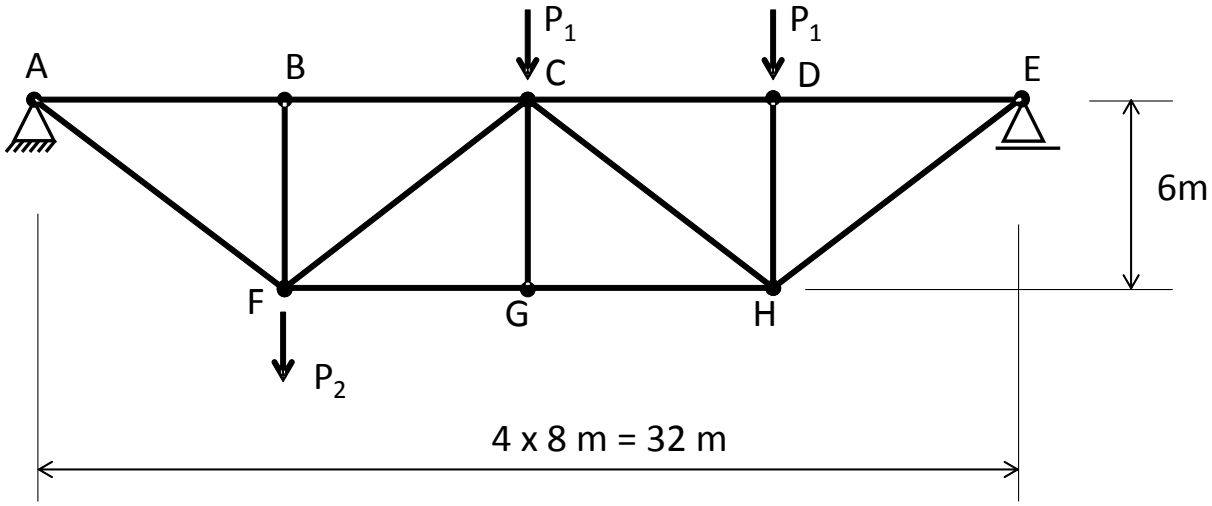
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PEF2602 - Estruturas na Arquitetura II
PROVA SUBSTITUTIVA - 07/12/2015

Nome: **GABARITO** Nº USP: _____

**1ª Questão (4,0):** Para a treliça plana esquematizada na figura abaixo:

- Determine as reações de apoio e as forças normais nas barras. Considere $P_1 = 50 + 5n$ e $P_2 = 100 - 10n$, em kN (sendo $n$ o penúltimo algarismo não-nulo de seu número USP).
- Dimensione o banzo superior da treliça, escolhendo, entre os perfis dados na tabela em anexo, aquele que permita a máxima economia. Adote um coeficiente de segurança *s=1,5*. O material tem tensão de escoamento $\sigma_e = 250MPa$, e módulo de elasticidade $E = 210GPa$.




**Reações de Apoio**

$$H_A = 0$$

$$V_A = \frac{1}{32}(3\times 8\times P_2 + 2\times 8\times P_1 + 1\times 8\times P_1) = \frac{3}{4}(P_1 + P_2)$$

$$V_E = \frac{1}{32}(3\times 8\times P_1 + 2\times 8\times P_1 + 1\times 8\times P_2) = \frac{1}{4}(5P_1 + P_2)$$

ângulo $\alpha = 0.6435rad$ $(36.870^o)$ com a horizontal: $\sin\alpha = \frac{3}{5}; \cos\alpha = \frac{4}{5}$

**Equilíbrio do nó A:**

$$\sum_Y = -N_{AF}\sin\alpha + V_A = -\frac{3}{5}N_{AF} + V_A = 0 \Rightarrow N_{AF} = \frac{5}{4}(P_1 + P_2)$$

$$\sum_X = N_{AF}\cos\alpha + N_{AB} = \sum_X = \frac{4}{5}N_{AF} + N_{AB} = \frac{4}{5}\times\frac{5}{4}(P_1 + P_2) + N_{AB} = 0 \Rightarrow N_{AB} = -P_1 - P_2$$

**Equilíbrio do nó B:**

$$\sum_Y = N_{BF} = 0$$

$$\sum_X = -N_{AB} + N_{BC} = 0 \Rightarrow N_{BC} = N_{AB} = -P_1 - P_2$$

Equilíbrio do nó G:

$$\sum_Y = N_{GC} = 0$$

$$\sum_X = -N_{GF} + N_{GH} = 0 \Rightarrow N_{GF} = N_{GH}$$

**Equilíbrio do nó D:**

$$\sum_Y = -N_{DH} - P_1 = 0 \Rightarrow N_{DH} = -P_1$$

$$\sum_X = -N_{DC} + N_{DE} = 0 \Rightarrow N_{DC} = N_{DE}$$

Equilíbrio do nó E:

$$\sum_Y = -N_{EH}\sin\alpha + V_E = -\frac{3}{5}N_{EH} + V_E = 0 \Rightarrow N_{EH} = \frac{5}{12}(5P_1 + P_2)$$

$$\sum_X = -N_{EH}\cos\alpha - N_{DE} = -\frac{4}{5}N_{EH} - N_{DE} = 0 \Rightarrow N_{DE} = -\frac{1}{3}(5P_1 + P_2)$$

Logo: $N_{CD} = -\frac{1}{3}(5P_1 + P_2)$

**Equilíbrio do nó C:**

$$\sum_Y = -P_1 - N_{CG} - N_{CF}\sin\alpha - N_{CH}\sin\alpha = -P_1 - 0 - \frac{3}{5}(N_{CF} + N_{CH}) = 0$$

$$\Rightarrow (N_{CF} + N_{CH}) = -\frac{5}{3}P_1$$

$$\sum_X = N_{CD} - N_{CB} + N_{CH}\cos\alpha - N_{CF}\cos\alpha = -\frac{1}{3}(5P_1 + P_2) - (-P_1 - P_2) + \frac{4}{5}(N_{CH} - N_{CF}) = 0$$

$$\Rightarrow (N_{CH} - N_{CF}) = \frac{5}{6}(P_1 - P_2)$$

Resolvendo: $N_{CF} = -\frac{5}{12}(3P_1 - P_2)$ ; $N_{CH} = -\frac{5}{12}(P_1 + P_2)$

**Equilíbrio do nó F**

$$\sum_Y = -P_2 + N_{BF} + N_{AF}\sin\alpha + N_{CF}\sin\alpha = -P_2 + 0 + \frac{3}{5}\left(\frac{5}{4}(P_1 + P_2) + N_{CF}\right) = 0 \quad \Rightarrow N_{CF} = -\frac{5}{12}(3P_1 - P_2)$$

$$\sum_X = N_{FG} + N_{CF}\cos\alpha - N_{AF}\cos\alpha = N_{FG} + \frac{4}{5}\left(-\frac{5}{12}(3P_1 - P_2) - \left(\frac{5}{4}(P_1 + P_2)\right)\right) = 0 \quad \Rightarrow N_{FG} = 2P_1 + \frac{2}{3}P_2$$

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PEF2602 - Estruturas na Arquitetura II
PROVA SUBSTITUTIVA - 07/12/2015

A

Nome: **GABARITO** Nº USP: _____

## VERIFICAÇÃO: Equilíbrio do nó H

$$\sum_Y = N_{DH} + N_{CH}\sin\alpha + N_{EH}\sin\alpha = -P_1 + \frac{3}{5}\left(-\frac{5}{12}(P_1+P_2) + \frac{5}{12}(5P_1+P_2)\right) = 0$$

$$\sum_X = -N_{HG} - N_{HC}\cos\alpha + N_{HE}\cos\alpha = -\left(2P_1 + \frac{2}{3}P_2\right) - \frac{4}{5}\left(-\frac{5}{12}(P_1+P_2)\right) + \frac{4}{5}\left(\frac{5}{12}(5P_1+P_2)\right) = 0$$

$P_1 = 50 + 5n$ ; $P_2 = 100 - 10n$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $H_A$ | 0 | 0 | $N_{BF}$ | 0 | 0 |
| $V_A$ | $\frac{3}{4}(P_1+P_2)$ | $112.5 - 3.75n$ | $N_{FG}$ | $2P_1 + \frac{2}{3}P_2$ | $3.3333n + 166.67$ |
| $V_E$ | $\frac{1}{4}(5P_1+P_2)$ | $3.75n + 87.5$ | $N_{FC}$ | $-\frac{5}{12}(3P_1 - P_2)$ | $-10.417n - 20.833$ |
| $N_{AB}$ | $-P_1 - P_2$ | $5n - 150$ | $N_{CG}$ | 0 | 0 |
| $N_{BC}$ | $-P_1 - P_2$ | $5n - 150$ | $N_{GH}$ | $2P_1 + \frac{2}{3}P_2$ | $3.3333n + 166.67$ |
| $N_{CD}$ | $-\frac{1}{3}(5P_1+P_2)$ | $-5n - 116.67$ | $N_{CH}$ | $-\frac{5}{12}(P_1+P_2)$ | $2.0833n - 62.5$ |
| $N_{DE}$ | $-\frac{1}{3}(5P_1+P_2)$ | $-5n - 116.67$ | $N_{DH}$ | $-P_1$ | $-5n - 50$ |
| $N_{AF}$ | $\frac{5}{4}(P_1+P_2)$ | $187.5 - 6.25n$ | $N_{HE}$ | $\frac{5}{12}(5P_1+P_2)$ | $6.25n + 145.83$ |

| **n** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$P_1$** | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 |
| **$P_2$** | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| **$V_A$** | 108.8 | 105.0 | 101.3 | 97.5 | 93.8 | 90.0 | 86.3 | 82.5 | 78.8 |
| **$V_E$** | 91.3 | 95.0 | 98.8 | 102.5 | 106.3 | 110.0 | 113.8 | 117.5 | 121.3 |
| **$N_{AB}$** | -145.0 | -140.0 | -135.0 | -130.0 | -125.0 | -120.0 | -115.0 | -110.0 | -105.0 |
| **$N_{BC}$** | -145.0 | -140.0 | -135.0 | -130.0 | -125.0 | -120.0 | -115.0 | -110.0 | -105.0 |
| **$N_{CD}$** | -121.7 | -126.7 | -131.7 | -136.7 | -141.7 | -146.7 | -151.7 | -156.7 | -161.7 |
| **$N_{DE}$** | -121.7 | -126.7 | -131.7 | -136.7 | -141.7 | -146.7 | -151.7 | -156.7 | -161.7 |
| **$N_{AF}$** | 181.3 | 175.0 | 168.8 | 162.5 | 156.3 | 150.0 | 143.8 | 137.5 | 131.3 |
| **$N_{BF}$** | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| **$N_{FG}$** | 170.0 | 173.3 | 176.7 | 180.0 | 183.3 | 186.7 | 190.0 | 193.3 | 196.7 |
| **$N_{FC}$** | -31.3 | -41.7 | -52.1 | -62.5 | -72.9 | -83.3 | -93.8 | -104.2 | -114.6 |
| **$N_{CG}$** | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| **$N_{GH}$** | 170.0 | 173.3 | 176.7 | 180.0 | 183.3 | 186.7 | 190.0 | 193.3 | 196.7 |
| **$N_{CH}$** | -60.4 | -58.3 | -56.3 | -54.2 | -52.1 | -50.0 | -47.9 | -45.8 | -43.8 |
| **$N_{DH}$** | -55.0 | -60.0 | -65.0 | -70.0 | -75.0 | -80.0 | -85.0 | -90.0 | -95.0 |
| **$N_{HE}$** | 152.1 | 158.3 | 164.6 | 170.8 | 177.1 | 183.3 | 189.6 | 195.8 | 202.1 |

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PEF2602 - Estruturas na Arquitetura II
PROVA SUBSTITUTIVA - 07/12/2015

Nome: **GABARITO** Nº USP: _____

**Dimensionamento do banzo superior:**

Coeficiente de segurança $s = 1.5$

Módulo de elasticidade $E = 210GPa = 210 \times 10^9 N/m^2 = 210 \times 10^6 kN/m^2 = 210 \times 10^2 kN/cm^2$

Tensão de escoamento $\sigma = 250MPa = 250 \times 10^6 N/m^2 = 250 \times 10^3 kN/m^2 = 25kN/cm^2$

- Para n=1,2,3, as barras mais solicitadas são as barras AB e BC: $N\max = N_{AB}$
- Para n>3, as barras mais solicitadas são as barras CD e DE $N\max = N_{CD}$

$$N_{\max} = \max\left(|(-P_1 - P_2)|, \left|-\frac{1}{3}(5P_1 + P_2)\right|\right)$$

$$N_{\max} = \max(|5n - 150|, |-5n - 116.67|)$$

$$A\min = \frac{sN_{\max}}{\sigma_{adm}} = \frac{1.5 \times N_{\max}}{25} = 0.06N_{\max}$$

$$I_{\min} = \frac{s\ell^2 N_{\max}}{\pi^2 E} = \frac{1.5 \times 800^2 \times N}{\pi^2 \times 210 \times 10^2} = 4.6318N$$

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_{AB}$ | -145.0 | -140.0 | -135.0 | -130.0 | -125.0 | -120.0 | -115.0 | -110.0 | -105.0 |
| $N_{CD}$ | -121.7 | -126.7 | -131.7 | -136.7 | -141.7 | -146.7 | -151.7 | -156.7 | -161.7 |
| $N_{max}$ | 145.0 | 140.0 | 135.0 | 136.7 | 141.7 | 146.7 | 151.7 | 156.7 | 161.7 |
| $A_{min}$ | 8.7 | 8.4 | 8.1 | 8.2 | 8.5 | 8.8 | 9.1 | 9.4 | 9.7 |
| $I_{min}$ | 671.6 | 648.5 | 625.3 | 633.0 | 656.2 | 679.3 | 702.5 | 725.6 | 748.8 |