

FEA – RP - USP

---

Matemática Financeira  
Sistemas de Amortização

Prof. Dr. Daphnis Theodoro da Silva Jr.

# Sistemas de Amortização - Características

- Desenvolvidos para empréstimos e financiamentos de longo prazo;
- Envolvem pagamentos periódicos:
  - Do principal (amortizações)
  - Dos encargos (juros)
- Em geral utilizam capitalização composta.
- As partes participantes de um contrato são:
  - Credor (mutuante)
  - Devedor (mutuário)
- Existem contratos com e sem carência.

## Sistemas de Amortização - Termos utilizados

---

- **Encargos (despesas) financeiros:** representam os juros da operação e, podem ser:
  - **Pré-fixados** – quando a taxa de juros praticada é fixa ao longo da vida do contrato (portanto já considera a expectativa de inflação futura + os juros)
  - **Pós-fixados** - quando há um desmembramento dos encargos financeiros em: juros e correção monetária (ou cambial).

Assim nos contratos pós-fixados a taxa de juros contratada é definida como a taxa de juros real, isto é, aquela situada acima do índice de inflação verificado no período.

## Sistemas de Amortização - Termos utilizados

---

- **Amortização** – é o pagamento do principal em parcelas.
- **Juros ou encargos financeiros** – é o valor do serviço da dívida em determinado período.
- **Prestação** – Amortização mais juros.
- **Saldo devedor** – é o valor do principal da dívida existente em determinado momento.
- **Carência** – intervalo de tempo até que se comece a pagar a prestação ou a amortização.

# Sistemas de Amortização

---

- Principais sistemas de amortização:
  - **SAC – Sistema de Amortização Constante:** o principal é amortizado em valor constante em cada parcela e os juros incidem sobre o saldo devedor imediatamente anterior à cada amortização;
  - **SAF – Sistema de Amortização Francês:** também conhecido como **tabela Price** (utilizado na HP), as prestações são de mesmo valor e equivalem ao modelo padrão dos fluxos de caixa;
  - **SAM – Sistema de Amortização Misto:** representa a média aritmética entre os sistemas SAC e SAF.

## SAC – Sistema de Amortização Constante:

o principal é amortizado em valor constante em cada parcela e os juros incidem sobre o saldo devedor imediatamente anterior à cada amortização.

Mini exemplo: valor financiado = 1000 ; taxa de juros = 10% a.p.  
pagamento em 4 parcelas sem entrada

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1000	0		Entrada = 0
1	750	250	100	350
2	500	250	75	325
3	250	250	50	300
4	0	250	25	275
total		1000	250	1250

# SAC – Sistema de Amortização Constante:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

$$50.000/5 = 10.000$$

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1		10.000		
2		10.000		
3		10.000		
4		10.000		
5		10.000		
total				

# SAC – Sistema de Amortização Constante:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

$$50.000/5 = 10.000$$

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000	0		Entrada = 0
1	40.000	10.000		
2	30.000	10.000		
3	20.000	10.000		
4	10.000	10.000		
5	0	10.000		
<b>total</b>		<b>50.000</b>		

# SAC – Sistema de Amortização Constante:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

$$50.000/5 = 10.000$$

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000	0		Entrada = 0
1	40.000	10.000	10.000	
2	30.000	10.000	8.000	
3	20.000	10.000	6.000	
4	10.000	10.000	4.000	
5	0	10.000	2.000	
<b>total</b>		<b>50.000</b>	<b>30.000</b>	

# SAC – Sistema de Amortização Constante:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

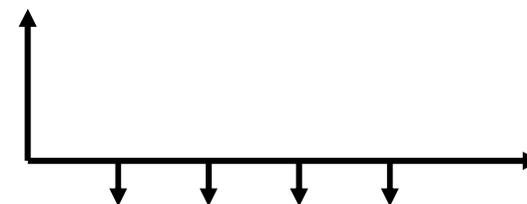
$$50.000/5 = 10.000$$

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000	0		Entrada = 0
1	40.000	10.000	10.000	20.000
2	30.000	10.000	8.000	18.000
3	20.000	10.000	6.000	16.000
4	10.000	10.000	4.000	14.000
5	0	10.000	2.000	12.000
<b>total</b>		<b>50.000</b>	<b>30.000</b>	<b>80.000</b>

## **SAF – Sistema de Amortização Francês:**

---

- também conhecido como **tabela Price** (utilizado na HP), as prestações são de mesmo valor e equivalem ao modelo padrão dos fluxos de caixa;
- Características:
  - As prestações são sempre iguais (constantes), periódicas e sucessivas.
- Como consequência temos:
  - O valor dos juros é decrescente
  - O valor da amortização é crescente
- O valor da prestação é calculado pela tecla PMT da HP.
  - Seqüência de cálculo, informe: **PV** , **i** , **n** ; calcule **PMT**



## SAF – Sistema de Amortização Francês:

- também conhecido como **tabela Price** (utilizado na HP), as prestações são de mesmo valor e equivalem ao modelo padrão dos fluxos de caixa;

Mini exemplo: valor financiado = 1000 ; taxa de juros = 10% a.p.  
pagamento em 4 parcelas sem entrada

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1000	0		Entrada = 0
1	784,53	215,47	100	315,47
2	547,51	237,02	78,45	315,47
3	286,79	260,72	54,75	315,47
4	0	286,79	28,68	315,47
total		1000,00	261,88	1261,88

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1				16.718,98
2				16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1			10.000	16.718,98
2				16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1		6.718,98	10.000	16.718,98
2				16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2				16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
total				83.594,90

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2			8.656,20	16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2		8.062,78	8.656,20	16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
total				83.594,90

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3				16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3			7.043,65	16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
total				83.594,90

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3		9.675,33	7.043,65	16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4				16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4			5.108,58	16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4		11.610,40	5.108,58	16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4	13.932,51	11.610,40	5.108,58	16.718,98
5				16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4	13.932,51	11.610,40	5.108,58	16.718,98
5			2.786,50	16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4	13.932,51	11.610,40	5.108,58	16.718,98
5		13.932,48	2.786,50	16.718,98
<b>total</b>				<b>83.594,90</b>

# SAF – Sistema de Amortização Francês:

valor financiado = 50.000

taxa de juros = 20% a. p.

pagamento em 5 parcelas sem entrada

50.000 => PV

20 => i

5 => n

PMT

período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	50.000			Entrada = 0
1	43.281,02	6.718,98	10.000	16.718,98
2	35.218,24	8.062,78	8.656,20	16.718,98
3	25.542,91	9.675,33	7.043,65	16.718,98
4	13.932,51	11.610,40	5.108,58	16.718,98
5	0,03 => 0,00	13.932,48	2.786,50	16.718,98
total		49.999,97	33.594,93	83.594,90

# SAM – Sistema de Amortização Misto:

Consiste na média aritmética dos valores dos sistemas SAC e SAF

Mini exemplo: valor financiado = 1000 ; taxa de juros = 10% a.p.

pagamento em 4 parcelas sem entrada

SAC				
Per.	Sd. dev.	Amort.	Juros	Prestação
0	1000	0		Entr.= 0
1	750	250	100	350
2	500	250	75	325
3	250	250	50	300
4	0	250	25	275
Tot.		1000	250	1250

SAF				
Per.	Sd. dev.	Amort.	Juros	Prestação
0	1000	0		Ent. = 0
1	784,53	215,47	100	315,47
2	547,51	237,02	78,45	315,47
3	286,79	260,72	54,75	315,47
4	0	286,79	28,68	315,47
Tot.		1000,00	261,88	1261,88

Para o cálculo da tabela do sistema misto, calcular a média aritmética dos valores de cada célula, entre SAC e SAF.

# SAM – Sistema de Amortização Misto:

---

Consiste na média aritmética dos valores dos sistemas SAC e SAF

Mini exemplo: valor financiado = 1000 ; taxa de juros = 10% a.p.

pagamento em 4 parcelas sem entrada

SAM				
Per.	Sd. dev.	Amort.	Juros	Prestação
0	1000	0		Ent. = 0
1	767,265	232,735	100	332,735
2	523,755	243,51	76,72	320,235
3	268,385	255,36	52,375	307,735
4	0	268,385	26,84	295,235
Tot.		1000,00	255,935	1255,94

Valores obtidos por meio do calculo da média aritmética entre os valores de cada célula dos sistemas SAC e SAF.

# Sistemas de Amortização - Atenção

---

- Exemplo:
  - Valor do empréstimo => 60.000
  - Prazo da operação => 5 anos = 60 meses
  - Taxa de juros => 24% ao ano (**efetiva**)
    - A taxa equivalente mensal é obtida por:

$$i_m = (1 + i_{anual})^{1/12} - 1$$

$$i_m = (1 + 0,24)^{1/12} - 1$$

$$i_m = 0,01808 \equiv 1,808\% \text{ a.m.}$$

# Sistemas de Amortização - Atenção

---

- Exemplo:
  - Valor do empréstimo => 60.000
  - Prazo da operação => 5 anos = 60 meses
  - Taxa de juros => 24% ao ano (**nominal**)
    - A taxa equivalente mensal é obtida por:

$$i_m = \frac{24\% \text{ a.a.}}{12m} = 2\% \text{ a.m.}$$