

Probabilidade

Lista 3: Distribuição de Probabilidade Discreta

1) Um produto eletrônico contém 40 circuitos integrados. A probabilidade de que qualquer circuito integrado seja defeituoso é de 0,01. Os circuitos integrados são independentes. O circuito opera somente se não houver circuitos integrados defeituosos. Qual a probabilidade de que o produto opere? R. 0,6690

2) As linhas telefônicas em um sistema de reservas de uma companhia aérea estão ocupadas 40% do tempo. Suponha que os eventos em que as linhas estejam ocupadas em sucessivas chamadas sejam independentes. Considere que 10 chamadas aconteçam para a companhia aérea.

a) qual a probabilidade de que para exatamente três chamadas as linhas estejam ocupadas? R. 0,215

b) qual a probabilidade de que para no mínimo uma chamada as linhas não estejam ocupadas? R. 0,994

c) qual é o número esperado de chamadas em que as linhas estejam todas ocupadas? R. 4

3) Um teste de múltipla escolha contém 25 questões, cada uma com quatro respostas. Suponha que um estudante apenas tente adivinhar cada questão.

a) qual a probabilidade de que o estudante responda mais de 20 questões corretamente? R. $9,677 \times 10^{-10}$

b) qual a probabilidade de que o estudante responda menos de cinco questões corretamente? R. 0,2137

4) Em um percurso matinal diário, um determinado sinal de trânsito demorado está verde 20% das vezes em que você se aproxima dele. Suponha que cada manhã represente uma tentativa independente.

a) Em cinco manhãs, qual é a probabilidade de que o sinal esteja verde exatamente um dia? R. 0,410

b) em 20 manhãs, qual é a probabilidade de que o sinal esteja verde exatamente quatro dias? R. 0,218

c) em 20 manhãs, qual é a probabilidade de que o sinal esteja verde em mais de 4 dias? R. 0,370

5) Falhas no coração são decorrentes de ocorrências naturais (87%) ou de fatores externos (13%). Fatores externos são relativos a substâncias induzidas ou a objetos alheios. Ocorrências naturais são causadas por bloqueio arterial, doença e infecção. Suponha que 20 pacientes irão a emergência por causa de falha no coração. Suponha que as causas de falha no coração entre os indivíduos sejam independentes.

a) qual a probabilidade de três indivíduos terem condições causadas por fatores externos? R. 0,235

b) qual a probabilidade de três ou mais indivíduos terem condições causadas por fatores externos? R. 0,492

c) quais são a média e o desvio-padrão do número de indivíduos com condições causadas por fatores externos? R. 2,6 e 1,504

6) Amostras de 20 peças de um processo de corte metálico são selecionadas a cada hora. Tipicamente, 1% das peças requer retrabalho. Seja X o número de peças na amostra de 20 que requerem retrabalho. Suspeita-se de um problema no processo se X exceder sua média em mais de três desvios-padrão.

a) se a porcentagem de peças que requerem retrabalho permanecer em 1%, qual será a probabilidade de X exceder sua média em mais de três desvios-padrão? R. 0,0169

b) se a porcentagem de retrabalho aumentar para 4%, qual será a probabilidade de X exceder 1? R. 0,1897

c) Se a porcentagem de retrabalho aumentar para 4%, qual será a probabilidade de X exceder um em no mínimo uma das próximas cinco horas de amostragem? R. 0,651

7) Uma vez que nem todos os passageiros de aviões aparecem na hora do embarque, uma companhia aérea vende 125 bilhetes para um voo que suporta somente 120 passageiros. A probabilidade de que um passageiro não apareça é 0,10 e os passageiros se comportam independentemente.

a) qual a probabilidade de cada passageiro que aparecer embarcar? R. 0,9961

b) Qual a probabilidade de que o voo decole com assentos vazios? R. 0,9886

8) Um processo de fabricação tem 100 pedidos de consumidores para preencher. Cada pedido requer uma peça componente que é comprada de um fornecedor. No entanto, tipicamente, 2% dos componentes são identificados como defeituosos, podendo os componentes ser considerados independentes.

a) se o fabricante estocar 100 componentes, qual a probabilidade de que as 100 ordens possam ser preenchidas sem refazer o pedido dos componentes? R. 0,133

b) se o fabricante estocar 102 componentes, qual será a probabilidade de que as 100 ordens possam ser preenchidas sem refazer o pedido dos componentes? R. 0,666

c) se o fabricante estocar 105 componentes, qual será a probabilidade de que as 100 ordens possam ser preenchidas sem refazer o pedido dos componentes? R. 0,981

9) O número médio de fragmentos de insetos em uma barra de 225 gramas de chocolate foi de 14,4; porém três marcas apresentaram contaminação maior que duas vezes a média. Considere que o número de fragmentos segue a distribuição de Poisson.

a) se você consumir uma barra de 225 gramas de uma marca com nível médio de contaminação, qual será probabilidade de não ter contaminação por insetos? R. 6.10^{-7}

b) suponha que você consuma uma barra que tem um quinto do tamanho testado (45 g) de uma marca com nível médio de contaminação. Qual a probabilidade de não ter contaminação por inseto? R. 0,056

c) se você consumir sete barras de 28,35 gramas esta semana, de uma marca com nível médio de contaminação, qual será a probabilidade de você consumir um ou mais fragmentos de inseto em mais de uma barra? R. 0,999997

d) a probabilidade de uma contaminação ser maior do que duas vezes a média de 14,4 não é usual ou pode ser considerada uma variação típica? Explique. R. 0,00046 (não usual)

10) O número de falhas em parafusos de máquinas da indústria têxtil segue a distribuição de Poisson, com média de 0,1 falha por metro quadrado.

a) qual a probabilidade de que haja duas falhas em 1 metro quadrado de tecido? R. 0,0045

b) Qual a probabilidade de que haja uma falha em 10 metros quadrados de tecido? R. 0,3679

c) qual a probabilidade de que não haja falhas em 20 metros quadrados de tecido? R. 0,1353

d) qual a probabilidade de que haja no mínimo duas falhas em 10 metros quadrados de tecido? R. 0,2642

11) Em uma autoestrada, o número de buracos que é significativo para requerer reparos, segue uma distribuição de Poisson com uma média de 2 buracos por km.

a) qual a probabilidade de que não haja buracos que requeiram reparo em 5 km de autoestrada? R. $4,54 \cdot 10^{-5}$

b) qual a probabilidade de que no mínimo um buraco requeira reparo em 0,5 km de estrada? R. 0,6321

c) se o número de buracos estiver relacionado a carga do veículo na autoestrada e algumas seções dessa autoestrada estiverem sujeitas a uma carga pesada de veículos, enquanto outras estiverem sujeitas a uma carga leve, como você se sente a respeito da suposição de distribuição de Poisson para o número que buracos de requerem reparo?

12) O número de insucessos de um instrumento de teste para partículas de contaminação no produto é uma variável aleatória de Poisson, com média de 0,02 insucessos por hora.

a) qual a probabilidade de que o instrumento não falhe em um turno de 8 horas? R. 0,8521

b) qual a probabilidade de no mínimo um insucesso em um dia de 24 horas? R. 0,3812

13) O número de mudanças de conteúdo em uma página da internet segue a distribuição de Poisson com média de 0,25 por dia.

a) qual a probabilidade de duas ou mais mudanças em um dia? R. 0,026

b) qual a probabilidade de nenhuma mudança em cinco dias? R. 0,287

c) qual a probabilidade de duas ou menos mudanças em cinco dias? R. 0,868

14) Quando as placas de circuito integrado usadas na fabricação de CD-players são testadas, a porcentagem de placas com defeitos no longo prazo é igual a 5%. Seja $X =$ número de placas com defeito em uma amostra aleatória de tamanho $n = 25$.

- a) Determine $P(X \leq 2)$. R: 0,873
- b) Determine $P(X \geq 5)$. R: 0,007
- c) Determine $P(1 \leq X \leq 4)$. R: 0,716
- d) Qual é a Probabilidade de que nenhuma das 25 placas apresente defeito? R:0,277

15) Uma empresa de cristais finos sabe por experiência que 10% de suas taças possuem defeitos cosméticos e devem ser classificadas como de "segunda linha".

- a) Entre seis taças selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade de uma ser de segunda linha? R: 0,3543
- b) Entre seis taças selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade no mínimo duas serem de segunda linha? R: 0,1143
- c) Se as taças forem examinadas uma a uma, qual será a probabilidade de no máximo cinco terem de ser selecionadas para encontrar quatro que não sejam de segunda linha? R: 0,91854

16) Suponha que apenas 25% de todos os motoristas parem completamente em cruzamento com semáforos vermelhos para todas as direções quando não há outros carros à vista. Qual é a probabilidade de que, entre 20 motoristas selecionados aleatoriamente chegando em um cruzamento nessas condições.

- a) no máximo seis parem totalmente? R: 0,786
- b) exatamente seis parem completamente? R: 0,169
- c) ao menos seis parem completamente? R: 0,383
- d) quanto dos 20 motoristas você espera que parem completamente? R: 5

17) Um determinado tipo de raquete de tênis possui duas versões: média e grande. Sessenta por cento de todos os clientes de certa loja querem a versão grande.

- a) Entre 10 clientes selecionados aleatoriamente que querem esse tipo de raquete, qual é a probabilidade de ao menos 6 quererem a versão grande? R: 0,633
- b) A loja possui atualmente sete raquetes de cada versão. Qual é a probabilidade de os 10 próximos clientes que querem essa raquete consigam obter a versão desejada do estoque atual? R: 0,821

18) Vinte por cento de todos os telefones de um determinado tipo são enviados para reparo em garantia. Desses, 60% podem ser reparados, enquanto os outros 40% devem ser substituídos. Se uma empresa comprar 10 desses telefones, qual é a probabilidade de exatamente dois serem substituídos em garantia? R: 0,1478

19) O College Board relata que 2% dos 2 milhões de alunos que fazem o SAT cada ano recebem acomodações especiais por causa de deficiência física documentada (Los Angeles Times, July 16, 2002). Considere uma amostra aleatória de 25 estudantes que fizeram o teste recentemente.

- a) Qual é a probabilidade de exatamente 1 ter recebido acomodação especial? R:0,308

- b) Qual é a probabilidade de ao menos 1 ter recebido acomodação especial? R:0,397
c) Qual é a probabilidade de ao menos 2 terem recebido acomodação especial? R:0,295

20) Suponha que o número X de tornados observados em uma determinada região durante o período de um ano tenha uma distribuição de Poisson com $\lambda=8$.

- a) Calcule $P(x \leq 5)$. R:0,191
b) Calcule $P(6 \leq x \leq 9)$. R:0,526
c) Calcule $P(10 \leq x)$. R:0,283

21) Suponha que o número de motoristas que trafegam entre certa origem e destino durante o período de tempo determinado tem uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda=20$ qual a probabilidade número de motoristas ser:

- a) No máximo 10? R:0,11
b) Exceder 20? R:0,441
c) Estar entre 10 e 20, inclusive? R:0,554
d) Estar estritamente entre 10 e 20? R:0,459

22) Suponha que pequenas aeronaves pousem em um aeroporto de acordo com processo de Poisson com a taxa $\alpha=8$ por hora de forma que o número de pousos durante o período de tempo t horas é variável de Poisson com parâmetro $\lambda=8t$.

- a) Quais são a probabilidade de exatamente 6 aeronaves pequenas chegarem durante um período de uma hora? Ao menos 6? Ao menos 10? R: 0,122. 0,809. 0,283.
b) Qual é a probabilidade de ao menos 20 pequenas chegarem durante o período de duas horas e meia? De no máximo 10 chegarem nesse período? R: 0,53. 0,11

23) O número de pessoas que chegam para tratamento em um pronto socorro pode ser modelado por um processo de Poisson com taxa de 5 por hora.

- a) Qual é a probabilidade de exatamente 4 pessoas chegarem em certa hora? R:0,175
b) Qual é a probabilidade de ao menos 4 pessoas chegarem em certa hora? R:0,735
c) Quantas pessoas você espera que cheguem em um período de 45 minutos? R: 3.75

24) O número de solicitações de assistência recebido por um serviço de guincho é um processo de Poisson com taxa $\alpha=4$ por hora.

- a) Calcule a probabilidade de exatamente 10 solicitações chegarem em um certo período de duas horas. R:0,99
b) Se os operadores do serviço de guincho tirarem 30 minutos para almoço qual é a probabilidade de não perderem nenhum chamado de assistência? R: 0,135
c) Quantas ligações você espera que ocorram durante o almoço? R:2

25) Uma empresa que fornece computadores pelo correio tem seis linhas telefônicas. Seja X o número de linhas em uso em determinado horário. Suponha que a função distribuição de probabilidade de X seja conforme a tabela a seguir.

X	0	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	0,10	0,15	0,20	0,25	0,20	0,06	0,04

Calcule a probabilidade de cada um dos seguintes eventos.

- No máximo três linhas estão em uso. (R: 0,70)
- Menos de três linhas estão em uso. (R: 0,45)
- Pelo menos três linhas estão em uso. (R: 0,55)
- Entre duas e cinco linhas, inclusive, estão em uso. (R: 0,71)
- Entre duas e quatro linhas, inclusive, não estão em uso. (R: 0,65)
- Pelo menos quatro linhas não estão em uso. (R: 0,45)

26) Algumas partes da Califórnia são particularmente propensas a terremotos. Suponha que em tal área 30% de todos os moradores tenham seguro contra danos por terremotos. Quatro moradores são selecionados aleatoriamente. Seja X o número dos que possuem seguro contra danos por terremotos, entre os quatro.

- Determine a distribuição de probabilidades de X . [Sugestão: seja S o número que tem seguro e N o que não tem. Uma possibilidade será $SNSS$, com probabilidade $(0,3)(0,7)(0,3)(0,3)$ e o valor associado $X=3$].
- Desenhe o histograma de probabilidade correspondente.
- Qual é o valor mais provável de X ?
- Qual é a probabilidade de que ao menos dois dos quatro moradores selecionados tenham seguro? (R: 0,3483)

27) Uma empresa de cristais finos sabe por experiência que 10% de suas taças possuem defeitos cosméticos e devem ser classificados como de "segunda linha".

- Entre seis taças selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade de uma ser de segunda linha? (R: 0,3543)
- Entre seis taças selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade de no mínimo duas serem de segunda linha? (0,1143)
- Se as taças forem examinadas uma a uma, qual será a probabilidade de no máximo cinco terem de ser selecionadas para encontrar quatro que não sejam de segunda linha? (0,91854)

28) Suponha que 90% de todas as pilhas de certo fabricante tenham voltagens aceitáveis. Um determinado tipo de lanterna necessita de duas pilhas tipo D, e ela só funciona se as duas pilhas tiverem voltagem aceitável. Entre 10 lanternas selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade de pelo menos nove funcionarem? (R: 0,407)

29) Suponha que o número X de tornados observados em uma determinada região durante um período de um ano tenha uma distribuição de Poisson com $\lambda=8$.

a) Calcule $P(X \leq 5)$. (R: 0,191)

b) Calcule $P(6 \leq X \leq 9)$. (R: 0,526)

c) Calcule $P(10 \leq X)$. (R; 0,283)

d) Qual é a probabilidade de o número observado de tornados exceder o número esperado por mais de 1 desvio padrão? (R: 0,064)

30) Suponha que as árvores sejam distribuídas em uma floresta de acordo com um processo bidimensional de Poisson com parâmetro X . O número de árvores esperado por acre é de 80.

a) Qual é a probabilidade de que em $1/4$ de acre haja no máximo 16 árvores? (R: 0,221)

b) Se a floresta cobrir 85.000 acres, qual será o número esperado de árvores na floresta? (R: 6.800.000)

31) Um fabricante de pilhas de lanterna deseja controlar a qualidade de seus produtos rejeitando os lotes em que a proporção de pilhas com voltagem inaceitável seja muito alta. Assim, em cada lote grande (10.000 pilhas), 25 serão selecionadas e testadas. Se ao menos cinco delas gerarem voltagens inaceitáveis, todo o lote será rejeitado. Qual PE a probabilidade de um lote ser rejeitado se

a) 5% das pilhas do lote tiverem voltagens inaceitáveis. (R: 0,007)

b) 10% das pilhas do lote tiverem voltagens inaceitáveis. (R: 0,098)

c) 20% das pilhas do lote tiverem voltagens inaceitáveis. (R: 0,579)

d) O que aconteceria às probabilidades nas partes (a) - (c) se o número crítico de rejeição fosse aumentado de 5 para 6?