

Análise Com Volumes de Controle Finitos

PME 3230 - Mecânica dos Fluidos I

PME/EP/USP

Prof. Antonio Luiz Pacífico

2º Semestre de 2016

Conteúdo da Aula

- 1 Introdução
- 2 Volumes de Controle Inerciais
- 3 Volume de Controle Dotado de Velocidade Constante
- 4 Volume de Controle Dotado de Aceleração Retilínea
- 5 Volume de Controle Dotado de Aceleração Qualquer
- 6 Fator de Correção do Fluxo de Quantidade de Movimento
- 7 Função Impulso
- 8 Exercícios

Neste tópico estuda-se a conservação da quantidade de movimento (linear) via análise integral para volumes de controle (VC). O objetivo é o desenvolvimento matemático da Segunda Lei de Newton que seja adequado e aplicável a um VC.

A Segunda Lei de Newton foi formulada da seguinte maneira, para um sistema: *a variação temporal (taxa) da quantidade de movimento é igual à massa vezes a aceleração do corpo*. Designando por \vec{P} a quantidade de movimento linear e recordando que, para sistemas, a massa, m , é fixa, segue-se que:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{V} \therefore \frac{d\vec{P}}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_R$$

onde \vec{a} e \vec{F}_R são a aceleração e a força resultante sobre o sistema, respectivamente.

Volumes de Controle Inerciais

Para um VC inercial (não acelerado) em relação a um sistema de referência estacionário (inercial), tomado num instante t_0 para o qual VC e sistema coincidem:

$$\vec{F}_R = \left(\frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{sist} \quad (1)$$

onde,

$$(\vec{P})_{sist} = \int_{massa} \vec{V} dm = \int_{V_{sist}} \vec{V} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} \quad (2)$$

\vec{F}_R é a soma das forças atuantes sobre o sistema (ou VC no instante t_0). Neste curso consideramos que ela é dada pela soma das forças de superfície, \vec{F}_S , sobre todos os fluidos e sólidos delimitados pela SC, mais todas as forças de campo, \vec{F}_B , atuando sobre o VC. O único campo que será considerado neste curso será o gravitacional. Portanto, \vec{F}_B atua sobre a massa no interior do VC.

Volumes de Controle Inerciais

Assim,

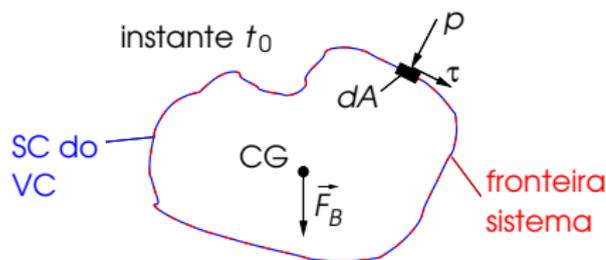
$$\vec{F}_R = \vec{F}_S + \vec{F}_B \quad (3)$$

onde,

$$\vec{F}_B = \int_{VC} \vec{g} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} \quad (4)$$

e,

$$\vec{F}_S = \vec{F}_{pres} + \vec{F}_{cis} = \int_A -p \cdot d\vec{A} + \int_A \tau \cdot d\vec{A} \quad (5)$$



OBS: quando houver outras forças de superfície agindo sobre o VC além daquelas devidas à tensão de cisalhamento ou pressão, estas deverão ser contabilizadas em \vec{F}_S

Aplicando o TTR com $N = \vec{P}$ e $\eta = \vec{V}$, obtém-se:

$$\left(\frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A} \quad (6)$$

Substituindo a Eq. (3) na Eq. (6) resulta:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A} \quad (7)$$

Assim, a soma de todas as forças atuando no VC sem aceleração, é igual à variação temporal da quantidade de movimento no interior do VC, somada com o fluxo de quantidade de movimento através da SC.

Volumes de Controle Inerciais: Considerações

- Fixar os limites do VC e indicar as direções convenientes das coordenadas;
- \vec{V} é medida em relação ao VC;
- Componentes direcionais (escalares). Exemplo para direção x :

$$F_{S,x} + F_{B,x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} u \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A}$$

- Determinação do sinal de $\rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A} = \rho \cdot |\vec{V}| \cdot |d\vec{A}| \cdot \cos \alpha$, onde α é o ângulo entre \vec{V} e \vec{A} ;
- Os sinais de u , v e w (componentes de \vec{V} nas direções x , y , z , respectivamente) devem ser cuidadosamente avaliados com base no esquema do VC e do sistema de coordenadas adotado. Direções desconhecidas implicarão em resultados negativos (se a escolha foi errada - no sentido do vetor), ou positivos (se a escolha foi correta). O mesmo vale para F_x , F_y e F_z .

Volume de Controle Dotado de Velocidade Constante

Na formulação precedente considerou-se apenas VC's estacionários. Supondo, agora, que o VC possua movimento com velocidade constante, deve-se especificar dois sistemas de coordenadas: o referencial XYZ das coordenadas estacionárias original (inercial); e o referencial xyz das coordenadas fixas ao VC (neste caso, também inercial, pois o VC está se movendo com velocidade constante).

Vale a Eq. (7) para este caso também, tomando cuidado apenas em referenciar corretamente as velocidades do sistema xyz :

$$\vec{F}_R = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A} \quad (8)$$

\vec{V}_{xyz} seria a velocidade percebida por um observador situado na SC do VC.

Volume de Controle Dotado de Aceleração Retilínea

Nem todos os VC's são inerciais. Por exemplo, um foguete, ao elevar-se do solo deve possuir aceleração. As expressões,

$$\vec{F}_R = \left(\frac{d\vec{P}}{dt} \right)_{sist} \quad \text{em que } (\vec{P})_{sist} = \int_{m_{sist}} \vec{V} \cdot dm = \int_{V_{sist}} \vec{V} \cdot \rho \cdot dV$$

são válidas somente para velocidades medidas em relação a um sistema de referência inercial, que anteriormente foi designado por XYZ. Logo

$$\vec{F}_R = (d\vec{P}_{XYZ}/dt)_{sist}.$$

Deste modo, como $(d\vec{P}_{XYZ}/dt)_{sist} \neq (d\vec{P}_{xyz}/dt)_{sist}$, para um sistema dotado de aceleração as Eqs. (7) e/ou (8) não são mais válidas. Na verdade, para o sistema deve-se escrever:

$$\vec{F}_R = \left(\frac{d\vec{P}_{XYZ}}{dt} \right)_{sist} = \frac{d}{dt} \int_{m_{sist}} \vec{V}_{XYZ} \cdot dm = \int_{m_{sist}} \frac{d\vec{V}_{XYZ}}{dt} \cdot dm = \int_{m_{sist}} \vec{a}_{XYZ} \cdot dm \quad (9)$$

Volume de Controle Dotado de Aceleração Retilínea

Como,

$$\vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{xyz} + \vec{V}_{rf} \quad (10)$$

onde \vec{V}_{rf} é a velocidade do referencial do volume de controle (velocidade do sistema xyz em relação a XYZ). Assim,

$$\frac{d\vec{V}_{XYZ}}{dt} = \vec{a}_{XYZ} = \frac{d\vec{V}_{xyz}}{dt} + \frac{d\vec{V}_{rf}}{dt} = \vec{a}_{xyz} + \vec{a}_{rf} \quad (11)$$

Especificamente:

- $\vec{a}_{XYZ} \equiv$ aceleração retilínea do sistema relativa ao sistema inercial de referência XYZ ;
- $\vec{a}_{xyz} \equiv$ aceleração retilínea do sistema relativa ao sistema não-inercial de referência xyz ;
- $\vec{a}_{rf} \equiv$ aceleração retilínea do sistema não-inercial de referência xyz em relação ao sistema inercial XYZ .

Volume de Controle Dotado de Aceleração Retilínea

A força resultante que atua sobre o sistema pode ser escrita e desenvolvida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{R_{sist}} &= \int_{m_{sist}} \vec{a}_{XYZ} \cdot dm = \int_{m_{sist}} (\vec{a}_{xyz} + \vec{a}_{rf}) \cdot dm \\ \vec{F}_{R_{sist}} - \int_{m_{sist}} \vec{a}_{rf} \cdot dm &= \int_{m_{sist}} \vec{a}_{xyz} \cdot dm\end{aligned}\quad (12)$$

Como,

$$\vec{a}_{xyz} = \frac{d\vec{V}_{xyz}}{dt}$$

segue-se que:

$$\vec{F}_{R_{sist}} - \int_{m_{sist}} \vec{a}_{rf} \cdot dm = \int_{m_{sist}} \frac{d\vec{V}_{xyz}}{dt} \cdot dm = \frac{d}{dt} \int_{m_{sist}} \vec{V}_{xyz} \cdot dm = \left(\frac{d\vec{P}_{xyz}}{dt} \right)_{sist}\quad (13)$$

Volume de Controle Dotado de Aceleração Retilínea

Uma vez que $dm = \rho \cdot d\mathcal{V}$, segue-se que:

$$\vec{F}_{R_{sist}} - \int_{m_{sist}} \vec{a}_{rf} \cdot dm = \vec{F}_{R_{sist}} - \int_{VC} \vec{a}_{rf} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} \quad (14)$$

onde a integral no VC na Eq. (14) deve ser entendida como tomada no instante t_0 em que sistema e VC coincidem. Portanto a Eq. (13) pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{d\vec{P}_{xyz}}{dt} \right)_{sist} = \vec{F}_{R_{sist}} - \int_{VC} \vec{a}_{rf} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} \quad (15)$$

Do TTR:

$$\left(\frac{d\vec{P}_{xyz}}{dt} \right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot \vec{V}_{xyz} \bullet d\vec{A} \quad (16)$$

Substituindo a Eq. (15) na Eq. (16) e recordando que

$$\vec{F}_{R_{sist}} = \left(\vec{F}_S + \vec{F}_B \right)_{sist}$$

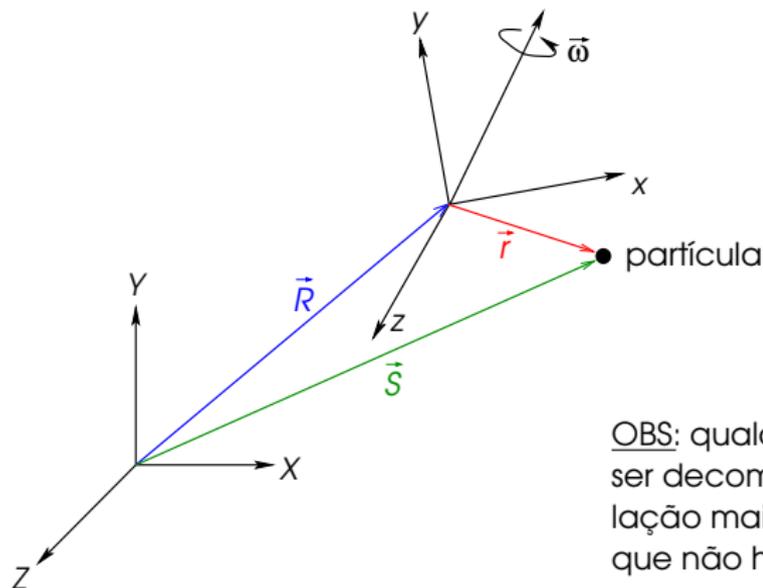
resulta:

$$\vec{F}_S + \vec{F}_B - \int_{VC} \vec{a}_{rf} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A} \quad (17)$$

Valem as mesmas considerações levantadas para VC inercial com relação a sinais e decomposição vetorial.

Volume de Controle Dotado de Aceleração Qualquer

O objetivo deste item é adicionar rotação e aceleração angular do VC à translação e aceleração retilínea da formulação anterior.



$XYZ = \text{inercial}$

$xyz = \text{n\~{a}o-inercial}$

$$\vec{S} = \vec{R} + \vec{r}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

OBS: qualquer movimento pode ser decomposto em uma translação mais uma rotação desde que não haja deformação.

Volume de Controle Dotado de Aceleração Qualquer

$$\vec{V}_{XYZ} = \frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_{rf} + \frac{d\vec{r}}{dt}$$

onde \vec{V}_{XYZ} é a velocidade da partícula em relação a um observador em XYZ.
Por outro lado,

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{d\vec{i}}{dt} \cdot x + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{d\vec{j}}{dt} \cdot y + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k} + \frac{d\vec{k}}{dt} \cdot z\end{aligned}\quad (18)$$

Uma vez que,

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \frac{d\vec{i}}{dt} \cdot x + \frac{d\vec{j}}{dt} \cdot y + \frac{d\vec{k}}{dt} \cdot z\quad (19)$$

Segue-se que:

$$\vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{rf} + \vec{V}_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{r}\quad (20)$$

E a aceleração da partícula em relação à XYZ será dada por:

$$\vec{a}_{XYZ} = \frac{d\vec{V}_{XYZ}}{dt} = \frac{d\vec{V}_{rf}}{dt} + \frac{d\vec{V}_{xyz}}{dt} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (21)$$

onde,

$$\frac{d\vec{V}_{rf}}{dt} = \vec{a}_{rf} \quad (22)$$

$$\frac{d\vec{V}_{xyz}}{dt} = \vec{a}_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{V}_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (24)$$

A dedução da Eq. (23) é análoga à realizada para $d\vec{r}/dt$ na Eq. (18).

Volume de Controle Dotado de Aceleração Qualquer

Substituindo as Eqs. (22) a (24) na Eq. (21) e desenvolvendo:

$$\vec{a}_{XYZ} = \vec{a}_{rf} + \vec{a}_{xyz} + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (25)$$

onde:

- $\vec{a}_{XYZ} \equiv$ aceleração absoluta retilínea de uma partícula em relação ao sistema inercial (fixo) XYZ;
- $\vec{a}_{rf} \equiv$ aceleração absoluta retilínea do sistema de referência em movimento, xyz, em relação ao sistema inercial XYZ;
- $\vec{a}_{xyz} \equiv$ aceleração retilínea da partícula, relativa ao sistema móvel, xyz; esta seria a aceleração percebida por um observador (para a partícula) que estaria sobre (solidário) o sistema xyz;
- $2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} \equiv$ aceleração de Coriolis devido ao movimento da partícula dentro do sistema em movimento, xyz;
- $\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} \equiv$ aceleração tangencial devida à aceleração angular do sistema móvel xyz;
- $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \equiv$ aceleração centrípeta devido à rotação do sistema móvel, xyz.

Como já foi deduzido anteriormente,

$$\vec{F}_{R_{sist}} = \int_{m_{sist}} \vec{a}_{XYZ} \cdot dm$$

Assim,

$$\vec{F}_{R_{sist}} = \int_{m_{sist}} \left[\vec{a}_{rf} + \vec{a}_{xyz} + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right] \cdot dm$$

que pode ser escrita como:

$$\int_{m_{sist}} \vec{a}_{xyz} \cdot dm = \vec{F}_{R_{sist}} - \int_{m_{sist}} \left[\vec{a}_{rf} + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right] \cdot dm \quad (26)$$

Recordando que,

$$\int_{m_{\text{sist}}} \vec{a}_{xyz} \cdot dm = \int_{m_{\text{sist}}} \frac{d\vec{V}_{xyz}}{dt} \cdot dm = \frac{d}{dt} \int_{m_{\text{sist}}} \vec{V}_{xyz} \cdot dm = \left(\frac{d\vec{P}_{xyz}}{dt} \right)_{\text{sist}} \quad (27)$$

em que todas as derivadas em relação ao tempo são vistas por um observador fixo no sistema móvel (não-inercial).

Recorrendo, finalmente, ao TTR para \vec{P}_{xyz} :

$$\begin{aligned} \vec{F}_S + \vec{F}_B - \int_{VC} \left[\vec{a}_{rf} + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{xyz} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right] \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} &= \\ = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A} & \quad (28) \end{aligned}$$

Fator de Correção do Fluxo de Quantidade de Movimento

Para escoamentos em dutos, a velocidade axial normalmente não é uniforme. Neste caso o cálculo do fluxo de quantidade de movimento,

$$\int_{SC} \vec{V}_{xyz} \cdot \rho \cdot \vec{V}_{xyz} \bullet d\vec{A} = \bar{V} \cdot \dot{m} = \rho \cdot A \cdot \bar{V}^2$$

é relativamente impreciso e deve ser corrigido por $\beta \cdot \rho \cdot A \cdot \bar{V}^2$, onde β é um fator adimensional de correção do fluxo de quantidade de movimento ($\beta \geq 1$). Este fator leva em consideração a variação de V^2 ao longo da seção do duto.

$$\rho \cdot \int_{SC} V^2 \cdot dA = \beta \cdot \dot{m} \cdot \bar{V} = \beta \cdot \rho \cdot A \cdot \bar{V}^2$$

$$\beta = \frac{1}{A} \cdot \int_A \left[\frac{V(r)}{\bar{V}} \right]^2 \cdot dA \quad (29)$$

Fator de Correção do Fluxo de Quantidade de Movimento

Aplicando o conceito de fator de correção do fluxo de quantidade de movimento aos perfis de velocidade dos escoamentos laminares e turbulentos:

Escoamento Laminar:

$$V(r) = V_c \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \therefore \beta = \frac{4}{3}$$

Escoamento Turbulento:

$$V(r) = V_c \cdot \left(1 - \frac{r}{R} \right)^n \therefore \beta = \frac{(1+n) \cdot (2+n)^2}{4 \cdot (1+2 \cdot n)}$$

n	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9
β	1,037	1,027	1,020	1,016	1,013

Como os valores de $\beta \approx 1$, na prática, para escoamento turbulento, costuma-se desprezar esta correção.

Função Impulso

Da Eq. (5):

$$\vec{F}_S = \int_A -\rho \cdot d\vec{A} + \int_A \tau \cdot d\vec{A}$$

onde $\vec{F}_R = \vec{F}_S + \vec{F}_B$.

Usando a conservação da quantidade de movimento para VC inercial:

$$\int_{SC} -\rho \cdot d\vec{A} + \int_{SC} \tau \cdot d\vec{A} + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Note que o termo $-\int \rho \cdot d\vec{A}$ pode ser agregado ao termo $\int \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A}$, resultando em:

$$\int_{SC} \tau \cdot d\vec{A} + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot d\mathcal{V} + \int_{SC} \left(\vec{V} + \frac{\rho}{\rho \cdot |\vec{V}|} \right) \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Para escoamentos em regime permanente em VC's dotados de apenas uma entrada e uma saída:

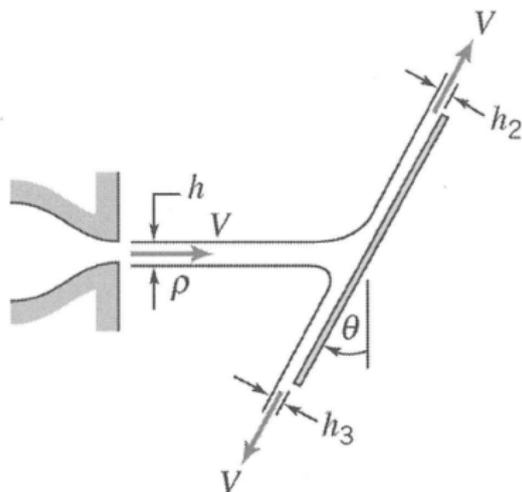
$$\int_{SC} \left(\vec{V} + \frac{p}{\rho \cdot |\vec{V}|} \right) \cdot \rho \cdot \vec{V} \bullet d\vec{A} = (\dot{m}_2 \cdot V_2 + p_2 \cdot A_2) - (\dot{m}_1 \cdot V_1 + p_1 \cdot A_1)$$

Introduzindo o fator β e generalizando, chama-se $\phi(A, t)$ à **função impulso**, dada por:

$$\phi(A, t) = \beta \cdot \dot{m} \cdot \bar{V} + p \cdot A \quad (30)$$

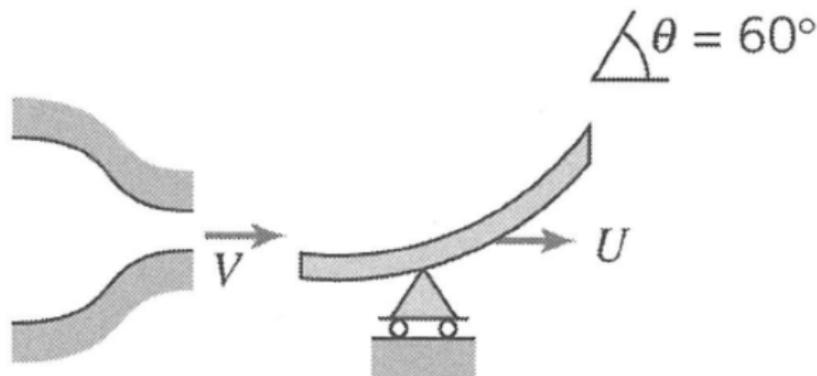
Exercício de Aula 1

Enunciado: Quando um jato plano de líquido atinge uma placa inclinada, ele parte-se em duas correntes de velocidades iguais, mas de espessuras desiguais. Para escoamento sem atrito, não pode haver força tangencial na superfície da placa. Use esta simplificação para desenvolver uma expressão para h_2/h como função do ângulo da placa, θ . Plote seus resultados e comente sobre os casos limites, $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exercício 4.89]



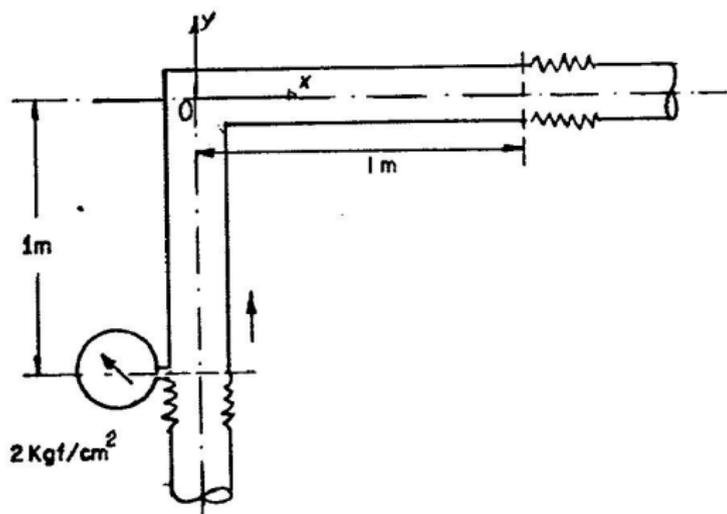
Exercício de Aula 2

Enunciado: O esquema mostra uma pá defletora com ângulo de curvatura de 60° . Ela move-se com uma velocidade constante, $U = 10 \text{ m/s}$, e recebe um jato de água que deixa um bocal estacionário com velocidade $V = 30 \text{ m/s}$. O bocal tem área de saída de $0,003 \text{ m}^2$. Determine as componentes da força que age sobre a pá. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exemplo 4.10]



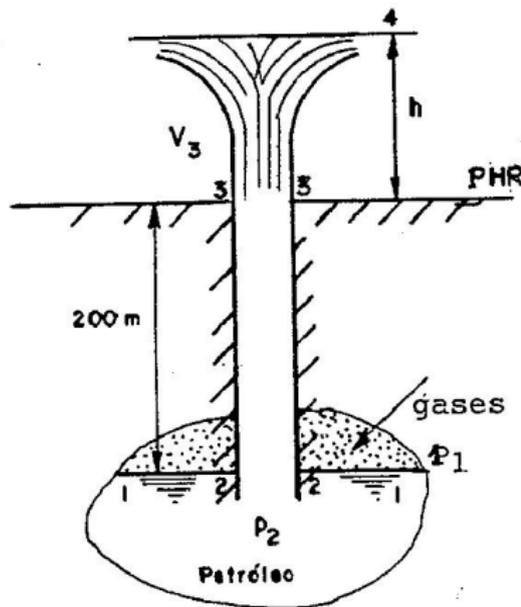
Exercício de Aula 3

Enunciado: O cotovelo da figura está preso por duas luvas elásticas de forma que não é influenciado pelo resto da instalação. Sendo a área de sua seção 20 cm^2 e a vazão 20 L/s , qual será a força causada pelo escoamento do fluido se a perda de carga é 1 m ? Adotar $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$.
[Apostila, exercício 6.10]



Exercício de Aula 4

Enunciado: Um poço de 200 m de profundidade jorra petróleo a uma altura $h = 16$ m acima do nível do solo, conforme mostra a figura. As perdas por atrito com o ar equivalem a 20% da carga total do jato de petróleo na saída do poço. Sabendo que a potência perdida por atrito com toda a extensão do poço é $4 \times 10^5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$, e desprezando-se as perdas na entrada, calcular: **(a)** a velocidade V_3 na saída do poço de petróleo, e a vazão em volume, sabendo-se que o poço tem seção constante de área $S = 5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$; **(b)** a pressão p_1 que os gases exercem sobre a superfície do petróleo, cujo peso específico é $\gamma = 8000 \text{ N/m}^3$; **(c)** a pressão p_2 na entrada do poço; e **(d)** a força F que o petróleo exerce sobre o tubo de aço que forma a parede do poço. [Apostila, exercício 6.12]

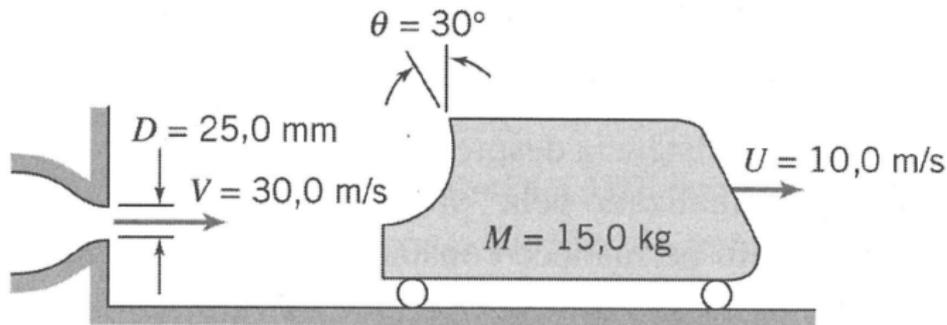


Enunciado: Uma pá, com ângulo de deflexão $\theta = 60^\circ$, está fixada em um carrinho. O conjunto, de massa $m = 75$ kg, rola sobre uma pista horizontal. O atrito e a resistência do ar podem ser desprezados. A pá recebe um jato de água, que sai com velocidade $V = 35$ m/s, de um bocal horizontal estacionário. A área da saída do bocal é $A = 0,003$ m². Determine a velocidade do carrinho com a pá como função do tempo e trace um gráfico dos resultados. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exemplo 4.11]

Enunciado: Um pequeno foguete, com massa inicial de 400 kg, deve ser lançado verticalmente. Após a ignição, o foguete consome combustível a uma taxa de 5 kg/s e ejeta gás à pressão atmosférica com velocidade relativa de 3500 m/s. Determine a aceleração inicial do foguete e sua velocidade 10 s após o lançamento, desprezando a resistência do ar. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exemplo 4.12]

Exercício de Aula 7

Enunciado: Um jato contínuo de água é empregado para propelir um carrinho ao longo de uma pista horizontal, conforme mostrado na figura abaixo. A resistência total ao movimento do carrinho é dada por $F_D = k.U^2$, com $k = 0,92 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$. Avalie a aceleração do carrinho no instante em que sua velocidade é $U = 10 \text{ m/s}$. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exercício 4.118]



Enunciado: O carrinho do exercício 7 é acelerado pelo jato de água que atinge sua pá curva e move-se ao longo de uma pista horizontal com resistência desprezível ($F_D = 0$). Num dado instante, sua velocidade é U . Calcule o tempo requerido para acelerar o carrinho do repouso até $U = V/2$. Use os valores do exercício 7. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exercício 4.120]

Enunciado: Se o carrinho do exercício 7 inicia o movimento em $t = 0$:

- (a) Em que instante você esperaria a aceleração máxima? Por quê?
- (b) Esboce a sua expectativa para a curva de aceleração em função do tempo;
- (c) Qual o valor de θ que daria a aceleração máxima em qualquer instante?

Por quê?

- (d) A velocidade do carrinho poderá em algum instante igualar-se à velocidade do jato? Considere na sua análise a resistência total ao movimento do carrinho, dada por $F_D = k \cdot U^2$, com $k = 0,92 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$.

Sugestão: encontre a expressão para dU/dt e responda às perguntas. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exercício 4.124]

Enunciado: Vários fabricantes de brinquedos vendem “foguetes” de água que consistem de tanques de plástico que são parcialmente enchidos com água e pressurizados, em seguida, com ar. Quando liberado, o ar comprimido força a água rapidamente para fora do bocal, impulsionando o foguete. Você foi chamado para auxiliar na especificação das condições ótimas para o sistema de propulsão a jato d’água. Para simplificar a análise, considere apenas o movimento horizontal. Faça a análise e o projeto necessários para definir o desempenho de aceleração do foguete com propulsão a jato d’água e ar comprimido. Identifique a fração do volume do tanque que deveria ser inicialmente preenchido com ar comprimido para alcançar o desempenho ótimo (isto é, a máxima velocidade obtida com a carga d’água). Descreva o efeito da mudança na pressão inicial do ar no tanque. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exercício 4.158]

 FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. ISBN 978-85-216-1468-5.