



Exercícios extraídos dos livros: *O Cálculo com Geometria Analítica – volume 1 – 3ª edição*: (Leithold, Louis, 1994); *Cálculo 1 – volume 1 – 5ª edição*: (Guidorizzi, L. H., 2001); *Calculus one-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra – volume 1 – second edition*: (Apostol, Tom M, 1967)

1. Calcule os limites, **se existir**:

a. $\lim_{x \rightarrow 1} x^3 - 3$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^4 - 8}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^3 + 2x + 3}{x^2 + 5}}$

d. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

e. $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 - x}{3x - 1}$

f. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x}$

h. $\lim_{x \rightarrow 3/2} \sqrt{\frac{8x^3 - 27}{4x^2 - 9}}$

i. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$

j. $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 7x + 3}}$

k. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5}}$

l. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+3x} - \sqrt{3}}{x}$

m. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$

n. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 1}$

o. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$

p. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{\frac{x^3 + 1}{x + 1}}$

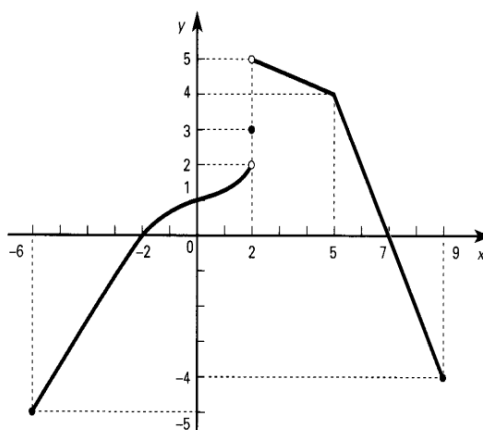
q. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}$

r. $\lim_{x \rightarrow 10} \log x - \ln x$

s. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{x - a}, a \neq 0$

t. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x - 1)^2}$

2. O gráfico a seguir representa uma função f de $[6, 9]$ em \mathbb{R} . Determine:



- a. $f(2)$ b. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ c. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
d. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ e. $f(-2)$ f. $f(7)$

3. Para cada uma das funções abaixo, calcule os limites:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \text{ e } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1 + h) - f(1)}{h}$$

- a. $f(x) = x^2$ b. $f(x) = x^3$ c. $f(x) = \sqrt{x}$ d. $f(x) = \frac{1}{x}$

4. Seja f uma função definida \mathbb{R} tal que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x} = 1$. Calcule:

- a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(7x)}{3x}$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2 - 1)}{x - 1}$

5. Se f e g forem contínuas, com $f(3) = 5$ e $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - g(x)] = 4$, encontre $g(3)$.

6. Sabendo-se que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 3$, calcule $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

7. Dada $f(x) = \frac{|x| + x}{x}$. Existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$?

8. Calcule os limites no infinito, **se existir**:

- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^5 + x^3 - x}$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + 4x^2}}{4 + x}$ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$

- d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 + x} - 3x$ e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos(5x)$ f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}$

- g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x}$ h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{(-x^2)}$ i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 4x - 25}{18x^3 - 9x^2}$

- j. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{2+x-\pi x^2}{12x-4x^2}\right)$ k. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1/\pi)^{x^3(x^2-1)^{-1}}$

- l. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x \ln x - \ln(3^x + 1)]$ m. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3x} + x)$

- n. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x(\sqrt{x^2 - 1} - x)]$

9. Encontre as **assíntotas verticais** dos gráficos das funções:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 2} \text{ e } g(x) = \frac{x}{x^2 - x + 2}$$

10. Calcule os limites laterais, **se existir**:

- a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$ c. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2}$

- d. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2}$ e. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{x-3}$ f. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{x-3}$

g. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x}$

h. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-3}{x^2}$

i. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{x^2-x}$

j. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x^2-x}$

k. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$

l. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x-1|}{x-1}$

m. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1}{x^2+x}$

n. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x^2-4}{1-x^2}$

o. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|}$

p. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2+3}{x^2-1}$

11. Seja função

$$f = \begin{cases} -x, & \text{se } x < 0 \\ 1, & \text{se } 0 < x < 1. \\ x^2, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Faça seu gráfico e determine seu domínio e imagem. Determine também $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -} f(x)$. O que se pode dizer sobre os limites de $f(x)$ nos pontos 0 e 1 ?

12. Para as funções dadas abaixo, faça o gráfico, determinando suas assíntotas e os pontos onde a função cruza os eixos x e y :

a. $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

b. $f(x) = \frac{3-x}{x-1}$

c. $f(x) = \frac{-1+x}{-1+3x-2x^2}$

13. Determine cada um dos limites dados a seguir.

a. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{6}{x-5}$

b. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{6}{x-5}$

c. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)^8}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2(x+2)}$

e. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x^2(x+2)}$

f. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \ln(x-5)$

14. Determine, caso existam, as assíntotas verticais e horizontais dos gráficos das funções dadas a seguir.

a. $f(x) = \frac{3x}{x-1}$

b. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$

c. $f(x) = \frac{2x^2+1}{2x^2-3x}$

d. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$

e. $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+4}$

f. $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{x^4+1}}$

15. Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)(x-8)(x-9)(x-10)}{(x^2+1)^5}$.

GABARITO

1. a. -2 b. $2\sqrt{2}$ c. $\sqrt{5/3}$ d. -6 e. $1/3$ f. 27

g. $\sqrt{3}/6$ h. $\sqrt{9/2}$ i. $11/17$ j. $\sqrt{6/5}$ k. $\sqrt{10} + \sqrt{5}$ l. $\sqrt{3}/2$
 m. 32 n. $1/2$ o. $1/2\sqrt{3}$ p. $\sqrt[3]{3}$ q. $1/4$ r. $1 - \ln 10$
 s. $\sqrt[3]{a}/3a$ t. $1/9$

2. a. 3 b. 2 c. 5 d. Não existe e. 0 f. 0

3. a. 2 b. 3 c. $1/2$ d. -1

4. a. $7/3$ b. $\sqrt{\sqrt{2} + 1} + 1$

5. 6

6. 5

7. $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, pois $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$

8. a. 0 b. 2 c. -1 d. $1/6$ e. \nexists

f. $+\infty$ g. $+\infty$ h. 0 i. 0 j. $\sqrt{2}/2$

k. 0 l. -8 m. $3/2$ n. $-1/2$

9. $f: x = -1$ e $x = 2$ g : não possui assíntotas

10. a. ∞ b. $-\infty$ c. ∞ d. ∞ e. ∞ f. $-\infty$ g. ∞ h. $-\infty$ i. $-\infty$ j. ∞ k. ∞

l. -1 m. ∞ n. $-\infty$ o. 1 p. $-\infty$

11. Esboçar o gráfico.

12. Esboçar o gráfico.

13. a. $+\infty$ b. $-\infty$ c. $+\infty$ d. $-\infty$ e. $-\infty$ f. $-\infty$

14. a. A.V.: $x = 1$ e A.H.: $y = 3$

b. A.V.: \nexists e A.H.: $y = -2$ e $y = 2$

c. A.V.: $x = 0$ e $x = 3/2$ e A.H.: $y = 1$

d. A.V.: $x = 1$ e A.H.: $y = 3$

e. A.V.: $x = -2$ e $x = 2$ e A.H.: $y = -1$ e $y = 1$

f. A.V.: \nexists e A.H.: $y = -2$ e $y = -1$ e $y = 1$

15. 1

