



**7ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.**

Transformações Lineares, Núcleo, Imagem e Dimensão de uma T.L.

1. Determine quais das seguintes funções são transformações lineares e quais não são, se for prove e se não for justifique.
  - a)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y) = (x - 3y, 2x + 5y)$
  - b)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y) = (x - y, 3x, -2y)$
  - c)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ ,  $T(x, y) = (y, x, y, x)$
  - d)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y) = (|x|, 2y)$
  - e)  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $T(x, y, z) = -3x + 2y - z$
  - f)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y) = (\sin x, y)$
  - g)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y) = (y - x, 0)$
  - h)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y) = (x^2, y^2)$
  - i)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $T(x, y) = xy$
  - j)  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y, z) = (x + y, x - y, 0)$
2. Determinar se existe uma transformação linear  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(-1, 1) = (3, 2, 1)$  e  $T(0, 1) = (1, 1, 0)$ .  
Se sim, mostre a expressão para  $T$ .
  - a) Encontrar  $v \in \mathbb{R}^2$  tal que  $T(v) = (-2, 1, -3)$ .
3. Seja  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  uma transformação linear definida por:  
 $T(1, 1, 1) = (1, 2)$ ;  $T(1, 1, 0) = (2, 3)$  e  $T(1, 0, 0) = (3, 4)$ .
  - a) Determine  $T(x, y, z)$ ?
  - b) Determinar  $v \in \mathbb{R}^3$  tal que  $T(v) = (-3, -2)$ ;
  - c) Determinar  $v \in \mathbb{R}^3$  tal que  $T(v) = (0, 0)$ .
4. Demonstrar os teoremas:
  - a) Se  $T: V \rightarrow W$  é uma T.L, então  $T(\vec{0}) = \vec{0}$ .
  - b) Se  $T: V \rightarrow W$  é uma T.L, então  $N_{(T)}$  é um subespaço vetorial de  $V$ ?
  - c) Se  $T: V \rightarrow W$  é uma T.L, então  $Im_{(T)}$  é um subespaço vetorial de  $W$ ?
5. Consideremos o operador linear  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $T(x, y, z) = (x + 2y + 2z, x + 2y - z, -x + y + 4z)$ 
  - a) Determinar o vetor  $u \in \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(u) = (-1, 8, -11)$ ;
  - b) Determinar o vetor  $v \in \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(v) = v$ .
6. Dada as transformações lineares a seguir, determinar de cada um deles:
  - O núcleo e uma base para esse subespaço e sua dimensão;
  - A imagem, uma base para esse subespaço e sua dimensão;
  - a)  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y) = (3y - x, -3x + y)$ ;
  - b)  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y, z) = (x - 3y, x - z, z - x)$ ;
  - c)  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y, z) = (x + 2y - z, 2x - y + z)$ ;
  - d)  $T: V \rightarrow V$ ,  $T(B) = BM - MB$ ,  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ;
  - e)  $T: V \rightarrow V$ ,  $T(x) = XA + AX$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ;