. P. SCHER

Prova Noturno

Questão 1

Suponha que haja em média 2 suicídios por ano em uma população de 50 000 habitantes. Em uma cidade de 100 000 habitantes encontre:

a) a média de suicídios por ano nessa cidade;
b) a probabilidade de que ocorra nenhum suicídio em um ano;
c) a probabilidade de que ocorra um suicídio em um ano;
d) a probabilidade de que ocorra dois suicídios em um ano; e
e) a probabilidade de que ocorra dois ou mais suicídios em um ano.

Prova Noturno
Questão 1 a)

Suponha que haja em média 2 suicídios por ano em uma população de 50 000 habitantes. Em uma cidade de 100 000 habitantes encontre[1]:

a) a média de suicídios por ano nessa cidade.

$$\begin{array}{ccc} 50\ 000 & \rightarrow & 2 \\ 100\ 000 & \rightarrow & 4 \end{array}$$

A média é de 4 suicídios por ano.

[1] Que hipóteses deveriam ser apresentadas para a solução do problema?

Prova Noturno

Questão 1 b)

Suponha que haja em média 2 suicídios por ano em uma população de 50 000 habitantes. Em uma cidade de 100 000 habitantes encontre:

b) a probabilidade de que ocorra nenhum suicídio em um ano.

A probabilidade para tratar da questão é a probabilidade de Poisson, porque tem média, μ, conhecida e o número de eventos, n , pode ser grande.

$$P_\mu(n) = \frac{\mu^n e^{-\mu}}{n!}$$

A média é de 4 suicídios por ano e então

$$P_4(0) = \frac{4^0\ e^{-4}}{0!} = e^{-4} = 0,0183$$

Prova Noturno

Questão 1 c)

Suponha que haja em média 2 suicídios por ano em uma população de 50 000 habitantes. Em uma cidade de 100 000 habitantes encontre:

c) a probabilidade de que ocorra um suicídio em um ano. A média é de 4 suicídios por ano e então

$$P_4(1) = \frac{4^1\ e^{-4}}{1!} = 4 \cdot e^{-4} = 4 \cdot 0,0183 = 0,0733$$

Prova Noturno
Questão 1 d)

Suponha que haja em média 2 suicídios por ano em uma população de 50 000 habitantes. Em uma cidade de 100 000 habitantes encontre:

d) a probabilidade de que ocorra dois suicídios em um ano. A média é de 4 suicídios por ano e então

$$P_4(2) = \frac{4^2 \ e^{-4}}{2!} = 8 \cdot e^{-4} = 8 \cdot 0,0183 = 0,1465$$

Prova Noturno
Questão 1 e)

Suponha que haja em média 2 suicídios por ano em uma população de 50 000 habitantes. Em uma cidade de 100 000 habitantes encontre:

e) a probabilidade de que ocorra dois ou mais suicídios em um ano. A média é de 4 suicídios por ano e então

$$P_4(n \geq 2) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^n \; e^{-4}}{n!} = 1 - \sum_{n=0}^{1} \frac{4^n \; e^{-4}}{n!}$$

$$= 1 - \frac{4^0 \; e^{-4}}{0!} - \frac{4^1 \; e^{-4}}{1!} = 1 - 0,0183 - 0,1465 = 0,8352$$

$$P_4(n \geq 2) = 0,8352$$

Prova Noturno

Questão 2

Considere o decaimento radioativo da quantidade N_0 do nuclídeo X que tem constante de decaimento λ. A quantidade de nuclídeos X, $N(t)$, em um instante de tempo t pode ser expressa como:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

a) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0} e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.
b) Se a incerteza em t é s_t e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.
c) Se a incerteza em λ é s_λ e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.
d))Se a incerteza em N_0 é s_{N_0}, em t é s_t e em λ é s_λ, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

Prova Noturno

Questão 2 a)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Aplicando a função $N(t)$ a regra de propagação de incertezas

$$s_f^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2$$

obtem-se a incerteza $s_{N(t)}$.

a) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0} e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\sqrt{\left(\frac{\partial N(t)}{\partial N_0} \right)^2 s_{N_0}^2} = +e^{-\lambda t} s_{N_0}$$

Prova Noturno

Questão 2 b) e c)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

b) Se a incerteza em t é s_t e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\sqrt{\left(\frac{\partial N(t)}{\partial t}\right)^2 s_t^2} = +\lambda N_0 e^{-\lambda t} s_t$$

c) Se a incerteza em λ é s_λ e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\sqrt{\left(\frac{\partial N(t)}{\partial \lambda}\right)^2 s_\lambda^2} = +tN_0 e^{-\lambda t} s_\lambda$$

Prova Noturno

Questão 2 d)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

d) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0}, em t é s_t e em $T_{1/2}$ é $s_{T_{1/2}}$, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\left[\left(\frac{\partial N(t)}{\partial N_0}\right)^2 s_{N_0}^2 + \left(\frac{\partial N(t)}{\partial t}\right)^2 s_t^2 + \left(\frac{\partial N(t)}{\partial \lambda}\right)^2 s_\lambda^2\right]^{1/2}$$

$$s_{N(t)} = +e^{-\lambda t}\left[s_{N_0}^2 + (\lambda N_0)^2\, s_t^2 + (tN_0)^2\, s_\lambda^2\right]^{1/2}$$

Prova Noturno

Questão 3

Um comprador de resmas de papel só adquire aquelas resmas cujas massas estiverem entre 2,6 kg e 2,8 kg. As massas das resmas se distribuem aleatoriamente segundo uma densidade de probabilidade normal de média 2,77 kg e desvio padrão de 0,82 kg.

a) Encontre a probabilidade de uma resma qualquer ser aceita pelo comprador.

b) Encontre a massa, m, de uma resma, tal que 90% das resmas produzam massa menor do que m.

Prova Noturno
Questão 3 a)

Um comprador de resmas de papel só adquire aquelas resmas cujas massas estiverem entre 2,6 kg e 2,8 kg. As massas das resmas se distribuem aleatoriamente segundo uma densidade de probabilidade normal de média 2,77 kg e desvio padrão de 0,82 kg.

a) Encontre a probabilidade de uma resma qualquer ser aceita pelo comprador.
Na solução da questão vai se usar a Tabela de $P(0 \leq z \leq z_0)$

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\, \mathrm{d}z \quad \text{com} \quad z = \frac{m - \overline{m}}{s}$$

$$P(2,6 \leq m \leq 2,8) = P(2,6 \leq m \leq 2,77) + P(2,77 \leq m \leq 2,8)$$

Prova Noturno
Questão 3 a)

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\, \mathrm{d}z \quad \text{com} \quad z = \frac{m - \overline{m}}{s}$$

$$P(2,6 \leq m \leq 2,8) = P(2,6 \leq m \leq 2,77) + P(2,77 \leq m \leq 2,8)$$

$$z_{0;2,6} = \frac{|2,6 - 2,77|}{0,82} = 0,2073$$

$$z_{0;2,8} = \frac{|2,8 - 2,77|}{0,82} = 0,0366$$

$$= P(0 \leq z \leq 0,2073) + P(0 \leq z \leq 0,0366)$$

$$P(2,6 \leq m \leq 2,8) = 0,0832 + 0,0120 = 0,0952$$

Prova Noturno

Questão 3 b)

b) Encontre a massa, m, de uma resma, tal que 90% das resmas produzam massa menor do que m.

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\,\mathrm{d}z \quad \text{com} \quad z = \frac{m - \overline{m}}{s}$$

$$P(0 \leq m \leq m_{90\%}) = 0,90$$

$$= P(0 \leq m \leq 2,77) + P(2,77 \leq m \leq m_{90\%})$$

$$0,90 = 0,50 + P(2,77 \leq m \leq m_{90\%})$$

$$P(2,77 \leq m \leq m_{90\%}) = 0,40 \rightarrow P(0 \leq z \leq z_{90\%}) = 0,40$$

$$z_{90\%} = 1,28$$

$$m_{90\%} = \overline{m} + z \cdot s = 2,77 + 1,28 \cdot 0,82$$

$$m_{90\%} = 2,77 + 1,0496 = 3,8196 \approx 3,82\ kg$$

Prova Noturno

Questão 4

Uma lâmpada tem a duração em horas de acordo com a densidade de probabilidade

$$f(t) = \begin{cases} f(t) = 0 & \text{para } t < 0 \\ f(t) = \frac{1}{1000} e^{-\frac{t}{1000}} & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

Determine:

a) a probabilidade de que uma lâmpada qualquer queime antes de 1000 horas;
b) qual é a média da duração; e
c) a probabilidade de que uma lâmpada qualquer queime depois de sua duração média.

Prova Noturno

Questão 4 a)

Uma lâmpada tem a duração em horas de acordo com a densidade de probabilidade

$$f(t) = \begin{cases} f(t) = 0 & \text{para } t < 0 \\ f(t) = \frac{1}{1000} e^{-\frac{t}{1000}} & \text{para } t \geq 0 \end{cases}$$

a) Determine a probabilidade de que uma lâmpada qualquer queime antes de 1000 horas;

$$P(t \leq 1000) = \int_0^{1000} \frac{1}{1000} e^{-\frac{t}{1000}} \mathrm{d}t$$

$$\frac{1}{1000} \left[-1000 e^{-\frac{t}{1000}} \right]_0^{1000} = -\left[e^{-\frac{t}{1000}} \right]_0^{1000} = -\left[e^{-1} - e^{0} \right]$$

$$P(t \leq 1000) = \left[1 - e^{-1} \right] = [1 - 0,3679] = 0,6321$$

Prova Noturno
Questão 4 b)

b) Determine qual é a média da duração;

$$\text{média} = \int_0^{+\infty} t \, \frac{1}{1000} e^{-\frac{t}{1000}} \mathrm{d}t$$

$$\int x \, e^{ax} \mathrm{d}x = e^{ax} \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right)$$

$$\text{média} = \frac{1}{1000} \left[e^{-\frac{t}{1000}} \left(-1000t - 1000^2 \right) \right]_0^{1000}$$

$$= \left[e^{-\frac{t}{1000}} \left(-t - 1000 \right) \right]_0^{1000}$$

$$= \left[e^{-1} \left(-1000 - 1000 \right) \right] - \left[e^{-0} \left(-0 - 1000 \right) \right]$$

$$= -2000e^{-1} + 1000e^{-0} = 1000(1 - 2e^{-1})$$

$$\text{média} \ = 1000 \cdot 0,2642 = 264,2 \text{ horas}$$

Prova Diurno
Questão 1

Considere uma chuva de verão que dura 10 min em que 10^6 gotas de chuva caem em um quadrado de 10 m de lado. Um automóvel conversível possui dispositivo automático de fechamento da capota em caso de chuva, dispositivo que é acionado por um elemento sensor quadrado de 1 cm de lado.

a) Qual é a distribuição de probabilidade adequada para tratar a situação? Explicite o porquê da escolha.
b) Qual é a média dessa distribuição?
c) Qual é a probabilidade que ao menos uma gota atinja o elemento sensor?
d) Com essa chuva, quanto tempo leva em média para o sensor acionar o fechamendo da capota.

Prova Diurno

Questão 1 - a)

Considere uma chuva de verão que dura 10 *min* em que 10^6 gotas de chuva caem em um quadrado de 10 *m* de lado. Um automóvel conversível possui dispositivo automático de fechamento da capota em caso de chuva, dispositivo que é acionado por um elemento sensor quadrado de 1 *cm* de lado.

a) Qual é a distribuição de probabilidade adequada para tratar a situação? Explicite o porquê da escolha.
A distribuição probabilidade adequada é a distribuição de Poisson. Porque a situação em que a média é definida a priori e que a média do número de sucessos é muito menor que o número possível de sucessos.

Prova Diurno

Questão 1 item b)

Considere uma chuva de verão que dura 10 min em que 10^6 gotas de chuva caem em um quadrado de 10 m de lado. Um automóvel conversível possui dispositivo automático de fechamento da capota em caso de chuva, dispositivo que é acionado por um elemento sensor quadrado de 1 cm de lado.

b) Qual é a média dessa distribuição?
São 10^6 gotas em uma quadrado de 10 m de lado, o que significa 10^6 gotas em 100 m^2 dai então a média no sensor de 1 $cm^2 = 10^{-4}$ m (quadrado de 1 cm de lado) é de $1 gota/cm^2$.

Prova Diurno

Questão 1 c)

c) Qual é a probabilidade que ao menos uma gota atinja o elemento sensor?

$$P_1(n) = \frac{1^n \; e^{-1}}{n!}$$

No caso é satisfeito quando caem uma ou mais gotas, assim

$$P_1(n \geq 1) = \sum_{i=1}^{\infty} P_1(i) = 1 - P_1(0)$$

$$P_1(n \geq 1) = 1 - \frac{1^0 \; e^{-1}}{0!} = 1 - e^{-1} = 0,6321$$

Prova Diurno

Questão 1 d)

Considere uma chuva de verão que dura 10 *min* em que 10^6 gotas de chuva caem em um quadrado de 10 *m* de lado. Um automóvel conversível possui dispositivo automático de fechamento da capota em caso de chuva, dispositivo que é acionado por um elemento sensor quadrado de 1 *cm* de lado.

d) Com essa chuva, quanto tempo leva em média para o sensor acionar o fechamendo da capota.
A média é de uma gota no sensor em um período de 10 *min* assim o tempo médio de cair uma gora é de $10 min$.

Prova Diurno
Questão 2

Considere o decaimento radioativo da quantidade N_0 do nuclídeo X no instante de tempo $t = 0$. O nuclídeo tem meia-vida $T_{1/2}$. A quantidade de nuclídeos X, $N(t)$, em um instante de tempo t pode ser expressa como:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-(t/T_{1/2})}$$

a) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0} e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.
b) Se a incerteza em t é s_t e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.
c) Se a incerteza em $T_{1/2}$ é $s_{T_{1/2}}$ e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.
d) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0}, em t é s_t e em $T_{1/2}$ é $s_{T_{1/2}}$, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

Prova Diurno

Questão 2 a)

A função $N(t)$ é reescrita como

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\ln 2(t/T_{1/2})}$$

Aplicando a função $N(t)$ a regra de propagação de incertezas

$$s_f^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2$$

obtem-se a incerteza $s_{N(t)}$.

a) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0} e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\sqrt{\left(\frac{\partial N(t)}{\partial N_0} \right)^2 s_{N_0}^2} = +e^{-\ln 2(t/T_{1/2})} s_{N_0}$$

Prova Diurno

Questão 2 b) e c)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\ln 2 (t/T_{1/2})}$$

b) Se a incerteza em t é s_t e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual é a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\sqrt{\left(\frac{\partial N(t)}{\partial t}\right)^2 s_t^2} = +\frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 e^{-\ln 2 (t/T_{1/2})} s_t$$

c) Se a incerteza em $T_{1/2}$ é $s_{T_{1/2}}$ e nas outras variáveis as incertezas são nulas, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = +\sqrt{\left(\frac{\partial N(t)}{\partial T_{1/2}}\right)^2 s_{T_{1/2}}^2} = +\frac{\ln 2 \ t}{T_{1/2}^2} N_0 e^{-\ln 2 (t/T_{1/2})} s_{T_{1/2}}$$

Prova Diurno

Questão 2 d)

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\ln 2(t/T_{1/2})}$$

d) Se a incerteza em N_0 é s_{N_0}, em t é s_t e em $T_{1/2}$ é $s_{T_{1/2}}$, qual a expressão da incerteza em $N(t)$, $s_{N(t)}$.

$$s_{N(t)} = + \left[\left(\frac{\partial N(t)}{\partial N_0} \right)^2 s_{N_0}^2 + \left(\frac{\partial N(t)}{\partial t} \right)^2 s_t^2 + \left(\frac{\partial N(t)}{\partial T_{1/2} t} \right)^2 s_{T_{1/2}}^2 \right]^{1/2}$$

$$s_{N(t)} = e^{-\ln 2(t/T_{1/2})} \left[s_{N_0}^2 + \left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 \right)^2 s_t^2 + \left(\frac{\ln 2 \ t}{T_{1/2}^2} N_0 \right)^2 s_{T_{1/2}}^2 \right]^{1/2}$$

$$s_{N(t)} = 2^{-(t/T_{1/2})} \left[s_{N_0}^2 + \left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 \right)^2 s_t^2 + \left(\frac{\ln 2 \ t}{T_{1/2}^2} N_0 \right)^2 s_{T_{1/2}}^2 \right]^{1/2}$$

Prova Diurno
Questão 3

As pontuações de um teste de conhecimentos de matemática aplicado a um grupo de alunos seguem aproximadamente uma distribuição normal com média 500 e desvio-padrão de 100.

a) Encontre a probabilidade da pontuação de um aluno ser no máximo 600.
b) Encontre a probabilidade da pontuação de um aluno ser no mínimo 600.
c) Encontre a probabilidade da pontuação de um aluno estar entre 450 e 650.
d) Encontre o intervalo, simétrico em relacão a média, no qual se encontram 90% das pontuações.

Prova Diurno

Questão 3 a)

Na solução da questão vai se usar a Tabela de $P(0 \leq z \leq z_0)$

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\,\mathrm{d}z \quad \text{com} \quad z = \frac{x - \overline{x}}{s}$$

a) Encontre a probabilidade da pontuação de um aluno ser no máximo 600.

$$P(0 \leq x \leq 600) = P(0 \leq x \leq 500) + P(500 \leq x \leq 600)$$

$$z = \frac{|600 - 500|}{100} = 1$$

$$P(0 \leq x \leq 600) = 0,5 + P(0 \leq z \leq 1) = 0,5 + 0,3413 = 0,8413$$

Prova Diurno

Questão 3 b)

Na solução da questão vai se usar a Tabela de $P(0 \leq z \leq z_0)$

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\, \mathrm{dz} \quad \text{com} \quad z = \frac{x - \overline{x}}{s}$$

b) Encontre a probabilidade da pontuação de um aluno ser no mínimo 600.

$$P(600 \leq x \leq \text{valor máximo})$$

$$= P(0 \leq x \leq \text{valor máximo}) - P(0 \leq x \leq 600)$$

$$= P(0 \leq x \leq \text{valor máximo}) - (P(0 \leq x \leq 500) + P(500 \leq x \leq 600)$$

$$= 1,0 - (P(\text{mínimo} \leq z \leq 0) + P(0 \leq z \leq 1))$$

$$= 1,0 - (0,5 + 0,3413) = 1,0 - 0,8413 = 0,1587$$

Prova Diurno
Questão 3 c)

Na solução da questão vai se usar a Tabela de $P(0 \leq z \leq z_0)$

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\, \mathrm{d}z \quad \text{com} \quad z = \frac{x - \overline{x}}{s}$$

c) Encontre a probabilidade da pontuação de um aluno estar entre 450 e 650.

$$P(450 \leq x \leq 650)$$

$$= P(450 \leq x \leq 500) + P(500 \leq x \leq 650)$$

$$z_{0,450} = \frac{|450 - 500|}{100} = 0,5$$

$$z_{0,650} = \frac{|650 - 500|}{100} = 1,5$$

$$P(450 \leq x \leq 650) = P(0 \leq z \leq 0,5) + P(0 \leq z \leq 1,5)$$

$$= 0,1915 + 0,4332 = 0,6247$$

Prova Diurno

Questão 3 d)

Na solução da questão vai se usar a Tabela de $P(0 \leq z \leq z_0)$

$$P(0 \leq z \leq z_0) = \int_0^{z_0} g(z)\, \mathrm{d}z \quad \text{com} \quad \frac{x - \overline{x}}{s}$$

d) Encontre o intervalo, simétrico em relacão a média, no qual se encontram 90% das pontuações.

$$P(\overline{x} - x_{90\%} \leq x \leq \overline{x} + x_{90\%}) = 0,90$$

$$2 \cdot P(\overline{x} \leq x \leq \overline{x} + x_{90\%}) = 0,90$$

$$P(\overline{x} \leq x \leq \overline{x} + x_{90\%}) = 0,45 \quad \rightarrow \quad z_0 = 1,645$$

$$[\ (\overline{x} - x_{90\%})\ ;\ (\overline{x} + x_{90\%})\ ] = [\ (\ 500 - 164,5\ )\ ;\ (\ 500 + 164,5\ )\ ]$$

$$= [\ 335,5\ ;\ 664,5\ ]$$

Prova Diurno
Questão 4

Um dispositivo eletrônico tem a duração de acordo com a densidade de probabilidade, com t em anos,

$$f(t) = \begin{cases} f(t) = 0 & \text{para } t < 0 \\ f(t) = \frac{1}{25}(10 - 2t) & \text{para } 0 \leq t \leq 5 \\ f(t) = 0 & \text{para } t > 5 \end{cases}$$

a) Verifique se a função densidade de probabilidade é normalizada;
Determine:
b) a probabilidade de que um dispositivo eletrônico qualquer queime antes de $5/3$ anos;
c) qual é a média da duração; e
d) a probabilidade de que um dspositivo eletrônico qualquer queime depois de sua duração média.

Prova Diurno
Questão 4 a)

A condição de normalizado estabelece que

$$\int fdp(x)\ \mathrm{d}x = 1$$

em todo o domínio de x.

a) Verifique se a função densidade de probabilidade é normalizada;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\ \mathrm{d}t = \int_0^5 \frac{1}{25}(10-2t)\ \mathrm{d}t$$

$$\left[\frac{1}{25}(10t-t^2)\right]_0^5 = \frac{1}{25}\left[(10\cdot 5-5^2)-(10\cdot 0-0^2)\right]$$

$$\int_0^5 \frac{1}{25}(10-2t)\ \mathrm{d}t = \frac{25}{25} = 1$$

Prova Diurno

Questão 4 b)

b) Determine a probabilidade de que um dispositivo eletrônico qualquer queime antes de 5/3 anos;

$$P(t \leq 5/3 \text{ anos}) = \int_0^{5/3} \frac{1}{25}(10 - 2t)\, \mathrm{d}t$$

$$\left[\frac{1}{25}(10t - t^2)\right]_0^{5/3} = \frac{1}{25}\left[10 \cdot \frac{5}{3} - \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 0\right]$$

$$= \frac{1}{25}\left[\frac{50}{3} - \frac{25}{9}\right] = \frac{1}{25}\left[\frac{125}{9}\right] = \frac{5}{9}$$

$$P(t \leq 5/3 \text{ anos}) = \frac{5}{9} = 0,5556$$

Prova Diurno

Questão 4 c)

c) Determine qual é a média da duração;

$$\text{média} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \; fdp(x) \; \mathrm{d}x$$

$$\text{média} = \int_0^5 \; t \; \frac{1}{25}(10 - 2t) \; \mathrm{d}t = \int_0^5 \; \frac{1}{25}(10t - 2t^2) \; \mathrm{d}t$$

$$\left[\frac{1}{25}\left(10\frac{t^2}{2} - 2\frac{t^3}{3}\right)\right]_0^5 = \frac{1}{25}\left[5 \cdot 25 - 2 \cdot \frac{125}{3}\right]$$

$$= \left[5 - \frac{10}{3}\right] = \frac{5}{3}$$

$$\text{média} = \frac{5}{3} \text{ anos} = 1,67 \text{ anos}$$

Prova Diurno

Questão 4 d)

d) Determine a probabilidade de que um dspositivo eletrônico qualquer queime depois de sua duração média.

$$P(t \geq 5/3 \text{ anos}) = \int_{5/3}^{5} \frac{1}{25}(10 - 2t)\ \mathrm{d}t$$

$$\left[\frac{1}{25}(10t - t^2)\right]_{5/3}^{5} = \frac{1}{25}\left[(10 \cdot 5 - 5^2) - \left(10 \cdot \frac{5}{3} - \left(\frac{5}{3}\right)^2\right)\right]$$

$$= \left[(2-1) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3^2}\right)\right] = \left[1 - \frac{6-1}{9}\right] = \frac{4}{9}$$

$$P(t \geq 5/3 \text{ anos}) = \frac{4}{9} = 0,4444$$