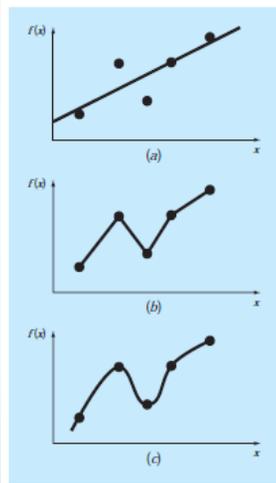


Modelagem em Engenharia C & A

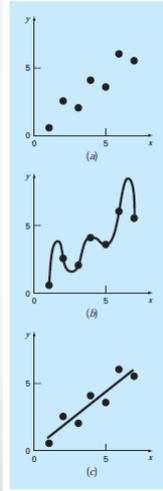
Aula 7- Ajuste de Funções Algébricas

Ajuste de curvas algébricas



- Simples e barato
- Automatização
- Análise de tendências
- Teste de hipóteses
- Simulação
- Previsão

Método dos Mínimos Quadrados



$$y = a_0 + a_1 x + e$$

Erro do ajuste é dado por:
$$\sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)$$

Somatória de todos os erros

$$S_r = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_{i,\text{measured}} - y_{i,\text{model}})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

MMQ - linear

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum [(y_i - a_0 - a_1 x_i) x_i]$$

→

$$0 = \sum y_i - \sum a_0 - \sum a_1 x_i$$

$$0 = \sum y_i x_i - \sum a_0 x_i - \sum a_1 x_i^2$$

↓

$$n a_0 + \left(\sum x_i \right) a_1 = \sum y_i$$

$$\left(\sum x_i \right) a_0 + \left(\sum x_i^2 \right) a_1 = \sum x_i y_i$$

$$a_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

Erro da regressão

$$S_r = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

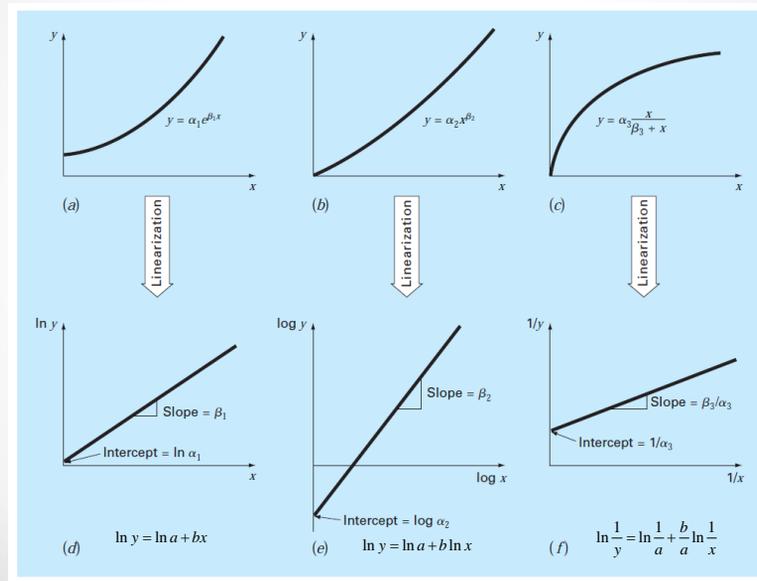
Coefficiente de correlação:

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

Algoritmo

| N | X _i | Y _i | X ² _i | Y ² _i | X _i Y _i |
|---|------------------|------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| | | | | | |
| N | | | | | |
| | X _{med} | Y _{med} | ΣX ² _i | ΣY ² _i | ΣX _i Y _i |

Anamorfose Linear



Regressão no Excel

- Gráfico – linhas de tendência

- Linear $y = a + bx$
- Exponencial $y = ae^{bx}$
- Logarítmica $y = a + b \ln x$
- Polinomial $y = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$
- Potência $y = ax^b$

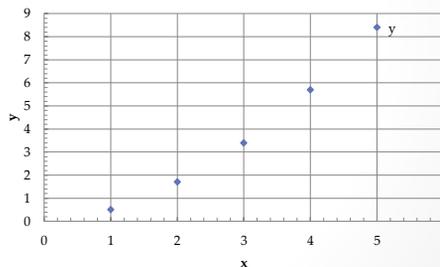
Regressão no excel

- Na planilha
 - CORREL r^2
 - INCLINAÇÃO b $y = a + bx$
 - INTERCEPÇÃO a
 - PREVISÃO y
 - PROJ.LIN - retorna os coeficientes de $y = a + bx$
 - PROJ.LOG - retorna os coeficientes de $y = ax^b$

Exemplo

| x | y |
|---|-----|
| 1 | 0.5 |
| 2 | 1.7 |
| 3 | 3.4 |
| 4 | 5.7 |
| 5 | 8.4 |

Calcular os coeficientes de ajuste linear e logarítmico e os respectivos índices de correlação!



=PROJ.LIN(B4:B8,A4:A8,VERDADEIRO,VERDADEIRO)

=PROJ.LOG(B4:B8,A4:A8,VERDADEIRO,VERDADEIRO)

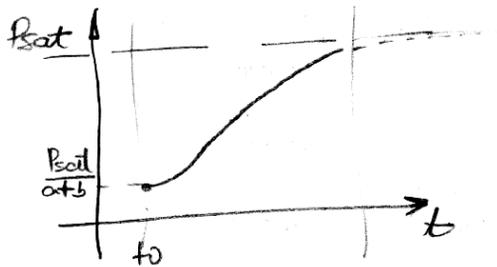
Fórmula de matriz

- Para inserir uma fórmula de matriz
 - Marcar as células da matriz
 - Editar com F2
 - Terminar com ctrl + shft + enter

Ajuste por MMQ - Solver

| Ano | Pop |
|------|-------|
| 1950 | 4,8 |
| 60 | 8,15 |
| 70 | 14,32 |
| 80 | 22,49 |
| 91 | 29,27 |
| 00 | 34,53 |
| 10 | 39,59 |
| | |

$$p(t) = \frac{P_{sat}}{a + b \cdot e^{-c(t-t_0)}}$$



Usando o solver

- Deve estar habilitado
- Encontrar a, b, c, e Psat
- Função $SOMAXMY2 = \sum(x_c^2 - x_o^2)$
- Minimizar células variando coeficientes
- Estimativa inicial
- Controlar r

•

•