

**Universidade de São Paulo
Instituto de Física**

FÍSICA MODERNA I

AULA 13

**Profa. Márcia de Almeida Rizzutto
Pelletron – sala 114
rizzutto@if.usp.br**

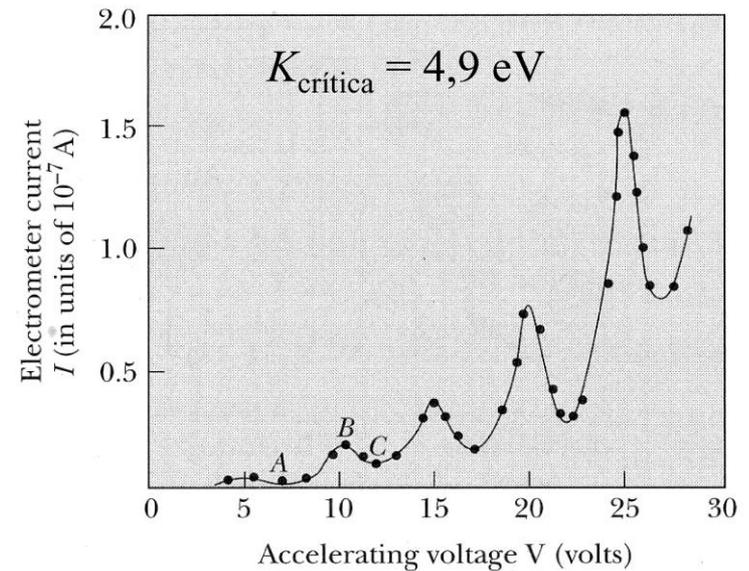
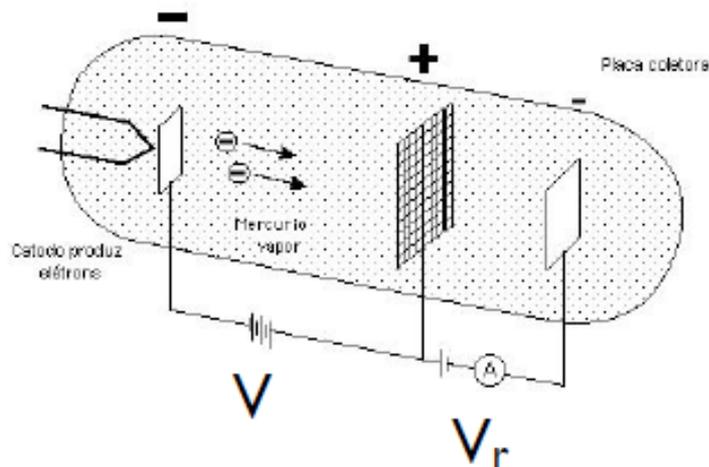
**1o. Semestre de 2014
Monitor: Gabriel M. de Souza Santos**

Página do curso:

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2905>

11/04/2014

Experimento de Franck - Hertz



- Os elétrons acelerados pela tensão V que colidem com os elétrons dos átomos do gás não podem transferir energia para esses elétrons a menos que tenham adquirido energia cinética
$$eV = E_2 - E_1 = 4,9\text{eV}$$
 (gráfico mostra primeiro pico).
- Assim, qualquer colisão entre um elétron incidente com energia menor que $4,9\text{eV}$ e um elétron do gás será elástica: a energia cinética do elétron incidente será a mesma após a colisão e portanto este elétron vencerá o potencial retardador e chegará a placa.
- Se $eV \geq 4,9\text{eV}$, o elétron incidente poderá transferir $4,9\text{eV}$ ao elétron do gás (faz o elétron ir para o estado excitado), o espalhamento é inelástico e o elétron perde toda a sua energia e não consegue vencer o potencial V_r , não chega a placa (corrente cai).

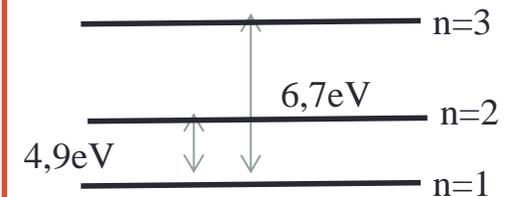
Experimento de Franck - Hertz

- O primeiro estado excitado do Hg (mercúrio) tem energia 4,9 eV acima do estado fundamental

$$\frac{hc}{\lambda} = 4,9 \quad \lambda = 2536\text{\AA} = 253,6\text{nm}$$

- Experimentalmente temos uma linha espectral do mercúrio com este comprimento de onda
- Novas quedas de corrente indicam a promoção dos elétrons do estado fundamental para outros níveis de energia excitados
- E Excitações múltiplas causadas pelo mesmo elétron $2 \times 4,9 = 9,8\text{V}$ (metade do caminho até a grade)

- Na configuração usual apenas as excitações múltiplas para o primeiro estado excitado são observadas, de modo que as quedas de corrente acontecem a cada 4,9V



Hipóteses de de Broglie

- A hipótese de de Broglie em sua tese de doutorado de 1924, era que o comportamento dual (onda-partícula) da radiação eletromagnética poderia ser aplicado a matéria
- Vimos que podemos associar a um fóton uma frequência de uma onda luminosa que governa seu movimento $E = h\nu$
- E um momento do fóton é relacionado ao comprimento de onda

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

- Então segundo de Broglie se ondas de luz tem propriedades de partículas, partículas devem ter propriedades de onda. E propôs que ambas as relações cima são validas também para partículas.
- Deste modo, o comprimento de onda (não relativístico) associado a partícula d emassa m e velocidade v é:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Exemplo:

Corpos macroscópicos \Rightarrow massa \Rightarrow momento $\Rightarrow \lambda$ pequeno

Objeto de massa de 1 kg com $v=10$ m/s

$$\Rightarrow \lambda = h/mv = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J.s}/10 \text{ kg.m/s}$$

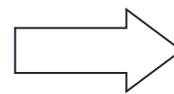
$$\Rightarrow \lambda = 6,6 \times 10^{-35} \text{ m} = 6,6 \times 10^{-20} \text{ fm.}$$

E impossível de ser observado

Elétron Qual é o comprimento de onda associado, se este possui energia cinética de 100 eV:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E}} = \frac{1,24keVnm}{\sqrt{2.5.10^5.100(eV)^2}} = 0,12nm = 1.2\text{Å}$$

Comprimento de onda é pequeno, da mesma ordem de grandeza que o tamanho de um átomo e que o espaçamento dos planos atômicos de um cristal



Propriedades ondulatórias dos e^- podem ser observadas semelhantemente ao efeitos de **difração e interferência parecido como os raios-X**

Difração de RX

Na descoberta do RX Roentgen verificou que os raios X (recém-descobertos):

- Não eram afetados pela presença do campo magnético
- E não conseguiu observar os efeitos de refração e interferência normalmente associados as ondas.
- O pequeno alargamento sofrido por um feixe de raios X ao passar por uma fenda de alguns milésimos de milímetros de largura indicava que

$$\lambda \sim 10^{-10} m = 0,1nm$$

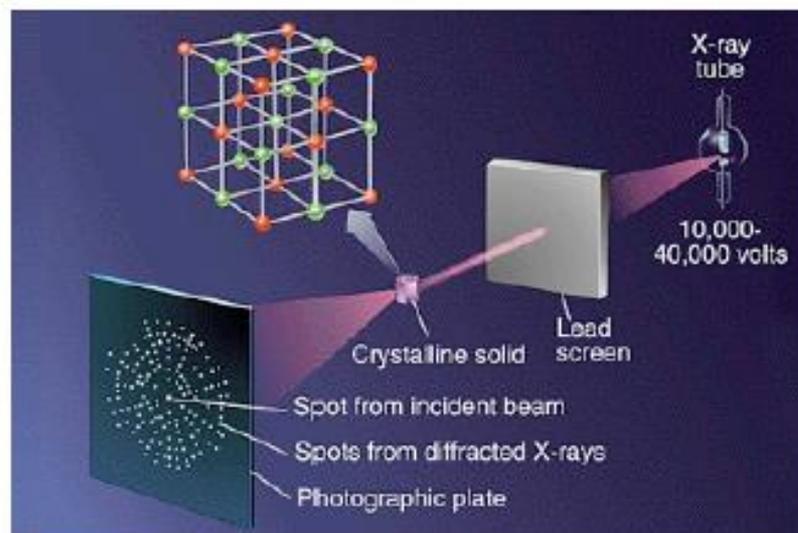
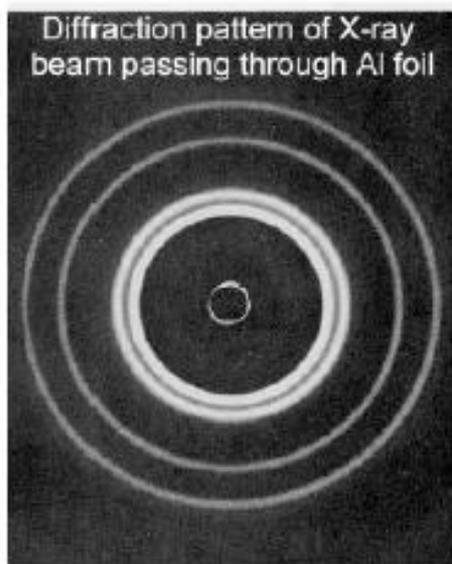
- Laue em 1912 sugeriu que como λ eram da mesma ordem o espaçamento dos átomos em um cristal, estes átomos poderiam então se comportar como uma rede de difração tridimensional para os raios X.

Para ocorrer o fenômeno da difração é preciso que a dimensão do “obstáculo óptico” (abertura da fenda, espaçamento em uma rede de difração, etc.) seja da ordem de grandeza do comprimento de onda que se deseja estudar

Difração de RX

- Bragg em 1912 estudou a difração de raios X em várias famílias de planos paralelos de átomos
- As ondas difratadas com o mesmo ângulo por átomos situados em planos diferentes estarão em fase (interferência construtiva) se a diferença entre os dois percursos foi igual ao um número inteiro de comprimento de onda

$$2d\sin\theta = n\lambda$$



Difração de elétrons

Vimos anteriormente que :

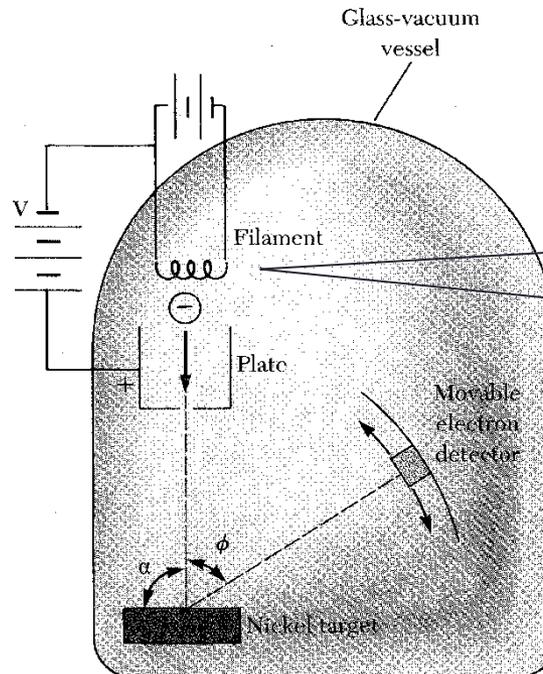
Elétron para este caso podemos associar um comprimento de onda (por exemplo para energia cinética de 100 eV) – De Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2E}} = \frac{1,24keVnm}{\sqrt{2.5 \cdot 10^5 \cdot 100(eV)^2}} = 1,2 \times 10^{-10} m$$

Testes experimentais da hipótese de de Broglie

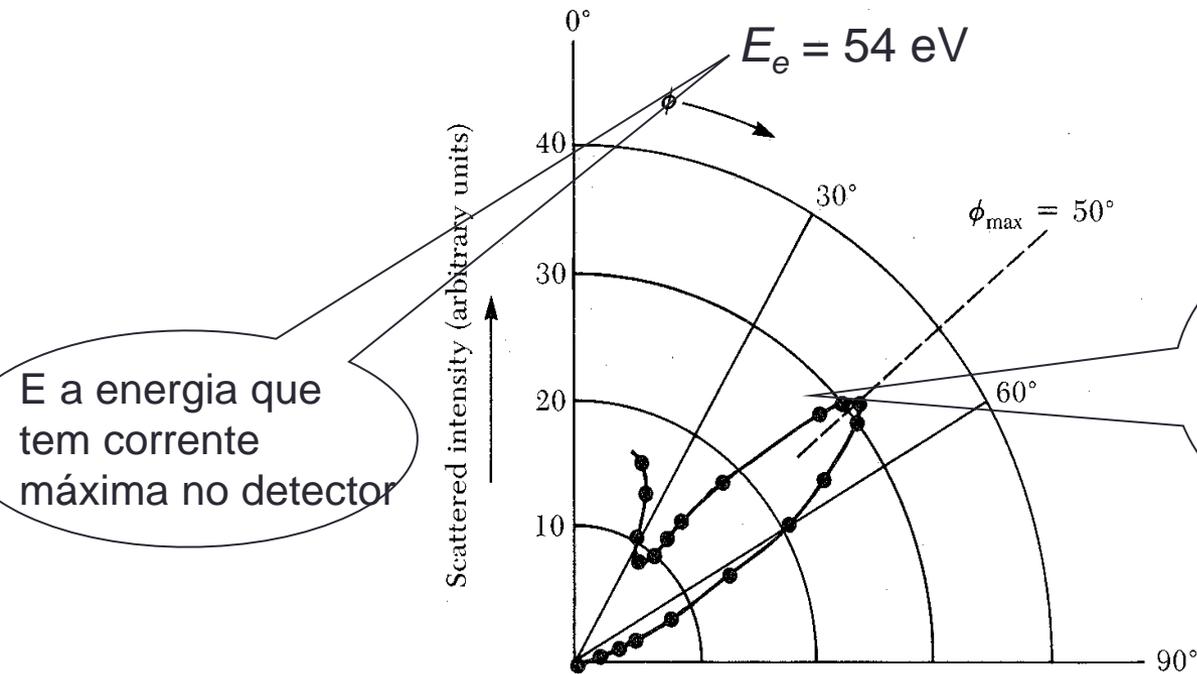
1927 Davisson e Germer (USA) e G. Thomson (Escócia):

- Estudaram a quantidade de elétrons que eram espalhados em uma superfície de Ni em função do ângulo de espalhamento



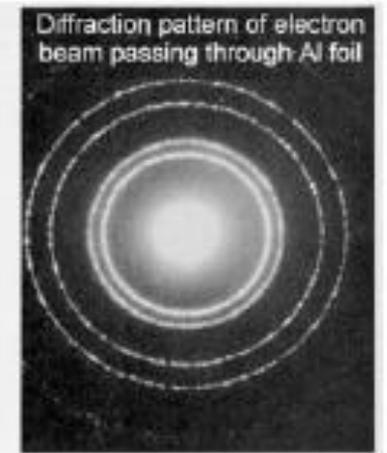
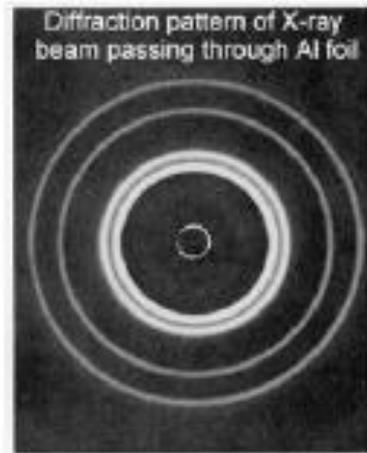
Potencial faz com que os e^- sejam emitidos com E (eV)

Difração de elétrons

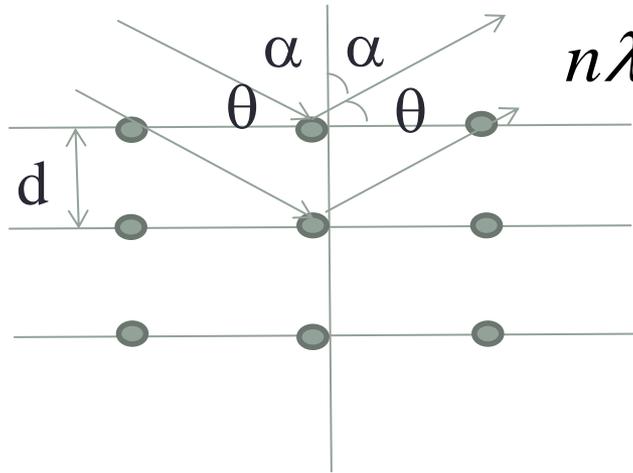


E a energia que tem corrente máxima no detector

A existência deste pico em 50° mostra qualitativamente o postulado de de Broglie pois só pode ser explicado com uma interferência construtiva de ondas espalhadas



Difração de elétrons

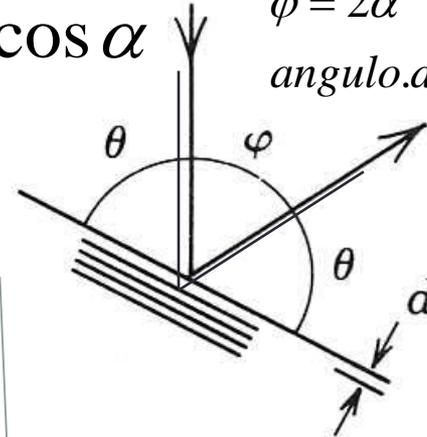


$$n\lambda = 2d \operatorname{sen} \theta = 2d \cos \alpha$$

Máximo \Rightarrow

$$\varphi = 2\alpha$$

angulo.de.espalhamento



d é a distância entre os planos de Bragg esta relacionada a distância interatômica D através da relação: $d = D \operatorname{sen} \alpha$

$$n\lambda = 2D \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$n\lambda = D \operatorname{sen} 2\alpha = D \operatorname{sen} \phi$$

Medidas de difração de RX revelaram que $D=0,215\text{nm}$ para o Ni.

O comprimento de onda então calculado para $n=1$

$$\lambda = 0,215 \operatorname{sen} 50 = 0,165\text{nm}$$

Ou usando a distância Interplanar:

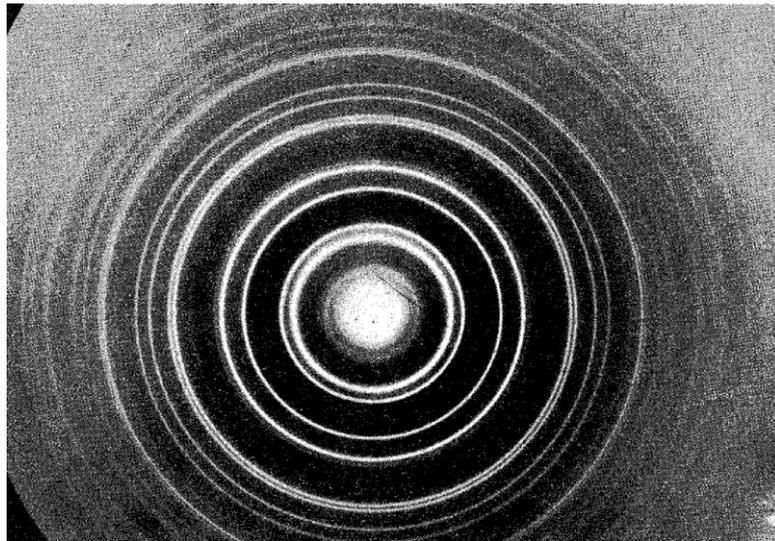
Medidas com raios-X $\Rightarrow d = 0,091 \text{ nm}$

Máximo em $\varphi = 50^\circ \Rightarrow \lambda = 2d \cos \varphi / 2 = 2 \times 0,091 \times 0,906 = 0,165 \text{ nm}$

Calculado por De Broglie para elétrons de 54eV e⁻:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E}} = \frac{1,24 \text{ keV nm}}{\sqrt{2.5.10^5 . 54 (eV)^2}} \approx 0,168 \text{ nm}$$

G.P. Thomson Nobel em 1937



Difração de feixe de elétrons

Semelhantes experimentos com feixes de prótons, nêutrons e mesmo átomos apresentam o mesmo fenômeno de difração mostrando que as relações de De Broglie são universais.

O pai G. Thomson ganhou o Nobel por ter descoberto e⁻ e ter caracterizando-o como partícula. E o filho ganhou o Nobel por mostrar que o e⁻ é uma onda

Caso relativístico

- Para se determinar uma expressão equivalente que se aplique tanto as partículas relativísticas como não-relativísticas:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad mc^2 = E_0$$

Energia de repouso da partícula

Energia total

$$(E_0 + E_K)^2 = (pc)^2 + (E_0)^2$$

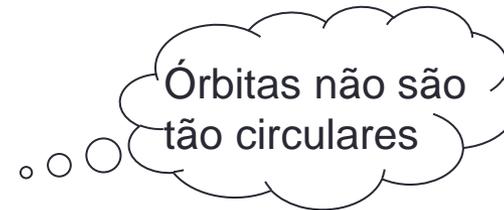
$$E = E_0 + E_K \quad p = \frac{(2E_0E_K + E_K^2)^{1/2}}{c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{(2E_0E_K + E_K^2)^{1/2}}$$

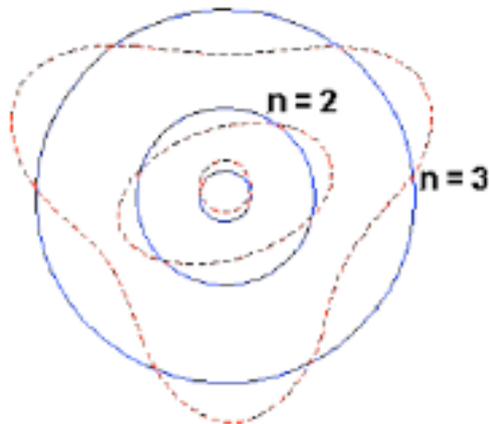
Aplicável a qualquer partícula com qualquer energia

Quantização de Bohr

- Agora que temos a visão ondulatória do elétron podemos re-olhar o modelo de Bohr e reinterpretá-lo



- A quantização do momento angular pode ser visto como consequência do elétron se comportar como uma onda estacionária



Regras de quantização de Wilson e Sommerfeld

- Em 1916, Wilson e Sommerfeld enunciaram um conjunto de regra de quantização:
- “Para qualquer sistema físico no qual as coordenadas são funções periódica do tempo existe uma condição quântica para cada coordenada”

$$\oint P_q dq = n_q h$$

q é uma coordenada, p_q é o momento associado a esta coordenada e , n_q é o número quântico que toma apenas valores inteiros.

\oint significa que a integração é tomada sobre um período da coordenada q .

Exemplo:

No caso do átomo de H o elétron se movendo em uma órbita de raio r tem momento angular constante $L = mvr$.

A coordenada θ é uma função periódica do tempo (0 a 2π)

$$\oint L d\theta = nh$$

$$L \int_0^{2\pi} d\theta = nh$$

$$L2\pi = nh \Rightarrow L = n\hbar$$

Regras de quantização de Wilson e Sommerfeld

- Uma interpretação física da regra de quantização de Bohr foi dada em 1924 por de Broglie

$$L = mvr = n\hbar$$

$$pr = \frac{nh}{2\pi}$$

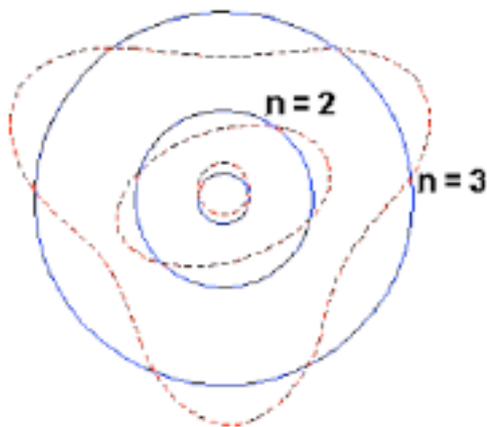
$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\frac{h}{\lambda} r = \frac{nh}{2\pi}$$

$$2\pi r = n\lambda$$

Momento do elétron em uma órbita possível de raio r ,

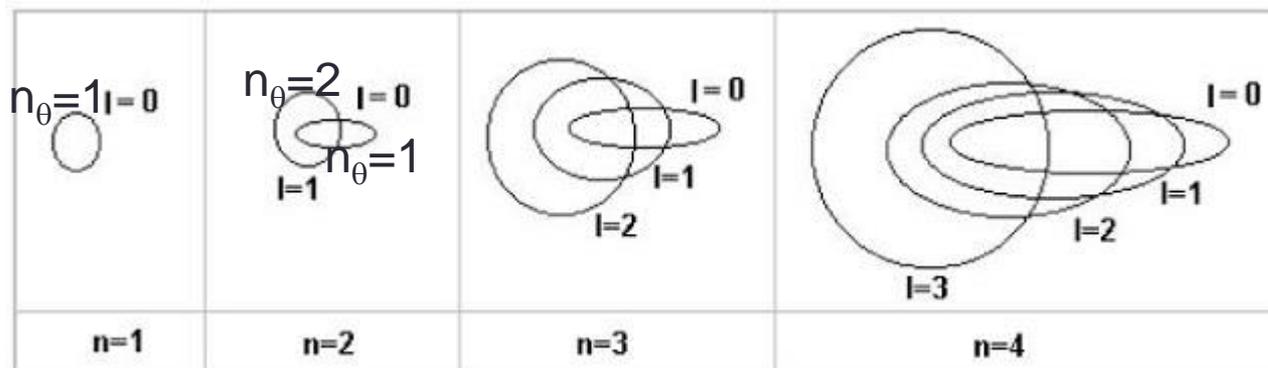
As órbitas possíveis são aquelas nas quais as circunferências podem conter exatamente um número inteiro de comprimentos de onda de de Broglie



Sommerfeld trabalhou com órbitas elípticas para o átomo de H e também levou em conta as correções relativísticas para a energia do elétron. Usou isto como tentativa de explicar a estrutura fina do hidrogênio (**Estrutura fina é uma separação das linhas espectrais em várias componentes diferentes**).

Órbitas elípticas de Sommerfeld

Órbitas elípticas para o átomo de H. Classicamente sabemos que órbitas circulares e elípticas com o mesmo eixo maior tem a mesma energia. No entanto as correções relativísticas para a energia cinética nos dá pequenas diferenças entre as energias das órbitas circulares e elípticas.



A cada valor do número quântico principal n há n diferentes órbitas possíveis

$$E = E_1$$

$$E = E_2$$

$$E = E_3$$

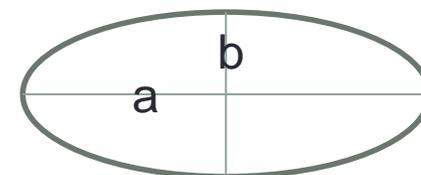
$$E = E_4$$

Número quântico azimutal

Usou coordenadas polares

$$\oint L d\theta = n_\theta h$$

$$\oint P_r dr = n_r h$$



As várias órbitas caracterizadas por um mesmo valor de n são ditas degeneradas