**Teoria dos Jogos para Ciência Política**

**Graduação – Teoria dos Jogos para Cientistas Sociais (FLP0464)**

**Pós Graduação – Teoria dos Jogos (FLS6363-1)**

Prof. Dr. Glauco Peres Silva

1ª lista de exercícios – 21/09/2016

Esta é a primeira lista de exercícios e deverá ser entregue na aula da próxima semana em classe. É permitido que os alunos discutam a resolução dos exercícios, mas cada um deverá responde-los a sua maneira.

**Questão 1 – 20 pontos**

Responda às questões a seguir:

1. Equilíbrios de estratégia dominante são sempre equilíbrios de Nash? Os equilíbrios de Nash são sempre equilíbrios de estratégia dominante?
2. Num equilíbrio de Nash entre duas pessoas, cada jogador está dando a melhor resposta a que? Numa estratégia dominante de equilíbrio, cada jogador está dando a melhor resposta a que?
3. Explique a diferença entre “nunca ser uma melhor resposta” e “estratégia dominada”.
4. Defina Equilíbrio Perfeito de Subjogo.

**Questão 2 – 20 pontos**

Considere a seguinte tabela de payoffs:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Esquerda | Centro | Direita |
|  | Alto | 4, \_ | \_, 2 | 3, 1 |
| Jogador 1 | Meio | 3, 5 | 2, \_ | \_, 3 |
|  | Baixo | \_, 3 | 3, 4 | 4, 2 |

1. Complete os payoffs da tabela acima para que o jogador 2, e apenas ele, possua uma estratégia dominante. Informe qual é a estratégia dominante e por que.
2. Complete a tabela acima de forma a que nenhum jogador tenha nem estratégia dominante, mas tenham ao menos uma estratégia dominada. Informe quais estratégias são dominadas e por que.

**Questão 3 – 20 pontos**

Encontre todos os equilíbrios de Nash para os jogos abaixo:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Jogador 2 |  |  |
|  |  | Norte | Sul | Leste | Oeste |
|  | Alto | 4, 1 | 5, 2 | 3, 3 | 3, 0 |
| Jogador 1 | Meio | 3, 5 | 2, 1 | 2, 3 | 5, 3 |
|  | Baixo | 5, 3 | 3, 4 | 4, 2 | 1, 2 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Esquerda | Centro | Direita |
|  | Alto | 4, 1 | 2, 2 | 3, 1 |
| Jogador 1 | Meio | 3, 2 | 2, 1 | 0, 3 |
|  | Baixo | 1, 3 | 3, 0 | 4, 2 |

**Questão 4 – 20 pontos**

Poupanças para aposentadoria são um exemplo interessante de problemas de compromisso. Todos dizem da boca para fora que poupar é uma boa ideia. Infelizmente, poucas pessoas o fazem. Parte da razão dessa relutância em poupar é que as pessoas admitem que a sociedade não permitirá que morram de fome, de modo que há boas chances que sejam socorridas mais adiante.

Para formular isso num jogo entre gerações, vamos imaginar duas estratégias para a geração mais velha: poupar ou esbanjar. A geração jovem também tem duas estratégias: sustentar seus idosos ou poupar para a sua aposentadoria. Se a geração mais velha poupa e a geração mais jovem também a sustenta, os idosos recebem 3 e os jovens com -1. Se a geração mais velha esbanja e a mais jovem a sustenta, os mais velhos obterão 2 e os jovens, -1. Já se os mais velhos pouparem e os mais jovens deixarem de sustentar seus idosos, ambos ganham 1. Finalmente, se os idosos esbanjarem e os jovens negligenciarem, os dois grupos terminarão com -2.

1. Mostre o(s) equilíbrio(s) se o jogo for jogado simultaneamente;
2. Se este for jogado sequencialmente, com os idosos jogando primeiro, qual o equilíbrio obtido? Apresente a árvore do jogo.

**Questão 5 – 10 pontos**

Considere a matriz de payoffs abaixo:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Esquerda | Centro | Direita |
|  | Alto | 5 | 3 | 2 |
| Jogador 1 | Meio | 6 | 4 | 3 |
|  | Baixo | 1 | 6 | 2 |

1. Encontre o equilíbrio utilizando o método maximin. Considere que os payoffs indicados acima são para o jogador 1. Explicite seus cálculos;

**Questão 6 – 20 pontos**

Um Professor Pobre (PP) encontra em um restaurante seu colega de mestrado, o Banqueiro Bem de Vida (BB). Eles pretendem honrar a tradição de repartir a conta ao meio, embora PP priorize a economia de gastos e BB a sofisticação da comida. Cada um pode pedir um prato barato (b) ou caro (c). Os pay-offs da tabela representam a utilidade ordinal dos resultados para ambos. O garçom anota o pedido de BB em primeiro lugar.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | PP |  |
|  |  | c | b |
| BB | c | 2, 0 | 3, 1 |
|  | b | 0, 2 | 1, 3 |

Julgue as proposições abaixo como Verdadeiro ou Falso. Justifique suas respostas

Ⓞ A representação estratégica do jogo sequencial, admitindo que uma estratégia seja definida por uma lista completa de escolhas, nos mostra três equilíbrios de Nash.

① O equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos é definido como {c; bb}={caro; barato caso BB escolha caro, barato caso BB escolha barato}.

②Caso o garçom anote primeiro o pedido de PP, o equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos será definido como {b; bc}.

③ Caso o jogo fosse simultâneo, teríamos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

**Questão 7 – 10 pontos**

Seja um jogo estritamente competitivo em um mercado com apenas duas empresas, em que a empresa 1 pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: A, B, C e D; e a empresa 2 também pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: R, S, T e U. A parcela de mercado da empresa 1 se encontra descrita na tabela abaixo, de acordo com a estratégia de venda que ela e a empresa 2 escolherem. Responda qual será a parcela de mercado da empresa 2 no equilíbrio.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Empresa 2 |  |  |
|  |  | R | S | T | U |
| Empresa 1 | A | 10 | 20 | 15 | 30 |
|  | B | 40 | 30 | 50 | 55 |
|  | C | 35 | 25 | 20 | 40 |
|  | D | 25 | 15 | 35 | 60 |

**Questão 8 – EXERCÍCIO EXTRA – 40 pontos**

Considere uma eleição disputada por 2 candidatos. Cada um busca conseguir votos através de propaganda. Para simplificar, considere que os eleitores comecem inteiramente ignorantes e despreocupados e são movidos apenas pelas campanhas. Ainda mais simplificadamente, suponha que o percentual de votos para um partido seja igual ao percentual de propaganda de campanha gasto. Considere que os partidos sejam T e S; quando T gasta R$ x milhões em propaganda e S gasta R$ y milhões, T alcançará uma fração de x/(x+y) de votos, enquanto S obterá y/(y + x).

Conseguir dinheiro para pagar pelas campanhas custa muito. Para simplificar, suponha que todos os custos sejam proporções diretas aos gastos de campanha x e y. Especificamente, suponha que o payoff do partido T seja medido pela diferença entre o percentual de votos e o gasto de campanha: 100x/(x + y) – x. De forma similar, para o partido S, o payoff é 100y/(x + y) – y.

1. Encontre a função para cada partido que indica a sua melhor resposta às decisões do outro;
2. Encontre o equilíbrio. Quanto cada partido deverá gastar?

Considere que haja agora uma assimetria entre os partidos. O partido S pode, por exemplo, ter um custo muito menor para fazer as suas campanhas ou que sua campanha seja mais efetiva em obter votos do que a campanha do partido T. Para permitir ambas possibilidades, podemos escrever as funções de payoff dos dois partidos como

$V\_{T}=\frac{x}{x+ky}-x$ e $V\_{s}=\frac{ky}{x+ky}-cy$ , onde $k>0$ e $c>0$.

Estas funções mostram que S tem uma vantagem no efeito relativo de sua campanha quando *k* é alto e que S possui vantagem no custo de suas campanhas quando *c* é baixo.

1. Use as funções de payoff para derivar as funções de melhor resposta para S (que escolhe *y*) e para T (que escolhe *x*);
2. Encontre os valores de equilíbrio de Nash para ambos os partidos;
3. Interprete os sinais de $\frac{∂x}{∂c}$ , $\frac{∂y}{∂c}$, $\frac{∂x}{∂k}$ e $\frac{∂y}{∂k}.$