CAPÍTULO 11

Uma Visão Alternativa da Relação entre Risco e Retorno: a Teoria de Precificação por Arbitragem

Os dois capítulos anteriores mencionaram o fato óbvio de que os retornos de títulos são variáveis. Esta variabilidade é medida pela variância e pelo desvio-padrão. A seguir, mencionamos o fato um pouco menos óbvio de que os retornos de títulos são interdependentes. Medimos o grau de interdependência dos retornos de dois títulos pela covariância e pela correlação. Esta interdependência conduziu a uma série de resultados interessantes. Primeiramente, mostramos que a diversificação em ações pode eliminar parte do risco do investimento, mas não todo. Em contraste, mostramos que a diversificação num cassino pode eliminar totalmente o risco. Em segundo lugar, a interdependência de retornos levou ao modelo de precificação de ativos (CAPM). Este modelo propõe uma relação positiva (e linear) entre o beta de um título e seu retorno esperado.

O CAPM foi desenvolvido no início da década de 1960.[1] Uma alternativa ao CAPM, denominada *teoria de precificação por arbitragem* (APT), foi desenvolvida mais recentemente.[2] Para nossos fins, as diferenças entre os dois modelos decorrem do tratamento dado pela APT à inter-relação dos retornos dos títulos.[3] A APT pressupõe que os retornos dos títulos são gerados por uma série de fatores setoriais e gerais de mercado. Há correlação entre os retornos de dois títulos quando são influenciados pelo mesmo fator, ou fatores. Em contrapartida, embora o CAPM permita a existência de correlação entre títulos, não especifica os fatores causadores dessa correlação.

Tanto a APT quanto o CAPM prevêem uma relação positiva entre retorno esperado e risco. Em nossa opinião (talvez viesada), a APT permite que esta relação seja desenvolvida de uma maneira particularmente intuitiva. Além disso, a APT encara o risco de uma maneira mais geral do que simplesmente como covariância padronizada, ou beta de um título em relação à carteira de mercado. Portanto, oferecemos este enfoque como uma alternativa ao CAPM.

11.1 MODELOS FATORIAIS: ANÚNCIOS, SURPRESAS E RETORNOS ESPERADOS

Ficamos sabendo, no capítulo anterior, como construir carteiras e avaliar seus retornos. Damos um passo atrás, neste momento, e examinamos mais de perto os retornos de títulos isolados. Ao fazê-lo, descobriremos que as carteiras herdam e alteram as propriedades dos títulos que contêm.

Para tornar as coisas mais concretas, consideremos a taxa de retorno da ação de uma empresa chamada Flyers. O que determinará a taxa de retorno desta ação no próximo mês, digamos?

A taxa de retorno de qualquer ação negociada num mercado financeiro é formada por duas partes. A primeira é o *retorno normal* ou *esperado* da ação, ou seja, aquela parte do retorno que os investidores prevêem ou esperam. Depende de todas as informações que os investidores possuem a respeito da ação, e usa todo o conhecimento sobre o que poderá influenciar a ação no próximo mês.

A segunda parte é o *retorno incerto* da ação. Esta é a parcela que decorre de informação que será revelada durante o mês. A lista de informações desse tipo não tem fim, mas estes são alguns exemplos:

---

1. Em particular, ver TREYNOR, Jack. Toward a theory of the market value of risky assets. Trabalho não publicado (1961); SHARPE, William F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, Sept. 1964; e LINTNER, John. The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, Feb. 1965.

2. Ver ROSS, Stephen A. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, Dec. 1976.

3. Esta não é, certamente, a única diferença entre as hipóteses dos dois modelos. Por exemplo, o CAPM geralmente supõe que os retornos dos ativos têm distribuição normal ou que os investidores possuem funções utilidade quadráticas. A APT não exige nenhuma dessas duas hipóteses. Embora esta e outras diferenças sejam bastante importantes para a pesquisa, elas não são relevantes para o material apresentado em nosso livro.

- Notícias a respeito das atividades de pesquisa da Flyers.
- Dados divulgados pelo governo sobre o Produto Nacional Bruto (PNB).
- Resultados das últimas conversações sobre desarmamento.
- Descoberta de que o produto de um concorrente foi adulterado.
- Notícia de que o faturamento da Flyers é superior ao esperado.
- Uma queda repentina de taxas de juros.
- A aposentadoria inesperada do fundador e presidente da Flyers.

Uma maneira de escrever a taxa de retorno da Flyers no próximo mês, portanto, é:

$$R = \bar{R} + U$$

onde R é o retorno total efetivo no mês, $\bar{R}$ é a parte esperada do retorno e U é a parcela inesperada do retorno.

Algum cuidado deve ser utilizado ao se estudar o efeito dessas e de outras notícias sobre a taxa de retorno. Por exemplo, o governo poderia divulgar dados de PNB ou desemprego para este mês, mas quanto disso seria informação nova para os investidores? Certamente, no início do mês os investidores teriam alguma idéia ou previsão do que seria o PNB mensal. Na medida em que os investidores tivessem previsto o que seria anunciado pelo governo, essa previsão deveria ser incluída na parcela esperada do retorno no início do mês, $\bar{R}$. Por outro lado, na medida em que o anúncio pelo governo é uma surpresa, e na medida em que influencia o retorno da ação, ele fará parte de U, o componente inesperado do retorno.

Por exemplo, suponhamos que os investidores tivessem previsto que o aumento do PNB no mês seria igual a 0,5%. Se o PNB influenciar a ação de nossa empresa, esta previsão fará parte da informação que os investidores usarão para formar a expectativa, $\bar{R}$, do retorno mensal. Se o anúncio efetivo for o de um aumento de exatamente 0,5%, igual à previsão, então os investidores nada terão aprendido de novo, e o anúncio não será uma novidade. É como se ouvíssemos um boato, a respeito de um amigo, que conhecêssemos há muito tempo. Outra maneira de dizê-lo é afirmar que os investidores já haviam descontado o anúncio. Este emprego da palavra *desconto* difere daquele usado no cálculo de valor presente, mas a idéia é semelhante. Quando descontamos um dólar a ser recebido no futuro, dizemos que vale menos para nós por causa do valor do dinheiro no tempo. Quando descontamos um anúncio ou uma notícia no futuro, queremos dizer que exerce impacto menor sobre o mercado porque o mercado já sabia muito a respeito.

Por outro lado, suponhamos que o governo anunciasse que o aumento efetivo do PNB durante o ano foi de 1,5%. Nesse caso, os investidores terão aprendido alguma coisa – que o aumento é um ponto percentual superior ao que haviam previsto. Esta diferença entre o resultado real e o previsto, um ponto percentual, neste caso, é às vezes chamada de *inovação* ou *surpresa*.

Qualquer anúncio pode ser decomposto em duas partes, a parcela esperada ou prevista, e a surpresa ou inovação:

$$\text{Anúncio} = \text{Parte esperada} + \text{Surpresa}$$

A parcela esperada de qualquer anúncio faz parte da informação que o mercado utiliza para formar a expectativa $\bar{R}$, da taxa de retorno da ação. A surpresa é a novidade que influencia o retorno inesperado da ação U.

Para considerar um outro exemplo, se os investidores soubessem em janeiro que o presidente de uma empresa iria renunciar, o anúncio oficial em fevereiro teria sido integralmente previsto, e seria descontado pelo mercado. Como o anúncio já era esperado antes de fevereiro, sua influência sobre o preço da ação teria ocorrido antes de fevereiro. O anúncio propriamente dito, em fevereiro, não conteria surpresa alguma e o preço da ação não deveria sofrer qualquer alteração quando o anúncio fosse feito em fevereiro.

Quando falamos de novidades, portanto, referimo-nos ao componente surpresa de qualquer anúncio, e não à parte que o mercado já esperava e, portanto, já havia descontado.

? QUESTÕES CONCEITUAIS

- Quais são os dois componentes básicos de uma taxa de retorno?
- Sob que condições uma notícia não terá efeito algum sobre o preço de uma ação?

11.2 RISCO: SISTEMÁTICO E NÃO SISTEMÁTICO

A parcela inesperada do retorno – aquela parcela que resulta de surpresas – é o verdadeiro risco de qualquer investimento. Afinal de contas, se recebêssemos o que esperávamos, não haveria risco ou incerteza.

Há diferenças importantes, no entanto, entre as várias fontes de risco. Consideremos a nossa lista anterior de notícias. Algumas dessas informações dizem respeito especificamente à Flyers, e outras são mais genéricas. Quais dessas notícias são de importância específica à Flyers?

Anúncios sobre taxas de juros ou PNB claramente são importantes para quase todas as empresas, ao passo que as notícias sobre o presidente da Flyers, suas pesquisas, seu faturamento ou os problemas de um concorren-

te são de interesse específico para a empresa. Dividiremos esses dois tipos de anúncios, e o risco resultante, portanto, em dois componentes: uma parcela sistemática, chamada de *risco sistemático*, e o restante, que chamaremos de *risco específico* ou *não sistemático*. As seguintes definições descrevem a diferença:

- Um *risco sistemático* é qualquer risco que afeta um grande número de ativos, cada um com maior ou menor intensidade.
- Um *risco não sistemático* é um risco que afeta especificamente um único ativo ou um pequeno grupo de ativos.[4]

A incerteza a respeito de condições econômicas gerais, tais como PNB, taxas de juros ou inflação, é um exemplo de risco sistemático. Essas condições afetam praticamente todas as ações de alguma maneira. Um aumento inesperado ou surpreendente da inflação afeta os salários e os custos das matérias-primas que as empresas compram, o valor dos ativos que possuem e os preços aos quais vendem seus produtos. Essas forças às quais todas as empresas são suscetíveis formam a essência do risco sistemático.

Em contraste, o anúncio de uma pequena descoberta de petróleo por uma empresa pode muito bem afetar apenas essa empresa ou algumas outras. Certamente, é pouco provável que exerça algum efeito sobre o mercado mundial do petróleo. Para dizer que essa informação é não sistemática e afeta apenas algumas empresas específicas, dizemos às vezes que se trata de um *risco idiossincrático*.

A distinção entre um risco sistemático e um risco não sistemático jamais é tão exata quanto fazemos querer parecer. Mesmo a notícia mais limitada e peculiar a respeito de uma empresa exerce efeitos em toda a economia. Faz-nos recordar a história da guerra que foi perdida porque um cavalo perdeu uma ferradura; mesmo um evento insignificante pode exercer um impacto sobre o mundo inteiro. Contudo, este tipo de discussão não deve preocupar-nos. Parafraseando o comentário de um juiz da Suprema Corte, quando ouvia falar de pornografia, podemos não saber definir com precisão um risco sistemático e um risco não sistemático, mas sabemos reconhecê-los quando os vemos.

Isto nos permite dividir o risco da ação da Flyers em seus dois componentes: o sistemático e não sistemático. Como é tradicional, usaremos a letra grega épsilon, ε, para representar o risco não sistemático, e escreveremos:

$$\begin{aligned} R &= \bar{R} + U \\ &= \bar{R} + m + \varepsilon \end{aligned}$$

onde empregamos a letra m para indicar o risco sistemático. Às vezes, o risco sistemático é denominado *risco de mercado*. Isto destaca o fato de que m influencia todos os ativos no mercado com alguma intensidade.

O mais importante, a respeito do modo pelo qual decompusemos o risco total, U, em suas duas partes, m e ε, é o de que ε, por ser específico à empresa, não tem relação com o risco específico da maioria das outras empresas. Por exemplo, o risco não sistemático da ação da Flyers, ε_F, não tem relação com o risco não sistemático da ação da Xerox, ε_X. O risco de que a ação da Flyers subirá ou cairá por causa de alguma descoberta de sua equipe de pesquisa – ou sua incapacidade de descobrir alguma coisa – não deve ter relação com qualquer das incertezas específicas que afetam a ação da Xerox.

Usando os termos do capítulo anterior, isto quer dizer que os riscos não sistemáticos da ação da Flyers e da ação da Xerox não têm relação um com o outro. Nos símbolos da estatística,

$$\text{Corr}(\varepsilon_F, \varepsilon_X) = 0$$

? QUESTÕES CONCEITUAIS

- Descreva a diferença entre risco sistemático e risco não sistemático.
- Por que o risco não sistemático é às vezes chamado de *risco idiossincrático*?

11.3 RISCO SISTEMÁTICO E BETAS

O fato de que as partes não sistemáticas dos retornos de duas empresas não têm relação uma com a outra não significa que também não haja relação com as partes sistemáticas. Ao contrário, como ambas as empresas são influenciadas pelos mesmos riscos sistemáticos, os riscos sistemáticos de empresas individuais e, portanto, seus retornos totais, tenderão a ser correlacionados.

Por exemplo, uma surpresa a respeito da inflação influenciará quase todas as empresas em alguma medida. Quão sensível é a taxa de retorno da Flyers a variações inesperadas da inflação? Se a ação da Flyers tender a subir quando for anunciado que a inflação está superando as expectativas, diremos que está positivamente associada à inflação. Se cair quando a inflação superar as expectativas, e subir quando ficar abaixo do esperado, estará negativamente relacionada à inflação. No caso incomum em que a taxa de retorno não tem correlação com as surpresas da inflação, a inflação não terá efeito sobre a taxa de retorno.

Representamos a influência de um risco sistemático tal como a inflação sobre uma ação usando o **coeficiente beta**. O coeficiente beta, β, nos diz qual é a sen-

4. No capítulo anterior, mencionamos de passagem que o risco não sistemático é um risco que pode ser eliminado numa carteira diversificada. Este resultado também será obtido na análise a seguir.

sibilidade do retorno da ação a um risco sistemático. No capítulo anterior, beta media a sensibilidade do retorno de um título a um fator específico de risco, a taxa de retorno da carteira de mercado. Usamos este tipo de sensibilidade para desenvolver o modelo de precificação de ativos. Como agora estamos considerando vários tipos de riscos sistemáticos, nosso trabalho atual pode ser visto como uma generalização do trabalho realizado no capítulo anterior.

Se a ação de uma empresa está positivamente relacionada ao risco de inflação, esta ação tem beta de inflação positivo. Se estiver negativamente relacionada ao risco de inflação, esta ação terá beta de inflação negativo, e se não tiver correlação com a inflação, seu beta de inflação será igual a zero.

Não é difícil imaginar algumas ações com betas de inflação positivos e outras ações com betas de inflação negativos. A ação de uma empresa que possua minas de ouro provavelmente terá um beta de inflação positivo, pois um aumento inesperado da inflação normalmente está associado a um aumento dos preços do ouro. Por outro lado, uma empresa automobilística que enfrenta forte concorrência estrangeira poderia descobrir que um aumento da inflação significa elevação dos salários que paga, mas que não é capaz de aumentar seus preços para cobrir a elevação de custos. Esta redução de lucro, na medida em que as despesas da empresa crescem mais rapidamente do que suas receitas, daria a sua ação um beta de inflação negativo.

Algumas empresas que possuem poucos ativos e prestam serviços de corretagem – comprando mercadorias em mercados competitivos e revendendo-as em outros mercados – poderiam ser relativamente insensíveis à inflação, pois seus custos e suas receitas subiriam e cairiam juntos. Sua ação teria um beta de inflação igual a zero.

A esta altura, seria bom darmos alguma estrutura à discussão. Suponhamos que tivéssemos identificado três riscos sistemáticos nos quais queremos focalizar nossa atenção. Podemos acreditar que esses três fatores são suficientes para descrever os riscos sistemáticos que influenciam os retornos de ações. Três candidatos naturais são a inflação, o PNB e as taxas de juros. Portanto, cada ação terá um beta associado a cada um desses riscos sistemáticos: um beta de inflação, um beta de PNB e um beta de taxa de juros. Podemos escrever o retorno da ação da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} R &= \bar{R} + U \\ &= \bar{R} + m + \varepsilon \\ &= \bar{R} + \beta_I F_I + \beta_{\text{PNB}} F_{\text{PNB}} + \beta_r F_r + \varepsilon \end{aligned}$$

onde usamos os símbolos β_I para representar o beta de inflação da ação, β_{PNB} para o seu beta de Produto Nacional Bruto, e β_r para o beta de taxa de juros. Na equação, F indica uma surpresa, seja de inflação, PNB ou taxas de juros.

Examinemos um exemplo para ver como as surpresas e o retorno esperado produzem o retorno total R, de uma dada ação. Para tornar as coisas mais compreensíveis, suponhamos que o retorno seja medido no horizonte de um ano, e não de um mês. Imaginemos que, no início do ano, a previsão de inflação fosse de 5% para todo o ano, que se esperasse um crescimento de 2% do PNB e que não houvesse previsão de variação de taxa de juros. Suponhamos que a ação que estamos examinando tenha os seguintes betas:

$$\begin{aligned} \beta_I &= 2 \\ \beta_{\text{PNB}} &= 1 \\ \beta_r &= -1{,}8 \end{aligned}$$

A magnitude do beta descreve a intensidade do impacto de um risco sistemático sobre os retornos de uma ação. Um beta igual a +1 indica que a taxa de retorno da ação sobe e desce na mesma proporção do fator sistemático. Isto significa, em nosso exemplo, como a ação tem beta de PNB igual a 1, que sofre um aumento de 1% para cada surpresa positiva de 1% no PNB. Se seu beta de PNB fosse igual a –2, cairia 2% quando houvesse um aumento inesperado de 1% do PNB, e subiria 2% se o PNB sofresse uma queda inesperada de 1%.

Finalmente, suponhamos que durante o ano tivessem ocorrido os seguintes fatos: a inflação foi de 7%, o PNB cresceu apenas 1% e as taxas de juros caíram dois pontos percentuais. Por fim, imaginemos que foram recebidas algumas notícias boas a respeito da empresa, por exemplo, que sua nova estratégia está sendo bem-sucedida, e consideremos que este fato imprevisto contribuiu com 5% para sua taxa de retorno. Portanto,

$$\varepsilon = 5\%$$

Reunamos toda essa informação para calcular o retorno da ação durante o ano.

Em primeiro lugar, devemos determinar quais foram as novidades ou surpresas nos fatores sistemáticos. De acordo com as informações anteriores, sabemos que

$$\text{Inflação esperada} = 5\%$$

$$\text{Variação esperada do PNB} = 2\%$$

e

$$\text{Variação esperada de taxa de juros} = 0\%$$

Isto significa que o mercado teria descontado tais variações, e as surpresas seriam as diferenças entre o que realmente ocorreu e essas expectativas:

$$\begin{aligned} F_I &= \text{Surpresa na inflação} \\ &= \text{Inflação efetiva} - \text{Inflação esperada} \\ &= 7\% - 5\% \\ &= 2\% \end{aligned}$$

De maneira semelhante,

F_{PNB} = Surpresa em termos de PNB
= Crescimento efetivo do PNB – Crescimento esperado do PNB
= 1% – 2%
= –1%

e

F_r = Surpresa na taxa de juros
= Variação efetiva – Variação esperada
= –2% – 0%
= –2%

O efeito total dos riscos sistemáticos sobre o retorno da ação, portanto, é

m = Parcela de risco sistemático da taxa de retorno
$= \beta_I F_I + \beta_{PNB} F_{PNB} + \beta_r F_r$
$= [2 \times 2\%] + [1 \times (-1\%)] + [(-1{,}8) \times (-2\%)]$
$= 6{,}6\%$

Combinando este dado com a parcela correspondente ao risco não sistemático, o componente associado ao risco total do retorno da ação, é

$$m + \varepsilon = 6{,}6\% + 5\% = 11{,}6\%$$

Por último, se o retorno esperado da ação para esse ano tivesse sido de 4%, digamos, o retorno total atribuível a todos os três componentes seria

$$\begin{aligned} R &= \bar{R} + m + \varepsilon \\ &= 4\% + 6{,}6\% + 5\% \\ &= 15{,}6\% \end{aligned}$$

O modelo que estivemos analisando é chamado de **modelo fatorial**, e as fontes de risco sistemático, designadas por F, são os *fatores*. Para sermos completamente formais, um *modelo de k fatores* é um modelo no qual a taxa de retorno de cada ação é gerada por

$$R = \bar{R} + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \ldots + \beta_k F_k + \varepsilon$$

onde ε é específico a uma dada ação e não tem correlação com o termo e de outras ações. Em nosso exemplo anterior, tínhamos um modelo de três fatores. Usamos a inflação, o PNB e a variação de taxas de juros como exemplos de fontes sistemáticas de risco, ou fatores. Os pesquisadores ainda não chegaram a um acordo a respeito de qual é o conjunto correto de fatores. Tal como em muitas outras questões, esta pode ser uma daquelas sobre as quais nunca se chegará a uma resposta definitiva.

Na prática, os pesquisadores freqüentemente usam um modelo de um único fator. Não empregam todos os tipos de fatores econômicos que consideramos anteriormente como exemplos; em vez disso, usam um índice de retornos de mercado de ações – como o S&P 500, ou até mesmo um índice ainda mais amplo, contendo ainda mais ações – como fator único. Usando o modelo de fator único, podemos escrever os retornos do seguinte modo:

$$R = \bar{R} + \beta(R_{S\&P500} - \bar{R}_{S\&P500}) + \varepsilon$$

Quando há um único fator (os retornos da carteira do S&P 500), não precisamos acrescentar um subscrito ao beta. Apresentado desta forma (com pequenas modificações), o modelo fatorial é chamado de **modelo de mercado**. Este termo é empregado porque o índice utilizado para o fator é um índice de retornos de todo o mercado de ações. O modelo de mercado é representado da seguinte maneira:

$$R = \bar{R} + \beta(R_M - \bar{R}_M) + \varepsilon$$

onde R_M é o retorno da carteira de mercado.[5] O único β apresentado é chamado de *coeficiente beta*.

? QUESTÕES CONCEITUAIS

- Que é um beta de inflação? Um beta de PNB? Um beta de taxa de juros?
- Qual é a diferença entre um modelo de k fatores e o modelo de mercado?
- Defina coeficiente beta.

11.4 CARTEIRAS E MODELOS FATORIAIS

Verifiquemos agora o que ocorre com carteiras de ações quando cada uma das ações obedece a um modelo de um único fator. Para fins de discussão, consideraremos o próximo período de um mês e examinaremos os retornos desse período. Poderíamos ter utilizado um dia ou um ano ou qualquer outro período. Se o período representar o intervalo entre decisões, porém, seria melhor que fosse curto, em lugar de longo, e um mês é um prazo razoável.

Criaremos carteiras a partir de uma lista de N ações, e usaremos um modelo de um fator para captar o risco sistemático. A i-ésima ação da lista, portanto, terá retornos dados por

$$R_i = \bar{R}_i + \beta_i F + \varepsilon_i \qquad (11.1)$$

tendo sido colocados subscritos nas variáveis para indicar que dizem respeito à i-ésima ação. Note que o fator F não tem qualquer subscrito. O fator que representa o risco

5. Alternativamente, o modelo de mercado poderia ser representado do seguinte modo: $R = \alpha + \beta R_M + \varepsilon$. Neste caso, alfa ($\alpha$) é um intercepto igual a $\bar{R} - \beta\bar{R}_M$.

sistemático poderia ser uma surpresa no crescimento do PNB, ou poderíamos ter usado o modelo de mercado, deixando que o fato fosse a diferença entre o retorno do S&P 500 e o que esperássemos desse retorno, $R_{S\&P500} - \bar{R}_{S\&P500}$. Em qualquer caso, o fator é o mesmo para todas as ações.

O β_i possui subscrito porque representa a maneira específica pela qual o fator influencia a *i*-ésima ação. Recapitulando nossa discussão de modelos fatoriais, se o β_i for igual a zero, os retornos da *i*-ésima ação serão

$$R_i = \bar{R}_i + \varepsilon_i$$

Em palavras, os retornos da *i*-ésima ação não são afetados pelo fator *F* quando β_i é igual a zero. Se β_i for positivo, variações positivas do fator elevarão os retornos da *i*-ésima ação, e reduções os diminuirão. Inversamente, se β_i for negativo, seus retornos e o fator variarão em direções opostas.

A Figura 11.1 ilustra a relação entre os retornos excedentes de uma ação, $R_i - \bar{R}_i$, e o fator *F* para diferentes betas, sendo $\beta_i > 0$. As linhas na Figura 11.1 representam a equação (11.1) sob a hipótese de que não há risco não sistemático. Ou seja, $\varepsilon_i = 0$. Como estamos supondo betas positivos, as linhas têm inclinação positiva, indicando que o retorno da ação cresce com *F*. Note que se o valor do fator for igual a zero ($F = 0$), a linha passará pela origem dos eixos.

Vejamos agora o que acontece quando criamos carteiras nas quais cada ação é determinada por um modelo de um fator. Seja X_i a proporção do título *i* na carteira. Ou seja, se um indivíduo com uma carteira no valor de $ 100 desejar aplicar $ 20 em General Motors, diremos que $X_{GM} = 20\%$. Como os *X*s representam as proporções aplicadas em cada uma das ações, sabemos que sua soma deve ser igual a 100%, Ou seja:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_N = 1$$

Sabemos que o retorno da carteira é a média ponderada dos retornos dos ativos que a compõem. Algebricamente, isto pode ser escrito do seguinte modo:

$$R_P = X_1R_1 + X_2R_2 + X_3R_3 + \ldots + X_NR_N \quad (11.2)$$

Na equação (11.1), vimos que o retorno de cada ativo, por sua vez, é determinado tanto pelo fator *F* quanto pelo risco não sistemático ε_i Portanto, substituindo cada R_i pela equação (11.1) na equação (11.2), temos

$$R_P = X_1(\bar{R}_1 + \beta_1F + \varepsilon_1) + X_2(\bar{R}_2 + \beta_2F + \varepsilon_2) \quad (11.3)$$

(Retorno da ação 1) (Retorno da ação 2)

$$+ X_3(\bar{R}_3 + \beta_3F + \varepsilon_3) + \ldots + X_N(\bar{R}_N + \beta_NF + \varepsilon_N)$$

(Retorno da ação 3) (Retorno da ação *N*)

A equação (11.3) mostra que a taxa de retorno de uma carteira é determinada por três conjuntos de parâmetros:

1. O retorno esperado de cada título individual, $\bar{R}_i$.
2. O beta de cada título, multiplicado pelo fator *F*.
3. O risco não sistemático de cada título individual, ε_i.

Expressamos a equação (11.3) em termos desses três conjuntos de parâmetros, ou seja

Média ponderada de retornos esperados:

$$R_P = X_1\bar{R}_1 + X_2\bar{R}_2 + X_3\bar{R}_3 + \ldots + X_N\bar{R}_N \quad (11.4)$$

(Média ponderada de betas)F:

$$+ (X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + X_3\beta_3 + \ldots + X_N\beta_N)F$$

Média ponderada de riscos não sistemáticos:

$$+ X_1\varepsilon_1 + X_2\varepsilon_2 + X_3\varepsilon_3 + \ldots + X_N\varepsilon_N$$

Essa equação um tanto imponente é, na realidade, bastante simples. A primeira linha é a média ponderada dos retornos esperados dos vários títulos. Os itens entre parênteses, na segunda linha, representam a média ponderada dos betas dos vários títulos. Essa média ponderada é, por sua vez, multiplicada pelo fator *F*. A terceira linha é uma média ponderada dos riscos não sistemáticos dos títulos individuais.

Onde está a incerteza na equação (11.4)? Não há incerteza na primeira linha porque aparece aí somente o valor esperado do retorno de cada título. A incerteza, na segunda linha, está refletida em apenas um item, *F*. Ou seja, embora saibamos que o valor esperado de *F* é igual a zero, não sabemos qual será seu valor em determinado período. A incerteza, na terceira linha, está refletida em cada risco não sistemático, ε_i.

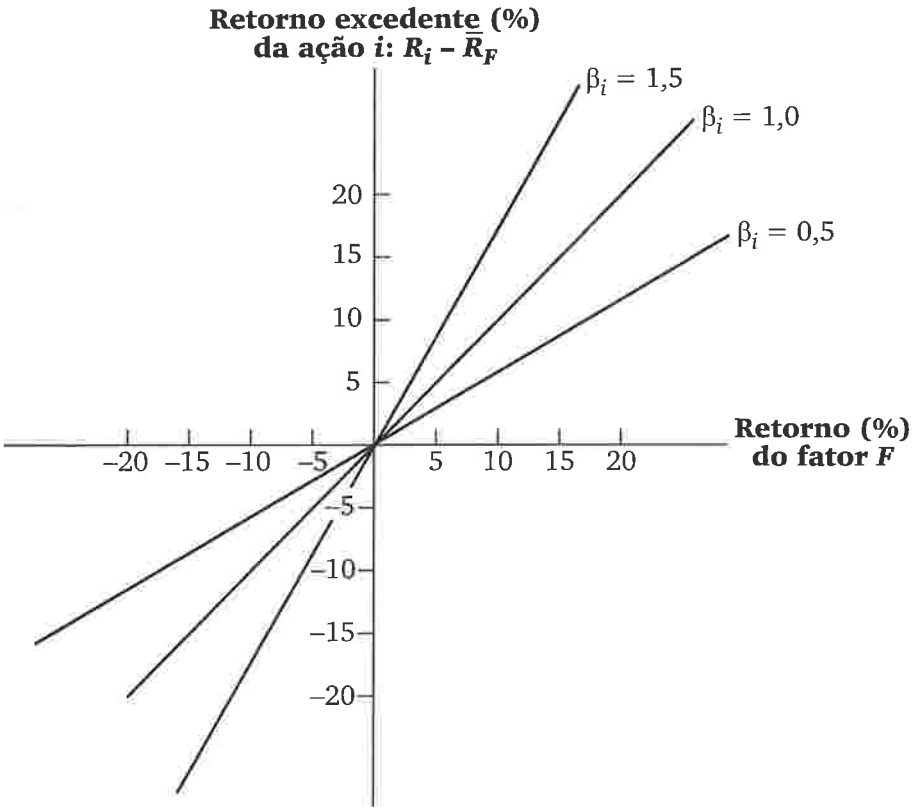
Carteiras e diversificação

Nas seções anteriores deste capítulo, apresentamos o retorno de um título isolado em termos de nosso modelo fatorial. As carteiras foram discutidas a seguir. Como os investidores geralmente possuem carteiras diversificadas, desejamos agora saber como fica a equação (11.4) numa carteira *ampla* ou diversificada.[6]

Na verdade, uma coisa estranha acontece à equação (11.4): a terceira linha acaba *desaparecendo*, numa carteira ampla. Para percebê-lo, considere o caso de um

6. Tecnicamente falando, podemos imaginar uma carteira ampla como sendo aquela na qual um investidor pode aumentar ilimitadamente o número de títulos. Na prática, a diversificação *efetiva* ocorreria quando houvesse pelo menos algumas dúzias de títulos.

■ **FIGURA 11.1** *Modelo de um fator.*



Cada linha representa um título diferente, cada qual possuindo um beta distinto.

jogador que reparte $ 1.000 apostando no vermelho em muitas rodadas de uma roleta. Por exemplo, ele poderá participar de 1.000 rodadas, apostando $ 1 de cada vez. Embora não saibamos, com antecedência, se uma dada rodada dará vermelho ou preto, podemos estar seguros de que o vermelho ganhará em cerca de 50% das rodadas. Ignorando a participação do cassino, o investidor poderá esperar terminar com seus $ 1.000 originais.

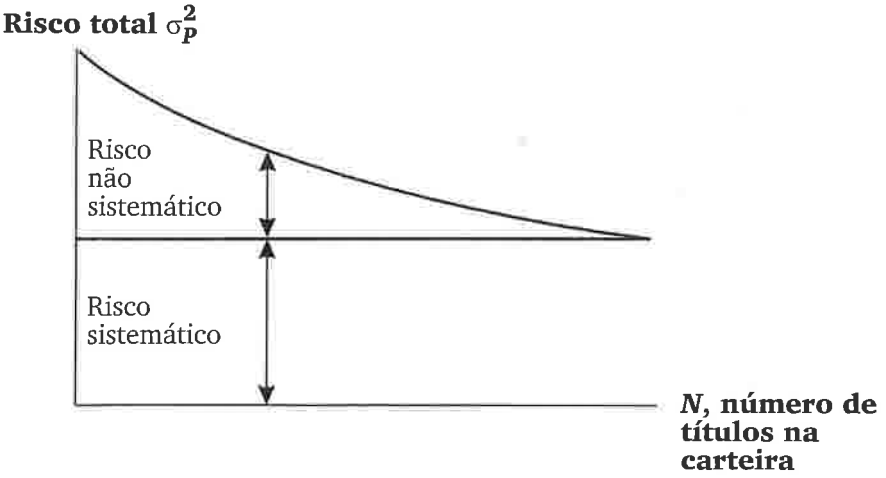
Embora estejamos preocupados com ações, e não com roletas, o mesmo princípio é válido. Cada título tem seu próprio risco não sistemático, no qual a surpresa não tem relação com a surpresa em outra ação. Investindo-se uma pequena quantia em cada título, a média ponderada dos riscos sistemáticos se aproximará bastante de zero numa carteira ampla.[7]

Embora a terceira linha desapareça completamente, numa carteira ampla, nada de excepcional acontece com a primeira ou a segunda linha. A linha 1 continua sendo uma média ponderada dos retornos esperados dos títulos individuais, mesmo com a adição de novos títulos à carteira. Como não há qualquer incerteza na primeira linha, não é possível à diversificação fazer com que esta linha desapareça. Os termos contidos entre os parênteses da segunda linha continuam sendo uma média ponderada de betas. Também não somem quando são acrescentados novos títulos. Como o fator *F* não é afetado pelo acréscimo de novos títulos às carteiras, a segunda linha não desaparece.

Por que a terceira linha desaparece, mas o mesmo não ocorre com a segunda linha, embora ambas reflitam a presença de incerteza? A resposta é a de que há muitos riscos não sistemáticos na linha 3. Como esses riscos são independentes um do outro, o efeito da diversificação torna-se mais forte à medida que são acrescentados mais ativos à carteira. A carteira resultante torna-se cada vez menos arriscada, e sua taxa de retorno torna-se cada vez mais certa. Entretanto, o risco sistemático *F* afeta todos os títulos porque está situado fora dos parênteses na linha 2. Como este fator não pode ser evitado com aplicações em muitos títulos, não há efeito de diversificação nesta linha.

7. Mais precisamente, dizemos que a média ponderada do risco não sistemático tende a zero quando o número de títulos com pesos iguais numa carteira vai para infinito.

■ **FIGURA 11.2** *Diversificação e risco de uma carteira com pesos iguais.*



O risco total cai à medida que aumenta o número de títulos na carteira. Esta queda ocorre somente no componente não sistemático. O risco sistemático não é afetado pela diversificação.

■ EXEMPLO

O material acima pode ser explicado mais claramente a partir do seguinte exemplo. Mantemos nosso modelo de um fator, neste caso, mas fazemos três hipóteses específicas:

1. Todos os títulos têm o mesmo retorno esperado de 10%. Esta hipótese significa que a primeira linha da equação (11.4) também deve ser igual a 10%, porque é uma média ponderada dos retornos esperados dos títulos individuais.
2. Todos os títulos têm beta igual a 1. A soma dos termos dentro dos parênteses na segunda linha da equação (11.4) deve ser igual a 1, porque esses termos são uma média ponderada dos betas individuais. Como os termos entre parênteses são multiplicados por F, o valor da segunda linha é $1 \times F = F$.
3. Neste exemplo, concentramos nossa atenção no comportamento de um indivíduo, Walter V. Bagehot. O Sr. Bagehot decide aplicar numa carteira com pesos iguais. Ou seja, a proporção de cada título em sua carteira é igual a $1/N$. ■

Podemos expressar o retorno da carteira do Sr. Bagehot da seguinte maneira:

Taxa de Retorno da Carteira de Walter V. Bagehot:

$$R_P = \underset{\text{Da linha 1 de (11.4)}}{10\%} + \underset{\text{Da linha 2 de (11.4)}}{F} + \underbrace{\left(\frac{1}{N}\varepsilon_1 + \frac{1}{N}\varepsilon_2 + \frac{1}{N}\varepsilon_3 + \ldots + \frac{1}{N}\varepsilon_N\right)}_{\text{Da linha 3 de (11.4)}} \quad (11.4')$$

Mencionamos acima que, à medida em que N tende a infinito, a linha 3 de (11.4) se aproxima de zero.[8] Portanto, a taxa de retorno da carteira de Walter Bagehot, quando o número de títulos é muito grande, é

$$R_P = 10\% + F \qquad (11.4'')$$

A chave da diversificação é indicada em (11.4"). O risco não sistemático da linha 3 desaparece, mas o risco sistemático da linha 2 permanece.

Isto é ilustrado na Figura 11.2. O risco sistemático, captado pela variação do fator F, não diminui com a diversificação. Inversamente, o risco não sistemático diminui com o acréscimo de número maior de títulos, desaparecendo quando o número de títulos se torna infinitamente grande. Nosso resultado é análogo ao exemplo de diversificação do capítulo anterior. Naquele

8. Nossa apresentação, até esta altura, tem sido pouco rigorosa. O aluno interessado em entender a questão de uma maneira mais rigorosa deve notar que a variância da linha 3 é

$$\frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2 + \frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2 + \frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2 + \ldots + \frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{N^2}N\sigma_\varepsilon^2$$

onde σ_ε^2 é a variância de cada ε. Isto também pode ser escrito como σ_ε^2/N, que tende a 0 quando N vai para infinito.

capítulo, dissemos que o risco não diversificável ou sistemático decorre das covariâncias positivas entre títulos. Neste capítulo, dizemos que o risco sistemático resulta de um fator comum. Como um fator comum causa covariâncias positivas, os argumentos dos dois capítulos são semelhantes.

? QUESTÕES CONCEITUAIS

- Como pode ser o retorno de uma carteira escrito em termos de um modelo fatorial?
- Que risco é eliminado com o processo de diversificação numa carteira ampla?

11.5 BETAS E RETORNOS ESPERADOS

Relação linear

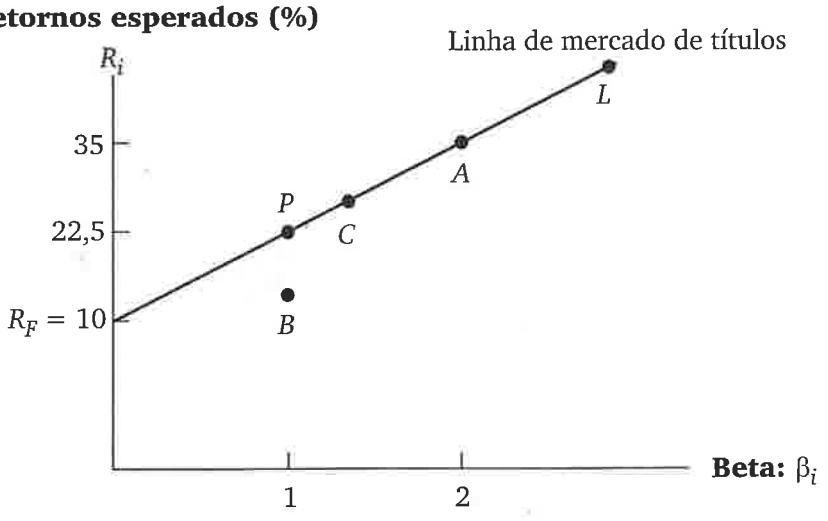
Argumentamos várias vezes que o retorno esperado de um título é uma recompensa por seu risco. No capítulo anterior, mostramos que o beta em relação à carteira de mercado (a covariância padronizada dos retornos do título com os retornos da carteira de mercado) era a medida apropriada de risco sob as hipóteses de expectativas homogêneas e captação e aplicação de fundos à taxa livre de risco. O modelo de precificação de ativos, que propôs essas hipóteses, dizia que o retorno esperado de um título estava positiva e linearmente relacionado a seu beta. Encontramos uma relação semelhante entre risco e retorno no modelo de um único fator exposto neste capítulo.

Começamos observando que o risco relevante, numa carteira ampla e bem diversificada, é inteiramente sistemático, porque o risco não sistemático é eliminado pela diversificação. Uma das implicações é a de que, ao considerar mudanças na composição de sua carteira, um investidor bem diversificado pode ignorar os riscos não sistemáticos dos títulos.

Note que não estamos afirmando que as ações, como as carteiras, não possuem risco não sistemático. Tampouco estamos dizendo que o risco não sistemático de uma ação não afetará seus retornos. As ações possuem risco não sistemático, e seus retornos efetivos dependem do risco não sistemático. Como esse risco é eliminado numa carteira bem diversificada, porém, os investidores podem ignorar esse risco não sistemático quando consideram se devem ou não acrescentar uma ação à sua carteira. Portanto, se os investidores estiverem ignorando o risco não sistemático, somente o risco sistemático de uma ação poderá estar associado a seu retorno *esperado*.

Esta relação é ilustrada na linha de mercado de títulos da Figura 11.3. Os pontos *P*, *C*, *A* e *L* estão situados na linha que parte da taxa livre de risco de 10%. Os pontos que representam cada um desses quatro ativos podem ser criados por combinações entre a taxa livre de risco e qualquer um dos três outros ativos. Por exemplo, como *A* tem beta igual a 2,0 e beta tem beta igual a 1,0, uma carteira formada por 50% aplicados no ativo *A* e 50% na taxa livre de risco tem o mesmo beta que o ativo *P*. A taxa livre de risco é igual a 10% e o retorno esperado do título *A* é igual a 35%, significando que a taxa de retorno de 22,5% da combinação, [(10% + 35%)/2], é idêntica ao retorno esperado do título *P*. Como o título *P* possui o mesmo beta e o mesmo retorno esperado que uma combinação entre o ativo sem risco e o título *A*, um investi-

■ **FIGURA 11.3** *Gráfico de beta e retorno esperado para ações individuais no modelo de um fator.*



dor deveria ficar igualmente disposto a acrescentar uma pequena quantidade do título P ou acrescentar uma pequena quantidade desta combinação à sua carteira. Entretanto, o risco não sistemático do título P não precisa ser igual ao risco não sistemático da combinação entre o título A e o ativo sem risco, porque o risco não sistemático é eliminado pela diversificação numa carteira ampla.

Evidentemente, as combinações possíveis de pontos pertencentes à linha de mercado de títulos são inúmeras. Pode-se replicar P por meio de combinações entre o ativo livre de risco e C ou L (ou ambos). Pode-se replicar C (ou A ou L) tomando dinheiro emprestado à taxa livre de risco para aplicar em P. Também podem ser usados os inúmeros pontos não identificados na linha de mercado de títulos.

Consideremos agora o título B. Como o seu retorno esperado está abaixo da linha, nenhum investidor aplicaria nele. Em lugar disso, o investidor preferiria o título P, uma combinação entre o título A e o ativo sem risco, ou alguma outra combinação. Portanto, o preço de B é excessivamente alto. Seu preço cairia, num mercado livre, forçando a elevação de seu retorno esperado de volta à linha, em equilíbrio.

A discussão anterior nos permite construir uma equação da linha de mercado de títulos como a que vemos na Figura 11.3. Sabemos que uma linha reta pode ser descrita algebricamente com base em dois pontos. Talvez seja mais fácil focalizar a atenção na taxa livre de risco e no ativo P, pois a taxa livre de risco corresponde a beta igual a zero e P tem beta igual a 1.

Como sabemos que o retorno de qualquer ativo com beta nulo é R_F e o retorno esperado do ativo P é $\bar{R}_P$, pode ser demonstrado facilmente que

$$\bar{R} = R_F + \beta(\bar{R}_P - R_F) \qquad (11.5)$$

Na equação (11.5), $\bar{R}$ pode ser visto como o retorno esperado de qualquer título ou carteira situado na linha de mercado de títulos. β é o beta desse título ou carteira.

Carteira de mercado e fator único

No CAPM, o beta de um título mede a sensibilidade do título a flutuações da carteira de mercado. No modelo de um único fator da APT, o beta de um título mede a sua sensibilidade ao fator. Estabelecemos agora a relação entre a carteira de mercado e esse fator único.

Uma carteira ampla e diversificada não possui risco não sistemático porque os riscos não sistemáticos dos títulos individuais são eliminados pela diversificação. Supondo-se que haja títulos em quantidade suficiente para que a carteira de mercado seja bastante diversificada, e que nenhum título tenha um peso excessivamente grande, esta carteira é completamente diversificada e não contém qualquer risco não sistemático.[9] Em outras palavras, a carteira de mercado tem correlação perfeita com o fator único, o que significa que ela é, na verdade, uma versão ampliada ou reduzida do fator. Após os ajustes apropriados, podemos tratá-la como sendo o próprio fator.

A carteira de mercado, como qualquer título ou carteira, situa-se na linha de mercado de títulos. Quando a carteira de mercado é o fator único, o beta da carteira de mercado é igual a 1 por definição. Isto é mostrado na Figura 11.4. (Omitimos os títulos e os retornos esperados específicos presentes na Figura 11.3 para tornar a ilustração mais clara; com exceção dessas mudanças, os dois gráficos são idênticos.) Tomando a carteira de mercado como fator, a equação (11.5) passa a ser

$$\bar{R} = R_F + \beta(\bar{R}_M - R_F)$$

onde $\bar{R}_M$ é o retorno esperado do mercado. Esta equação mostra que o retorno esperado de qualquer ativo, $\bar{R}$, está linearmente relacionado ao beta do ativo. A equação é idêntica à do CAPM, desenvolvido no capítulo anterior.

? QUESTÃO CONCEITUAL

- Qual é a relação entre o modelo de um fator e o CAPM?

11.6 MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS E TEORIA DE PRECIFICAÇÃO POR ARBITRAGEM

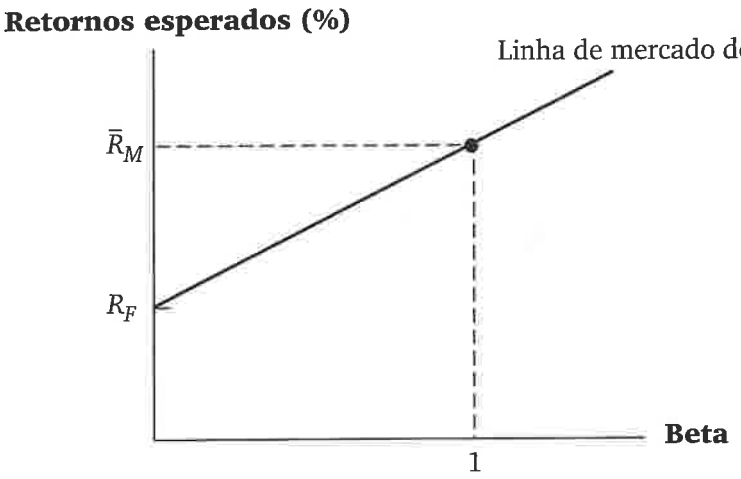
O CAPM e a APT são modelos alternativos da relação entre risco e retorno. Vale a pena examinar as diferenças entre os dois modelos, tanto em termos pedagógicos quanto em termos de aplicação.

Diferenças pedagógicas

Acreditamos que o CAPM apresenta pelo menos uma vantagem importante, do ponto de vista do aluno. A demonstração do CAPM necessariamente conduz o leitor a uma discussão de conjuntos eficientes. Este tratamento – começando com o caso de dois ativos com risco e passando ao caso de vários ativos com risco, terminando com a adição de um ativo sem risco aos vários ativos com risco – é bastante intuitivo. Uma apresenta-

9. Esta suposição é plausível na prática. Por exemplo, mesmo o valor de mercado da General Electric representa apenas de 3 a 4% do valor de mercado do índice S&P500.

■ **FIGURA 11.4** *Um gráfico de beta e retorno esperado de ações individuais no modelo de um único fator.*



O fator é padronizado de tal modo que se torne idêntico à carteira de mercado. O beta da carteira de mercado é igual a 1.

ção como essa não é feita de maneira igualmente simples com a APT.

Entretanto, a APT possui uma vantagem que compensa isso. O modelo adiciona fatores até que o risco não sistemático de qualquer título perca a correlação com o risco não sistemático de todos os demais títulos. De acordo com esta concepção, é facilmente demonstrável que (1) o risco não sistemático cai (e finalmente desaparece) com o aumento do número de títulos na carteira, mas (2) os riscos sistemáticos não diminuem. Este resultado também foi demonstrado no CAPM, embora a intuição não fosse tão clara, pois podia haver correlação entre os riscos não sistemáticos de títulos diferentes.

Diferenças de aplicação

Uma das vantagens da APT é sua capacidade de lidar com diversos fatores, ao passo que o CAPM os ignora. Embora a maior parte de nossa exposição neste capítulo tenha-se concentrado no modelo de um único fator, talvez o modelo com diversos fatores seja mais representativo da realidade. Ou seja, é preciso levar em conta a influência de muitos fatores gerais e setoriais antes de fazer com que o risco não sistemático de um título passe a ter correlação nula com os riscos não sistemáticos de outros títulos. De acordo com esta versão multifatorial da APT, a relação entre risco e retorno pode ser expressa do seguinte modo:

$$\bar{R} = R_F + (\bar{R}_1 - R_F)\beta_1 + (\bar{R}_2 - R_F)\beta_2 + (\bar{R}_3 - R_F)\beta_3 + \ldots + (\bar{R}_K - R_F)\beta_K \qquad (11.6)$$

Nesta equação, β_1 é o beta do título em relação ao primeiro fator, β_2 é o beta do título em relação ao segundo fator, e assim por diante. Por exemplo, se o primeiro fator representar o comportamento do PNB, β_1 será o beta de PNB do título. O termo $\bar{R}_1$ é o retorno esperado de um título (ou carteira) cujo beta em relação ao primeiro fator é igual a 1 e cujos betas em relação a todos os demais fatores são iguais a zero. Como o mercado remunera risco, $(\bar{R}_1 - R_F)$ será positivo no caso normal.[10] (Uma interpretação análoga pode ser dada a $\bar{R}_2$, $\bar{R}_3$ etc.)

A equação diz que o retorno esperado do título depende dos betas do título em relação aos diversos fatores. A idéia representada pela equação (11.6) é bastante simples. Cada fator representa risco que não pode ser eliminado por meio de diversificação. Quanto mais elevado for o beta do título em relação a um dado fator, maior será o risco possuído pelo título. Num mundo racional, o retorno esperado do título deveria compensar esse risco. A equação anterior diz que o retorno esperado é uma soma da taxa livre de risco com a compensação por tipo de risco que o título possui.

A título de exemplo, consideremos um estudo no qual os fatores eram o crescimento mensal da produção industrial (PI), a variação da inflação esperada (DIE), a inflação inesperada (II), a variação inesperada do prêmio por risco de obrigações com risco (PR) e a variação inesperada da diferença entre a taxa de obrigações governamentais a longo prazo e a taxa de obrigações governamentais a curto prazo (DI).[11] Usando o período de

10. Na verdade, $(\bar{R}_i - R_F)$ poderia ser negativo no caso em que o fator *i* é visto como uma espécie de proteção contra risco.

11. CHEN, N.; ROLL, R.; ROSS, S. Economic forces and the stock market. *Journal of Business*, July 1986.

1958 a 1984, os resultados empíricos do estudo indicaram que o retorno mensal esperado de qualquer ação, $\bar{R}_S$, pode ser descrito do seguinte modo:

$$\bar{R}_S = 0{,}0041 + 0{,}0136\beta_{PI} - 0{,}0001\beta_{\Delta IE} - 0{,}0006\beta_{II} + 0{,}0072\beta_{PR} - 0{,}0052\beta_{DI}$$

Suponhamos que uma dada ação tivesse os seguintes betas: $\beta_{PI} = 1{,}1$, $\beta_{\Delta IE} = 2$, $\beta_{II} = 3$, $\beta_{PR} = 0{,}1$, $\beta_{DI} = 1{,}6$. O retorno mensal esperado dessa ação seria:

$$\bar{R}_S = 0{,}0041 + 0{,}0136 \times 1{,}1 - 0{,}0001 \times 2 - 0{,}0006 \times 3 + 0{,}0072 \times 0{,}1 - 0{,}0052 \times 1{,}6 = 0{,}0095$$

Supondo que a empresa não use capital de terceiros e que um de seus projetos tenha risco equivalente ao da empresa, este valor de 0,0095 (isto é, 0,95%) poderia ser usado como taxa mensal de desconto para o projeto. (Como geralmente são fornecidos dados anuais para fins de decisão de investimento, poderia ser usada a taxa anual de 0,120 [$(1{,}0095^{12} - 1)$]).

Como há diversos fatores presentes no lado direito da equação (11.5), a estrutura da APT permite medir retornos esperados mais precisamente do que no CAPM. Entretanto, como mencionamos anteriormente, não é fácil determinar quais são os fatores apropriados. Os fatores no estudo anterior foram incluídos por questões de bom-senso e conveniência. Não foram produzidos por uma teoria.

Em contraste, o uso do índice de mercado no CAPM é uma decorrência da teoria desenvolvida no capítulo anterior. Indicamos, em capítulos precedentes, que o índice S&P500 reproduz muito bem as oscilações do mercado de ações. Usando os resultados de Ibbotson e Sinquefield, que mostravam que o retorno anual do S&P500 havia sido, em média, 9,2% superior ao do ativo livre de risco, o capítulo anterior calculava facilmente os retornos esperados de diversos títulos com o CAPM.[12]

11.7 Enfoques empíricos à precificação de ativos

Modelos empíricos

O CAPM e a APT não esgotam, de maneira alguma, os modelos e técnicas usados na prática para medir o retorno esperado de ativos com risco. O CAPM e a APT são *modelos baseados em riscos*. Medem o risco de um título por seu(s) beta(s) em relação a fator(es) sistemático(s), e cada um diz que o retorno esperado excedente deve ser proporcional ao(s) beta(s). Embora tenhamos visto que isto é intuitivamente atraente e possui substancial fundamentação teórica, existem enfoques alternativos.

Em sua maioria, essas alternativas podem ser agrupadas sob a rubrica de métodos paramétricos ou **empíricos**. A palavra *empírico* refere-se ao fato de que esses enfoques baseiam-se menos em alguma teoria a respeito do funcionamento dos mercados financeiros, e mais no simples exame de alguma regularidade observada nos dados passados de mercado. Nesses enfoques, o pesquisador especifica alguns parâmetros ou atributos associados aos títulos em questão, e depois examina os dados diretamente, em busca de uma relação entre tais atributos e retornos esperados. Por exemplo, muita pesquisa tem sido feita sobre a possível relação entre retornos esperados de uma empresa e seu tamanho. É verdade que as empresas menores apresentam retornos médios mais elevados do que as empresas grandes? Os pesquisadores também têm examinado uma variedade de medidas contábeis, tais como o quociente entre o preço de uma ação e os lucros contábeis, ou seja, o quociente P/L, e a relação similar entre o valor de mercado e o valor contábil da ação, o índice VM/VP. Neste caso, poderia ser argumentado que empresas com P/Ls ou VM/VPs baixos estão "subavaliadas" e tendem a apresentar retornos mais altos no futuro.

Ao usarmos o enfoque empírico para determinar o retorno esperado, estimaríamos a seguinte equação:

$$\bar{R}_i = R_F + k_{P/L}(P/L)_i + k_{VM/VP}(VM/VP)_i + k_{tamanho}(tamanho)_i$$

onde $\bar{R}_i$ é o retorno esperado da ação i, e os ks são coeficientes que estimamos a partir de dados de mercado. Note-se que esta equação tem o mesmo formato da equação (11.6), com atributos da empresa escritos no lugar de betas e com os ks fazendo o papel dos retornos excedentes correspondentes aos diversos fatores.

Quando testados com dados, esses enfoques paramétricos parecem ter bom desempenho. Na verdade, quando são feitas comparações entre o uso de parâmetros e o uso de betas para predizer os retornos de ações, os parâmetros, como P/L e VM/VP, parecem funcionar melhor. Há diversas explicações possíveis para esses resultados, e a discussão certamente ainda não terminou. Os autores que criticam o enfoque empírico questionam o que chamam de *data mining*. Os parâmetros específicos com os quais os pesquisadores trabalham são geralmente escolhidos em função do fato de já se ter constatado que estão correlacionados aos retornos. Por exemplo, suponhamos que você fosse encarregado de explicar a variação das notas nos vestibulares nos últimos 10 anos. Imaginemos que, para fazer isso, você examinasse todas as séries que pudesse encontrar. Após um grande esfor-

12. Embora muitos pesquisadores suponham que seja fácil encontrar sucedâneos para a carteira de mercado, Richard Roll (A Critique of the asset pricing theory's tests. *Journal of Financial Economics*, Mar. 1977) argumenta que a ausência de um representante universalmente aceitável da carteira de mercado prejudica seriamente a aplicação da teoria. Afinal de contas, o mercado precisa incluir imóveis, cavalos de corrida e outros ativos não negociados no mercado de ações.

ço de busca, você poderia ter descoberto, por exemplo, que a variação das notas estava diretamente relacionada à população de capivaras no Rio Grande do Sul. Sabemos que qualquer relação como essa é puramente acidental, mas se você procurar bastante e dispuser de alternativas suficientes, encontrará alguma coisa, mesmo que nada signifique. É como ficar olhando as nuvens. Após algum tempo, verá nuvens que se parecem com aquilo que você quiser, palhaços, ursos etc., mas o que está fazendo não passa de *data mining*.

Não é preciso dizer que os pesquisadores nesta área defendem seu trabalho argumentando que não fizeram esse tipo de busca e foram muito cuidadosos para evitar a armadilha de analisar os dados até descobrir o que funcionaria.

Evidentemente, do ponto de vista teórico, como qualquer pessoa pode facilmente examinar o P/L de uma empresa, certamente não se esperaria encontrar que empresas com P/Ls baixos apresentassem desempenho superior ao de empresas com P/Ls altos por estarem subavaliadas. Num mercado eficiente, tais medidas publicamente disponíveis de subavaliação seriam imediatamente exploradas e não seria de se esperar que a vantagem que oferecem durasse muito tempo.

Talvez uma explicação melhor do sucesso dos enfoques empíricos resida numa síntese entre os enfoques baseados em riscos e os métodos empíricos. Num mercado eficiente, risco e retorno estão relacionados, e talvez os parâmetros ou atributos que parecem estar associados a retornos também sejam medidas melhores de risco. Por exemplo, se viéssemos a descobrir que o desempenho de empresas com P/L baixo é melhor do que o de empresas com P/L alto, e isto fosse verdade mesmo no caso de empresas com o(s) mesmo(s) beta(s), então teríamos pelo menos duas explicações. Em primeiro lugar, poderíamos simplesmente descartar as teorias baseadas em riscos como incorretas. Além disso, poderíamos argumentar que os mercados são ineficientes, e que a compra de ações com P/Ls baixos nos oferece uma oportunidade de obter retornos superiores aos previstos. Em segundo lugar, poderíamos argumentar que *ambas* as visões do mundo estão corretas e que o P/L é simplesmente uma maneira melhor de medir risco sistemático, isto é, beta(s), do que estimar betas diretamente a partir dos dados.

Carteiras baseadas em estilos

Além de seu uso como plataforma para a estimação de retornos esperados, os atributos de ações também são largamente empregados como uma maneira de caracterizar estilos de gestão de recursos. Por exemplo, uma carteira com índice P/L muito acima da média do mercado poderia ser caracterizada como uma carteira de alto P/L ou uma **carteira com estratégia de crescimento**. De maneira semelhante, uma carteira formada por ações com P/Ls inferiores à média poderia ser caracterizada como uma carteira de baixo P/L ou **carteira com estratégia de valor**.

Para se avaliar o desempenho de um administrador de carteiras, geralmente ele é comparado ao de alguns índices básicos. Por exemplo, os retornos da carteira de um administrador que investe em ações de empresas americanas de grande porte poderiam ser comparados aos do índice S&P 500. Nesse caso, diz-se que o S&P 500 é o padrão (***benchmark***) em vista do qual seu desempenho é julgado. De maneira análoga, um administrador de investimentos internacionais poderia ser avaliado em comparação com algum índice comum de ações estrangeiras. Ao se escolher um padrão apropriado, deve-se ter o cuidado de escolher um padrão que contenha apenas os tipos de ações que o administrador considera representativas de seu estilo, e que também estejam disponíveis para compra. Um administrador que recebesse a instrução de não aplicar em ações contidas no S&P 500 não acharia justo ser avaliado em comparação com o S&P 500.

Além disso, os administradores são cada vez mais comparados a administradores semelhantes, e não apenas a um índice. O desempenho de um fundo que se apresenta como sendo um fundo com estratégia de crescimento poderia ser medido em comparação com o desempenho de uma amostra grande de fundos semelhantes. Por exemplo, o desempenho ao longo de um dado período costuma ser classificado em quartis. Por exemplo, dizemos que os 25% melhores estão situados no primeiro quartil, os 25% seguintes no segundo quartil, os 25% seguintes no terceiro quartil, e os 25% piores estão situados no último quartil. Se o fundo que estivéssemos examinando tivesse um desempenho que o colocasse no segundo quartil, então nos referiríamos ao administrador como pertencente a esse quartil.

De maneira semelhante, nos referimos a um fundo que compra ações com baixo VM/VP como sendo um fundo com estratégia de valor, e mediríamos seu desempenho comparado a uma amostra de fundos com estratégias semelhantes. Esses enfoques de mensuração de desempenho são relativamente novos, e fazem parte de um esforço intenso e interessante de refinamento de nossa capacidade de identificar e usar habilidades de gestão superior de investimentos.

? Questões Conceituais

- Modelos empíricos são às vezes chamados de modelos fatoriais. Qual é a diferença entre um fator, tal como o termo foi usado anteriormente neste capítulo, e um atributo, tal como este termo é usado nesta seção?
- Que é *data mining* e por que poderia exagerar a relação entre algum atributo e o retorno de uma ação?

- Que há de errado com a mensuração do desempenho do administrador de uma carteira de ações de empresas americanas de elevada taxa de crescimento em confronto com um índice de ações inglesas?

11.8 Resumo e conclusões

O capítulo anterior desenvolveu o modelo de precificação de ativos (CAPM). Como alternativa, o presente capítulo apresenta a teoria de precificação por arbitragem (APT).

1. A APT pressupõe que os retornos de ações são gerados por modelos fatoriais. Por exemplo, poderíamos descrever o processo de geração da taxa de retorno de uma ação por

$$R = \bar{R} + \beta_I F_I + \beta_{PNB} F_{PNB} + \beta_r F_r + \varepsilon$$

onde I, PNB e r correspondem a inflação, produto nacional bruto e taxa de juros, respectivamente. Os três fatores F_I, F_{PNB} e F_r representam risco sistemático, pois tais fatores afetam muitos títulos ao mesmo tempo. O termo ε indica o risco não sistemático, pois é específico a cada título individual.
2. Por questão de conveniência, freqüentemente descrevemos o retorno de um título de acordo com um modelo de um único fator:

$$R = \bar{R} + \beta F + \varepsilon$$

3. À medida que acrescentamos mais títulos a uma carteira, os riscos não sistemáticos dos títulos individuais compensam uns aos outros. Uma carteira completamente diversificada não possui risco não sistemático, mas ainda apresenta risco sistemático. Este resultado indica que a diversificação é capaz de eliminar parte do risco dos títulos individuais, mas não todo.
4. Em vista desse fato, o retorno esperado de uma ação está positivamente associado a seu risco sistemático. Num modelo de um único fator, o risco sistemático de um título é simplesmente o beta do CAPM. Portanto, as implicações do CAPM e da APT de um único fator são idênticas. Entretanto, cada título possui vários riscos num modelo com fatores múltiplos. O retorno esperado de um título está positivamente associado ao beta do título em cada fator.
5. Modelos empíricos ou paramétricos que captam as relações entre retornos e atributos de ações, tais como índices P/L ou VM/VP, podem ser estimados diretamente a partir dos dados sem qualquer recurso à teoria. Esses índices também são usados para qualificar o estilo de um administrador de carteiras e para construir padrões de avaliação e amostras visando julgar seu desempenho.

Termos fundamentais

Benchmark, 252
Carteira com estratégia de crescimento, 252
Carteira com estratégia de valor, 252
Coeficiente beta, 242
Modelo fatorial, 244
Modelo de mercado, 244
Modelos empíricos, 251

Leituras recomendadas

Tratamentos completos da APT podem ser encontrados em qualquer um dos seguintes artigos:

ROSS, S. A. Return, risk and arbitrage. In: FRIEND; BICKSLER (Orgs.). *Risk and return in finance*. New York: Heath Lexington, 1974.

_____. The arbitrage theory of asset pricing. *Journal of Economic Theory*, Dec. 1976.

Duas discussões menos técnicas da APT são:

BOWER, D. H.; BOWER; R. S.; LOGUE, D. A primer on arbitrage pricing theory. *Midland Corporate Finance Journal*, Winter 1984.

ROLL, R.; ROSS, S. The arbitrage pricing theory approach to strategic portfolio planning. *Financial Analysts Journal*, May/June 1984.

O seguinte artigo descreve a idéia de classificação de carteiras por estilo:

ROLL, R. Style return differentials: illusions, risk premia, or investment opportunities. In: FABOZZI (Org.). *Handbook of equity style management*. New Hope, PA: Frank Fabozzi Associates, 1995.

Questões e problemas

Modelos fatoriais e risco

11.1 Você possui ações da Lewis-Striden Drug Company. Suponhamos que tivesse esperado que os seguintes eventos ocorreriam no mês passado:
   a. O governo anunciaria que o PNB teria crescido 1,2% em termos reais no trimestre anterior. Os retornos da Lewis-Striden estão positivamente associados ao PNB real.

b. O governo anunciaria que a inflação, no trimestre anterior, teria sido de 3,7%. Os retornos da ação da Lewis-Striden estão negativamente associados à inflação.

c. As taxas de juros subiriam 2,5 pontos percentuais. Os retornos da Lewis-Striden estão negativamente relacionados às taxas de juros.

d. O presidente da empresa anunciaria sua renúncia. O afastamento efetivo ocorreria seis meses a partir da data do anúncio. O presidente é benquisto: em geral, ele é visto como um ponto forte da empresa.

e. Dados de pesquisa provariam de maneira conclusiva a eficácia de um medicamento experimental. A conclusão dos testes de eficácia significa que o produto será lançado no mercado em pouco tempo.

Imaginemos que os seguintes eventos tenham realmente ocorrido:

a. O governo anunciou que o PNB real subiu 2,3% no trimestre anterior.

b. O governo anunciou que a inflação foi de 3,7% no trimestre anterior.

c. As taxas de juros subiram 2,1 pontos percentuais.

d. O presidente da empresa morreu subitamente de um enfarte.

e. Os resultados do teste de eficácia não foram tão conclusivos quanto se esperava. Pode ser que o medicamento precise ser testado por mais seis meses, e que os resultados devam ser apresentados novamente ao órgão de vigilância sanitária.

f. Os pesquisadores do laboratório fizeram uma descoberta importante com um outro medicamento.

g. Um concorrente anunciou que começará a distribuir e vender um medicamento que competirá diretamente com um dos principais produtos da Lewis-Striden.

i. Discuta o modo pelo qual cada um dos eventos realmente ocorridos afeta os retornos da ação da Lewis-Striden.

ii. Que eventos representam risco sistemático?

iii. Que eventos representam risco não sistemático?

11.2 Suponhamos que um modelo de três fatores seja apropriado para descrever os retornos de uma ação. No quadro a seguir, são apresentadas informações a respeito desses três fatores. Suponha que estas sejam as únicas informações disponíveis sobre os fatores.

Fator	*Beta do fator*	*Valor esperado*	*Valor efetivo*
PNB	0,0042	$ 4.416	$ 4.480
Inflação	–1,40	3,1%	4,3%
Taxa de juros	–0,67	9,5%	11,80%

a. Qual é o risco sistemático da taxa de retorno da ação?

b. Suponha-se que tenham sido anunciadas notícias desfavoráveis inesperadas a respeito da empresa, reduzindo a taxa de retorno em 2,6 pontos percentuais. Qual é o risco não sistemático do retorno da ação?

c. Suponha-se que o retorno esperado da ação seja igual a 9,5%. Qual é o retorno total desta ação?

11.3 Suponhamos que um modelo fatorial seja apropriado como descrição dos retornos de uma ação. O quadro abaixo apresenta informações a respeito dos fatores:

Fator	*Beta do fator*	*Valor esperado*	*Valor efetivo (%)*
Crescimento do PNB	2,04	3,5	4,8
Taxas de juros	–1,90	14,0	15,2
Taxa de retorno da ação		10,0	

a. Qual é o risco sistemático da taxa de retorno da ação?

b. A empresa anunciou que sua participação no mercado havia inesperadamente subido de 23 para 27%. Os investidores sabem, com base em sua experiência passada, que o retorno da ação subirá 0,36% para cada ponto percentual de aumento de sua participação no mercado. Qual é o risco não sistemático da ação?

c. Qual é o retorno total desta ação?

11.4 As três ações a seguir estão disponíveis no mercado:

	Retorno esperado (%)	*Beta*
Ação *A*	10,5	1,20
Ação *B*	13,0	0,98
Ação *C*	15,7	1,37
Mercado	14,2	1,00

Suponha que o modelo de mercado seja válido.

a. Escreva a equação do modelo de mercado para cada ação.

b. Qual é a taxa de retorno de uma carteira contendo 30% da ação *A*, 45% da ação *B* e 25% da ação *C*?

c. Imaginemos que o retorno do mercado seja de 15% e que não haja surpresas não sistemáticas nos retornos.
   i. Qual é a taxa de retorno de cada ação?
   ii. Qual é a taxa de retorno da carteira?

11.5 Você está formando uma carteira de ações com pesos iguais. Há muitas ações na carteira, de modo que todas têm o mesmo beta em relação ao fator 1, igual a 0,84, e o mesmo beta, igual a 1,69, em relação ao fator 2. Todas as ações possuem o mesmo retorno esperado de 11%. Suponha que seja válido um modelo de dois fatores para descrever os retornos de cada ação.
a. Escreva a equação dos retornos de sua carteira, caso seja formada por cinco ações.
b. Escreva a equação dos retornos de sua carteira, caso ela contenha grande número de ações com os mesmos retornos esperados e betas.

APT

11.6 Existem dois mercados de ações, cada um deles sendo determinado pelo mesmo fator comum F, com valor esperado igual a zero e desvio-padrão de 10%. Há grande número de títulos em cada mercado; portanto, você pode investir em tantas ações quanto queira. Devido à existência de algumas restrições, porém, só pode investir num dos dois mercados. O retorno esperado de cada título em ambos os mercados é igual a 10%.
Os retornos de cada título i no primeiro mercado são gerados pela relação

$$R_{1i} = 0{,}10 + 1{,}5F + \varepsilon_{1i}$$

onde ε_{1i} é o termo que mede as surpresas nos retornos da ação i no mercado 1. Estas surpresas têm distribuição normal; sua média é igual a zero. Os retornos do título j no segundo mercado são gerados pela relação

$$R_{2j} = 0{,}10 + 0{,}5F + \varepsilon_{2j}$$

onde ε_{2j} é o termo que mede as surpresas nos retornos da ação j no mercado 2. Estas surpresas têm distribuição normal; sua média é igual a zero. O desvio-padrão de ε_{1i} e ε_{2j}, para quaisquer duas ações i e j, é igual a 20%.
a. Como são iguais a zero os coeficientes de correlação entre as surpresas nos retornos de duas ações no primeiro mercado, e entre as surpresas nos retornos de duas ações no segundo mercado, em que mercado uma pessoa com aversão a risco preferiria investir seu dinheiro? (Observação: a correlação entre ε_{1i} e ε_{1j} para quaisquer i e j é igual a zero, e a correlação entre ε_{2i} e ε_{2j}, para quaisquer i e j também é igual a zero.)
b. Como a correlação entre ε_{1i} e ε_{1j} no primeiro mercado é igual a 0,9, e a correlação entre ε_{2i} e ε_{2j} no segundo mercado é igual a zero, em que mercado uma pessoa com aversão a risco preferiria investir?
c. Se a correlação entre ε_{1i} e ε_{1j} no primeiro mercado fosse igual a zero e a correlação entre ε_{2i} e ε_{2j} no segundo mercado fosse igual a 0,5, em que mercado preferiria investir uma pessoa com aversão a risco?
d. Em geral, qual é a relação, entre as correlações dos resíduos nos dois mercados, que faria com que uma pessoa com aversão a risco ficasse indiferente entre aplicar seu dinheiro no primeiro mercado e aplicar no segundo mercado?

11.7 Suponha que o seguinte modelo de mercado descreva adequadamente a geração de retornos de ativos com risco:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \varepsilon_{it}$$

onde

R_{it} = taxa de retorno do i-ésimo ativo no período t

e

R_{Mt} = taxa de retorno de uma carteira contendo todos os ativos com risco em alguma proporção, no período t

R_{Mt} e ε_{it} são estatisticamente independentes.
Suponhamos que os seguintes dados sejam válidos:

Ativo	β_i	$E(R_i)$	$\text{Var}(\varepsilon_i)$
A	0,7	8,41%	1,00%
B	1,2	12,06	1,44
C	1,5	13,95	2,25

$\text{Var}(R_{Mt}) = 1{,}21\%$

a. Calcule o desvio-padrão dos retornos de cada ativo.
b. Suponha que seja permitido fazer vendas a descoberto.
   i. Calcule a variância do retorno de três carteiras contendo um número infinitamente grande de ativos dos tipos A, B ou C, respectivamente.
   ii. Suponha que $R_F = 3{,}3\%$ e $E(R_M) = 10{,}6\%$. Em qual dos ativos o investidor racional não aplicaria?
   iii. Qual será o equilíbrio resultante para que não existam oportunidades de arbitragem? Por quê?

11.8 Suponha que os retornos de títulos individuais sejam gerados pelo seguinte modelo de dois fatores:

$$R_{it} = E(R_{it}) + \beta_{i1}F_{1t} + \beta_{i2}F_{2t}$$

R_{it} é a taxa de retorno do título i no período t. F_{1t} e F_{2t} são os fatores de mercado com valor esperado nulo e covariância igual a zero. Além disso, suponha a existência de um mercado para quatro títulos, os quais possuem as seguintes características:

Título	β_1	β_2	$E(R_{it})$
1	1,0	1,5	20%
2	0,5	2,0	20
3	1,0	0,5	10
4	1,5	0,75	10

O mercado desses quatro ativos é perfeito, no sentido de que não existem custos de transação e é permitido fazer vendas a descoberto.

a. Construa uma carteira contendo posições compradas ou vendidas dos títulos 1 e 2, e com taxa de retorno que não dependa de modo algum do fator de mercado F_{1t} (Sugestão: essa carteira deverá ter $\beta_1 = 0$). Calcule o retorno esperado e o coeficiente β_2 dessa carteira.

b. Adotando o mesmo procedimento do item (*a*), construa uma carteira que contenha os títulos 3 e 4 e não dependa do fator F_{1t}. Calcule o retorno esperado e o coeficiente β_2 dessa carteira.

c. Considere um ativo livre de risco com retorno esperado igual a 5%, $\beta_1 = 0$ e $\beta_2 = 0$. Descreva uma possível oportunidade de arbitragem com detalhe suficiente para que um investidor possa aproveitá-la.

d. Que efeito teria a existência de tais oportunidades de arbitragem sobre os mercados desses títulos a curto e a longo prazo? Represente sua análise graficamente.