
Controle Adaptativo

H_∞ não Linear com Redes Neurais

Adriano Almeida Gonçalves Siqueira

Aula 4

- Equação dinâmica do manipulador totalmente atuado:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q)$$

- $M(q) \Rightarrow$ matriz de inércia
- $C(q, \dot{q}) \Rightarrow$ matriz das forças de Coriolis e centrípetas
- $F(\dot{q}) \Rightarrow$ torques de fricção
- $G(q) \Rightarrow$ torques gravitacionais
- $\tau \Rightarrow$ torques aplicados
- $q, \dot{q}, \ddot{q} \Rightarrow$ posição, velocidade e aceleração angulares

- Com a introdução de incertezas paramétricas, ΔM , ΔC , ΔF e ΔG , e do distúrbio externo, τ_d , a equação do manipulador fica:

$$\tau + \delta = M_0 \ddot{q} + C_0 \dot{q} + F_0 + G_0$$

com $\delta = -(\Delta M \ddot{q} + \Delta C \dot{q} + \Delta F + \Delta G - \tau_d)$.

- Define-se o erro de acompanhamento:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} - \dot{q}^d \\ q - q^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{q} \end{bmatrix}$$

Controle H_∞ via teoria dos jogos

- Considere a equação no espaço de estados do manipulador.
- Utiliza-se a transformação de estados

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_2 \end{bmatrix} = T_0 \tilde{x} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{q} \end{bmatrix}$$

sendo $T_{11} = t_{11} I$.

Controle H_∞ via teoria dos jogos

- A equação no espaço de estados fica:

$$\dot{\tilde{x}} = A_T \tilde{x} + B_T T_{11}(-F(x_e) + \tau) + B_T T_{11} \delta$$

sendo

$$A_T(\tilde{x}, t) = T_0^{-1} \begin{bmatrix} -M_0^{-1} C_0 & 0 \\ T_{11}^{-1} & -T_{11}^{-1} T_{12} \end{bmatrix} T_0$$

$$B_T(\tilde{x}, t) = T_0^{-1} \begin{bmatrix} M_0^{-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Controle H_∞ via teoria dos jogos

- A equação no espaço de estados fica:

$$\dot{\tilde{x}} = A_T \tilde{x} + B_T T_{11}(-F(x_e) + \tau) + B_T T_{11} \delta$$

sendo
$$x_e = \begin{bmatrix} q^T & \dot{q}^T & (q^d)^T & (\dot{q}^d)^T & (\ddot{q}^d)^T \end{bmatrix}$$

$$F(x_e) = M_0 \left(\ddot{q}^d - T_{11}^{-1} T_{12} \ddot{\tilde{q}} \right) + C_0 \left(\dot{q}^d - T_{11}^{-1} T_{12} \dot{\tilde{q}} \right) + F_0 + G_0$$

$$\tau = F(x_e) + T_{11}^{-1} u$$

Controle adaptativo H_∞ não linear

- Matriz de regressão , Y , e vetor dos parâmetros, θ .

$$F(x_e) = M(\ddot{q}_r - T_{11}^{-1}T_{12}\ddot{\tilde{q}}) + C(\dot{q}_r - T_{11}T_{12}\dot{\tilde{q}}) + F(\dot{q}) + G(q)$$

$$F(x_e) = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r - T_{11}T_{12}\dot{\tilde{q}}, \ddot{q}_r - T_{11}T_{12}\ddot{\tilde{q}})\theta$$

- Problema de controle: Encontrar

$$\dot{\hat{\theta}} = \alpha(t, \tilde{x}) \qquad \tau = Y\hat{\theta} + T_{11}^{-1}u(t, \tilde{x})$$

t.q. o sistema tenha atenuação H_∞ .

Controle adaptativo H_∞ não linear

- Se a equação de Riccati tiver solução:

$$\dot{\hat{\theta}} = -S^{-1}Y^T T_{11} B_T^T(\tilde{x}, t) P(\tilde{x}, t) \tilde{x}$$

$$\tau = Y\hat{\theta} - T_{11}^{-1} R^{-1} B_T^T(\tilde{x}, t) P(\tilde{x}, t) \tilde{x}$$

- Equação de Riccati:

$$\begin{aligned} & \dot{P}(\tilde{x}, t) + P(\tilde{x}, t) A_T(\tilde{x}, t) + A_T^T(\tilde{x}, t) P(\tilde{x}, t) - \\ & - P(\tilde{x}, t) B_T(\tilde{x}, t) \left(R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I \right) B_T^T(\tilde{x}, t) P(\tilde{x}, t) + Q = 0 \end{aligned}$$

Controle H_∞ via teoria dos jogos

- Escolhe-se:

$$P(\tilde{x}, t) = T_0^T \begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} T_0$$

sendo $K > 0$, uma variável a ser determinada.

- A equação de Riccati torna-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & K \\ K & 0 \end{bmatrix} - T_0^T B \left(R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I \right) B^T T_0 + Q = 0$$

sendo o controle ótimo: $u = -R^{-1} B^T T_0 \tilde{x}$.

Controle H_∞ via teoria dos jogos

- Realiza-se a fatoração de Cholesky ($\lambda(R) < \gamma^2$):

$$R_1^T R_1 = \left(R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I \right)^{-1}$$

e particiona-se Q na forma:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1^T Q_1 & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_2^T Q_2 \end{bmatrix}.$$

Controle H_∞ via teoria dos jogos

- Solução para a equação algébrica:

$$T_0 = \begin{bmatrix} R_1^T Q_1 & R_1^T Q_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

e

$$K = \frac{1}{2} \left(Q_1^T Q_2 - Q_2^T Q_1 \right) - \frac{1}{2} \left(Q_{12}^T + Q_{12} \right) > 0.$$

Controle adaptativo H_∞ não linear

- Na forma simplificada:

$$\dot{\hat{\theta}} = -S^{-1}Y^T T_{11} B^T T_0 \tilde{x}$$

$$\tau = Y\hat{\theta} - T_{11}^{-1}R^{-1}B^T T_0 \tilde{x}$$

Controle adaptativo H_∞ não linear com redes neurais

- Vetor dos parâmetros das redes, Θ :

$$F(x_e, \Theta) = \begin{bmatrix} F_1(x_e, \Theta_1) \\ \vdots \\ F_n(x_e, \Theta_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1^T \Theta_1 \\ \vdots \\ \xi_n^T \Theta_n \end{bmatrix} = \Xi \Theta$$

Controle adaptativo H_∞ não linear com redes neurais

- Definição da rede k :

$$F_k(x_e, \Theta) = \sum_{i=1}^{jk} H \left(\sum_{j=1}^{5n} w_{ij}^k x_{ej} + m_i^k \right) \Theta_{ki} = \xi_k^T \Theta_k$$

- $H(\bullet) \Rightarrow$ função tangente hiperbólica
- $w_{ij} \Rightarrow$ pesos entre as camadas de entrada e escondida
- $m_i \Rightarrow$ limiares

Controle adaptativo H_∞ não linear com redes neurais

- Problema de controle: Encontrar

$$\dot{\Theta} = \beta(t, \tilde{x})$$

$$\tau = F(x_e, \Theta) + u(t, \tilde{x})$$

t.q. o sistema tenha atenuação H_∞ .

- Se a equação de Riccati tiver solução:

$$\dot{\Theta} = -Z^{-1}\Xi^T T_{11} B_T^T(\tilde{x}, t) P(\tilde{x}, t) \tilde{x}$$

$$\tau = \Xi\Theta - T_{11}^{-1} R^{-1} B_T^T(\tilde{x}, t) P(\tilde{x}, t) \tilde{x}$$

- Na forma simplificada:

$$\dot{\Theta} = -Z^{-1}\Xi^T T_{11} B^T T_0 \tilde{x}$$

$$\tau = \Xi\Theta - T_{11}^{-1} R^{-1} B^T T_0 \tilde{x}$$

Underactuated Arm II



Controle adaptativo H_∞ não linear

- Parâmetros θ :

$$\theta_1 = m_1 l_{c1}^2 = m_2 l_{c2}^2 \quad \theta_2 = m_2 l_1^2$$

$$\theta_3 = m_2 l_1 l_{c2} \quad \theta_4 = m_3 l_1^2 = m_3 l_2^2 = m_3 l_1 l_2$$

$$\theta_5 = m_3 l_{c3}^2 \quad \theta_6 = m_3 l_1 l_{c3} = m_3 l_2 l_{c3}$$

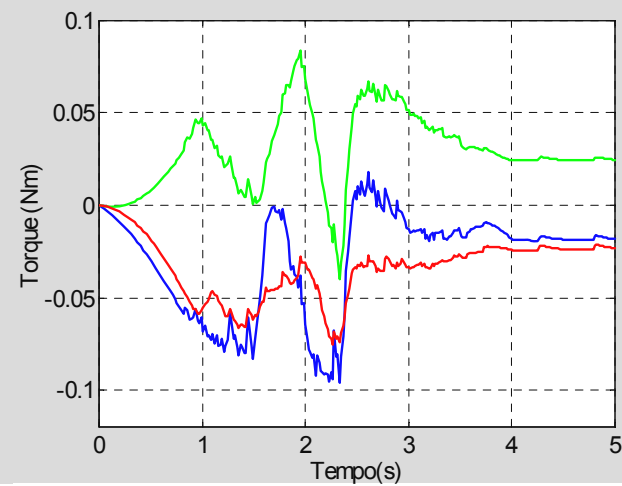
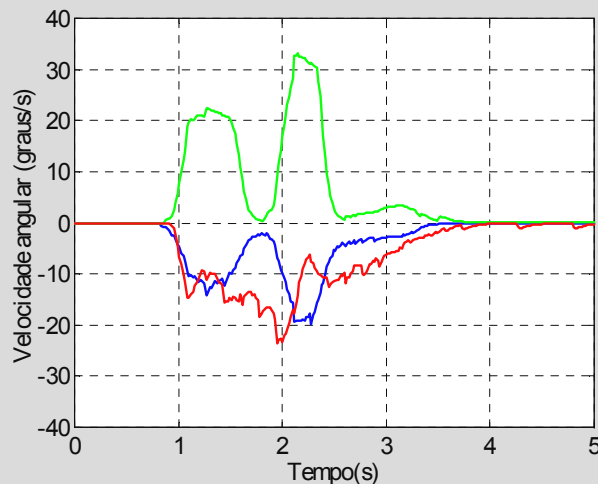
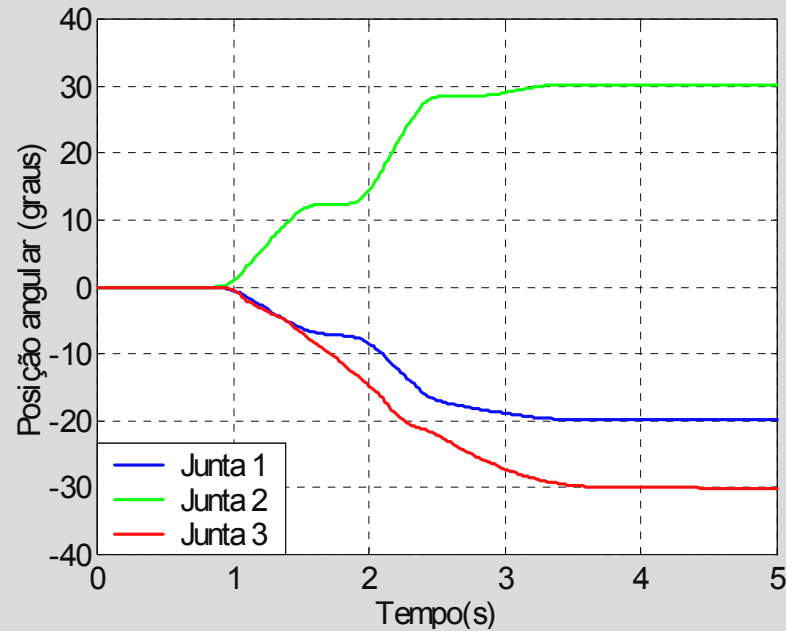
$$\theta_7 = I_1 = I_2 \quad \theta_8 = I_3$$

$$\theta_9 = f_1 \quad \theta_{10} = f_2$$

$$\theta_{11} = f_3$$

- $\gamma = 3$, $Q_1 = I_3$, $Q_2 = 2I_3$, $Q_{12} = 0$, $R = 5I_3$ e $S = 10I_{11}$

Controle adaptativo H_∞ não linear



Controle adaptativo H_∞ não linear com redes neurais

- 3 redes neurais ($n = 3$)
- 7 neurônios na camada escondida
- pesos w_{ij} : 1 ou -1
- limiares m_i : -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
- $\gamma = 3$, $Q_1 = I_3$, $Q_2 = 2I_3$, $Q_{12} = 0$, $R = 5I_3$ e $Z = 10I_{21}$

Controle adaptativo H_∞ não linear com redes neurais

