6ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.

Base e dimensão.

1. Quais dos seguintes conjuntos de vetores formam uma base do R^3? Explique sua conclusão.
   a) (1, 1, -1), (2, -1, 0), (3, 2, 0)
   b) (1, 0, 1), (0, -1, 2), (-2, 1, -4)
   c) (2, 1, -1), (-1, 0, 1), (0, 0, 1)
   d) (1, 2, 3), (4, 1, 2)

2. O conjunto A = { t^3, $2t^2 - t + 3$, $t^3 - 3t^2 + 4t - 1$} é linearmente independente em $P_3(t)$? Se sim, o conjunto A é uma base de $P_3(t)$? Justificar.

3. Determinar uma base do R^4 que contenha os vetores (1, 1, 1, 1), (0, 1, -1, 0) e (0, 2, 0, 2)

4. Encontre uma base do subespaço V de P_2, que consiste em todos os vetores da forma $at^2 + bt + c$, em que c = a – b.

5. Determinar uma base e a dimensão do espaço solução do seguinte sistema:

$$s : \begin{cases} x - y - z - t = 0 \\ 2x + y + t = 0 \\ z - t = 0 \end{cases}$$

6. Mostrar que os polinômios $p_1 = 1 + 2x - 3x^2$, $p_2 = 1 - 3x - 2x^2$ e $p_3 = 2 - x + 5x^2$ formam uma base do espaço de polinômios de grau $\leq$ 2 e calcular o vetor-coordenada de $p = -2 - 9x - 13x^2$ na base B = { p_1, p_2, p_3}.

7. Seja V = R^3 e o conjunto B = {(0, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 2, 1)} $\subset R^3$. Verificar se o conjunto B é base do R^3. Determinar uma base do R^3 que possua dois elementos de B.

8. Determinar a dimensão e uma base para o subespaço vetorial S de M(2,2). Informar qual a dimensão de S e dê uma de base de S.

$$S = \{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; c = a - 3b \ e \ d = 0\}$$

9. Encontrar uma base e a dimensão para o subespaço:

$$S = \{(x, y, z, t) \in R^4 / \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\}$$