



PTC-5895 - Lista de Exercícios 2 - 2015

Atenção : Os exercícios assinalados com (*) devem ser entregues via Moodle até 27/09/2016 às 23h55min.

- 1) [Kay, 1993, p. 63] (*) Considere o problema de ajuste de curva ou polinomial em que o modelo para os dados é

$$x[n] = Ar^n + w[n],$$

para $n = 0, 1, \dots, N - 1$ e com $w[n]$ um WGN com variância σ^2 e média nula. Encontre o limite de Cramér-Rao para este estimar A . Mostre que um existe um estimador eficiente (ou seja, que atinge o limite). O que acontece com a variância à medida que $N \rightarrow \infty$ para vários valores de r ?

- 2) [Kay, 1993, p. 63] Se $x[n]$ for iid para $n = 0, 1, \dots, N - 1$ com distribuição Uniforme $[0, \theta]$, mostre que a condição de regularidade não vale, ou seja, que

$$E \left\{ \frac{\partial \ln p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right\} \neq 0 \quad \text{para todo } \theta > 0.$$

O limite de Cramér-Rao portanto não pode ser usado.

- 3) (*) Prove que

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \cos(2\pi f_0 n + \phi) \approx 0.$$

Sob quais condições em f_0 isso é verdade?

Dica: lembre que $\cos(x) = \mathcal{Re}\{e^{jx}\}$, e use a fórmula da progressão geométrica.

- 4) Reproduza a demonstração feita em aula para mostrar que, se $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$ é uma matriz de informação de Fisher, então

$$[\mathbf{I}^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{kk} \geq \frac{1}{[\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})]_{kk}}.$$

Discuta o que isto significa do ponto de vista da variância de um estimador de uma variável θ_1 quando outras variáveis $\theta_2 \dots \theta_p$ são (a) conhecidas ou (b) desconhecidas.

References

Kay, S. M. (1993). *Fundamentals of statistical signal processing, volume I: estimation theory*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.