LISTA DE EXERCÍCIOS PREPARATÓRIA PARA SEGUNDA AVALIAÇÃO

EVANDRO E. S. RUIZ

Lista de exercícios fundamentada em *Linguagens formais e autômatos* de Paulo Blauth Menezes, 6^a edição, Bookman, 2011; e Introdução à Teoria da Computação, de M. Sipser, 2^a edição, Cengage, 2012.

(1) Para cada uma das linguagens a seguir, descritas na forma de expressão regular, apresente pelo menos duas palavras que pertençam a esta linguagem e duas que não pertençam. Suponha o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$.
   (a) a^*b^*
   (b) $a(ba)^*b$
   (c) $(aaa)^*$
   (d) Σ^*a
   (e) $\Sigma^*a\Sigma^*b$
   (f) $aba \cup bab$
   (g) $(\epsilon \cup a)b$
   (h) $(a \cup ba \cup bb)\Sigma^*$

(2) Considere a seguinte expressão regular $(a|b)^*(c|\epsilon)(a|b)^*$ sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$. Responda:
   (a) Ela é regular? Justifique a sua resposta;
   (b) Dê cinco exemplos de cadeias geradas por esta expressão;
   (c) Desenhe um autômato que represente esta expressão.

(3) Analise as gramáticas abaixo e faça a sua representação em notação de autômato finito:
   (a)
$$S \to aS \mid bA$$
$$A \to \epsilon \mid cA$$
   (b)
$$S \to aB \mid bS \mid \epsilon$$
$$B \to aS \mid bB$$

(4) Sobre o "Lema do Bombeamento" para linguagens regulares:
   (a) O que é?
   (b) Qual o seu enunciado?
   (c) Quais são suas hipóteses?
   (d) Qual é a sua principal aplicação?

(5) Dado o lema: "Se uma linguagem é descrita por uma expressão regular, então ela é regular", converta as expressões regulares abaixo em autômatos finitos não-determinísticos:
   (a) $(0 \cup 1)^*000(0 \cup 1)^*$
   (b) $(((00)^*(11)) \cup 01)^*$

IBm1088 Linguagens Formais e Teoria da Computação, FFCLRP–USP.

(c) 0^*

Autômatos com pilha. Para os exercícios com autômatos, são aceitas as abordagem de reconhecimento de uma linguagem por esvaziamento da pilha e por estado de aceitação.

(6) A linguagem $B = \{w \in a, b^* \mid w \text{ tem ao menos 3 } b\text{s}\}$ é uma linguagem regular, ou seja, pode ser reconhecida e representada por um autômato finito (AFD). No entanto, podemos converter o AFD num autômato com pilha. Represente este autômato com pilha.

(7) Construa autômatos com pilha que reconheçam independentemente as seguintes linguagens:
   (a) $L_1 = \{a^n b^{n+1} \mid b^n a^{n+1} \mid n \in \mathbb{N},\}$
   (b) $L_2 = \{a^n b^m a^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$,
   (c) $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \mid i + j = k\}$
   (d) $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R, |w| = \text{ ímpar }\}$
   (e) $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R\}$
   (f) $L_6 = \{a^{2n} b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
   (g) $L_7 = \{a^{2n} b^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
   (h) $L_8 = \phi$

(8) A gramática abaixo descrita é uma gramática livre do contexto e é definida sobre $\Sigma = \{a, b, c, \epsilon, +, (,)\}$. Seja a gramática:

$$S \to SS$$
$$S \to S + S$$
$$S \to S^*$$
$$S \to (S)$$
$$S \to a \mid b \mid c \mid d \mid \epsilon$$

   (a) Explique, com suas próprias palavras, a linguagem definida por esta gramática.
   (b) Verifique se as cadeias abaixo pertencem a esta gramática
      (i) ϵ
      (ii) $a(b \mid cc)^*(d \mid \epsilon)a^*$
      (iii) $a^*b(ca^* + bcc) + \epsilon$

(9) Lembrando que um **autômato com pilha** é uma 6-tupla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ em que:
   - Q é o conjunto de estados;
   - Σ é o alfabeto de entrada;
   - Γ é o alfabeto da pilha;
   - $\delta : Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \to P(Q \times \Gamma_\epsilon)$ é a função de transição;
   - $q_0 \in Q$ é o estado inicial; e
   - $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

   E ainda, que $\Sigma_\epsilon = \Sigma \cup \{e\}$ e, analogamente, $\Gamma_\epsilon = \Gamma \cup \{e\}$.

   Considere o seguinte autômato com pilha:
   (a) $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$;
   (b) $\Sigma = \{0, 1\}$;
   (c) $\Gamma = \{a, b, \$\}$, para \$ indicando pilha vazia;
   (d) q_0 é o estado inicial;
   (e) $F = q_4$; e

Para $\delta =$

$$
\begin{aligned}
(q_0, \epsilon, \epsilon) &\to (q_2, \$) \\
(q_2, 0, \epsilon) &\to (q_2, a) \\
(q_2, 1, \epsilon) &\to (q_2, b) \\
(q_2, 1, \epsilon) &\to (q_3, \epsilon) \\
(q_2, 0, \epsilon) &\to (q_3, \epsilon) \\
(q_3, 0, a) &\to (q_3, \epsilon) \\
(q_3, 1, b) &\to (q_3, \epsilon) \\
(q_3, \epsilon, \$) &\to (q_4, \epsilon)
\end{aligned}
$$

Pede-se:

(a) Desenhe um diagrama de transições para este autômato;

(b) Verifique se a cadeia `011010110` é aceita mostrando a seqüência de movimentos executados pelo autômato.

Ambas as publicações citadas contém um bom número de exercícios.

Bom trabalho!

Departamento de Computação e Matemática, Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo – USP

E-mail address: evandro@usp.br