Análise Com Volumes de Controle Finitos: Conservação da Massa

PME 3230 - Mecânica dos Fluidos I

PME/EP/USP

Prof. Antonio Luiz Pacífico

2° Semestre de 2016

Conteúdo da Aula

Introdução

Um **sistema** é a totalidade das substâncias contidas numa mesma superfície fechada chamada *fronteira*, que por sua vez é uma superfície [geométrica] imaginária. Num sistema o conjunto de moléculas que o compõe é sempre o *mesmo*.

Todo meio externo a essa quantidade de massa é chamado *vizinhança*.

Energia pode "fluir" através da fronteira de um sistema.

Sistema *isolado* é aquele que não interage com a vizinhança.

Introdução

Quando há variação de massa do ”sistema”, este recebe o nome de *volume de controle* (VC) e a superfície imaginária que o envolve é chamada de *superfície de controle* (SC).

Massa e energia podem ”fluir” através da SC.

Num VC massa e energia podem permanecer constantes, aumentar ou diminuir.

Sistema, como definido na transparência anterior, também recebe o nome de sistema fechado e VC de sistema aberto.

Introdução

A partir deste capítulo será desenvolvida a chamada Análise Integral para Volumes de Controle para três leis fundamentais de conservação: massa, energia e quantidade de movimento.

A grande dificuldade, em se tratando VC's é a diferença de tratamento que a este deve ser dada em comparação aos sistemas. Seria extremamente difícil identificar e seguir a mesma massa de fluido em todos os instantes, como deve ser feito para aplicar a formulação de sistema.

O objetivo inicial deste capítulo é obter expressões matemáticas para as leis de conservação que sejam válidas para um VC, mesmo sabendo que tais leis básicas se aplicam realmente a uma massa fixa (sistema)!

As leis de conservação (massa, quantidade de movimento e energia), escritas na forma de taxas, envolvem derivadas em relação ao tempo de alguma propriedade extensiva do sistema. Sejam: N uma propriedade extensiva genérica do sistema; e η uma propriedade intensiva correspondente (propriedade extensiva N por unidade de massa).

$$N_{sistema} = \int_{m_{sistema}} \eta . dm = \int_{\mathcal{V}_{sistema}} \eta . \rho d\mathcal{V}$$

onde:

- Se N for a massa, m, então $\eta = 1$;
- Se N for a quantidade de movimento linear, $\vec{P}$, então $\eta = \vec{V}$ (velocidade);
- Se N for a quantidade de movimento angular, $\vec{H}$, então $\eta = \vec{r} \times \vec{V}$;
- Se N for a energia total, E, então $\eta = e$ (energia específica).

Teorema do Transporte de Reynolds

Uma propriedade intensiva é independente da massa, enquanto o valor da propriedade extensiva varia diretamente com a massa. Assim, se a quantidade de matéria em um dado estado termodinâmico é dividida em duas partes iguais, cada parte terá a mesma propriedade intensiva que o sistema original e a metade do valor da propriedade extensiva.

Exemplos de propriedades extensivas: massa (m); volume $(\mathcal{V})$; energia interna (U); entalpia (H)...

Exemplos de propriedades intensivas: massa específica (ρ); volume específico (v); energia interna específica (u); entalpia específica (h); pressão (p); temperatura (T)...

Teorema do Transporte de Reynolds

Tarefa: passar a formulação das leis básicas de conservação para Sistema (sist) para a formulação de Volume de Controle (VC). Assim, deseja-se expressar as taxas das propriedades extensivas arbitrárias, *N*, para um sistema, em termos de taxas dessas propriedades associadas ao VC.

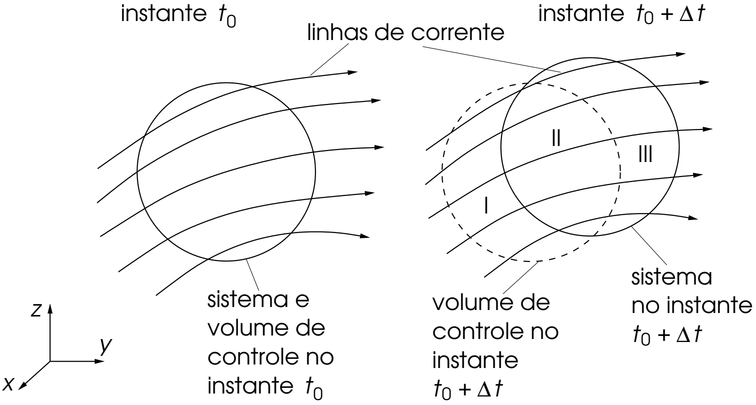
Premissa: como existe massa atravessando as fronteiras de um VC, a determinação das variações em relação ao tempo da propriedade *N* associada ao VC requer o cálculo dos fluxos da propriedade *N* associados aos fluxos de massa na fronteiras do VC.

Procedimento: empregar um processo de limite envolvendo um sistema e um VC que coincidem em um certo instante de tempo. O cálculo dos fluxos de *N*, nas regiões de superposição e nas regiões fronteiriças do VC, no processo de limite, fornece uma equação que relaciona as taxas da propriedade *N* em relação ao tempo do sistema com as variações dessa propriedade associada ao VC.

Dedução - Sejam:

- campo de escoamento $\vec{V}(x, y, z, t)$ arbitrário em relação a um sistema de coordendas x, y, z;
- VC fixo no espaço;
- Sistema movimenta-se no campo de escoamento (por definição contendo sempre as mesmas partículas de fluido);
- no instante t_0 as fronteiras do sistema e do VC são coincidentes;
- massa da região I entra no VC durante o intervalo Δt (Cf. figura);
- massa da região III deixa o VC durante o intervalo Δt (Cf. figura).

Teorema do Transporte de Reynolds



sistema e VC coincidem

sistema ocupa regiões II e III

Teorema do Transporte de Reynolds

Por definição de derivada:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sist} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(N_{sist})_{t_0+\Delta t} - (N_{sist})_{t_0}}{\Delta t} \tag{1}$$

onde,

$$N_{sist} = \int_{m_{sist}} \eta.dm = \int_{\mathcal{V}_{sist}} \eta.\rho.d\mathcal{V}$$

No instante $t_0 + \Delta t$ o sistema é dado pela soma das regiões II e III. Assim,

$$\begin{aligned}(N_{sist})_{t_0+\Delta t} &= (N_{II} + N_{III})_{t_0+\Delta t} = (N_{VC} - N_I + N_{III})_{t_0+\Delta t} \\ &= \left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} - \left(\int_{\mathcal{V}_I} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} + \left(\int_{\mathcal{V}_{III}} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t}\end{aligned}$$

No instante t_0 sistema e VC coincidem. Assim,

$$(N_{sist})_{t_0} = (N_{VC})_{t_0} = \left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0}$$

Teorema do Transporte de Reynolds

Substituindo estes resultados na Eq. (1):

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sist} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} - \left(\int_{\mathcal{V}_I} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} + \left(\int_{\mathcal{V}_{III}} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} - \left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0}}{\Delta t}$$

Como o limite da soma é igual à soma dos limites:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sist} = \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} - \left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0}}{\Delta t}}_{\text{TERMO A}} + \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\mathcal{V}_{III}} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t}}{\Delta t}}_{\text{TERMO B}} + \; - \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\mathcal{V}_I} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t}}{\Delta t}}_{\text{TERMO C}} \quad (2)$$

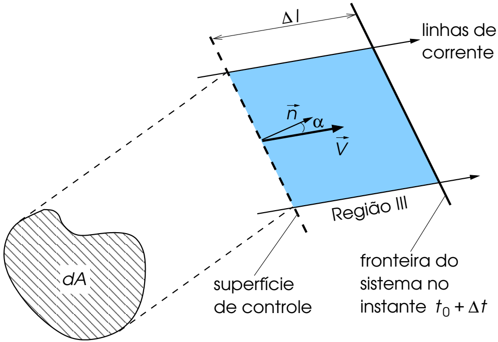
Avaliando os termos A, B e C:

Termo A:

$$\begin{aligned}
\text{TERMO A} &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0+\Delta t} - \left(\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}\right)_{t_0}}{\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(N_{VC})_{t_0+\Delta t} - (N_{VC})_{t_0}}{\Delta t} \\
&= \frac{\partial N_{VC}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V}
\end{aligned} \quad (3)$$

O termo A representa a variação temporal da propriedade N dentro do VC.

Termo B:



$\vec{n}$: normal à superfície de controle

$\alpha < \frac{\pi}{2}$ já que a massa da região III fui para fora do VC

Como $d\mathcal{V} = dA.\Delta l.\cos\alpha = \Delta\vec{l} \bullet d\vec{A} = \vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t$, então $(dN_{III})_{t_0+\Delta t} =$ $= \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t$. Portanto,

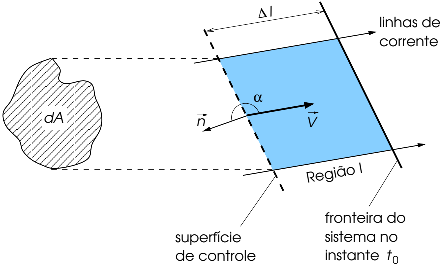
$$(N_{III})_{t_0+\Delta t} = \int_{SC_{III}} (dN_{III})_{t_0+\Delta t} = \int_{SC_{III}} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t$$

SC_{III} é a superfície comum à região III e o VC; e Δl é a distância percorrida pela partícula na superfície do sistema, durante Δt, ao longo da linha de corrente existente no instante t_0.

$$
\begin{aligned}
\text{TERMO B} \quad &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\mathcal{V}_{III}} \eta.\rho.d\mathcal{V} \right)_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(N_{III})_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\int_{SC_{III}} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t}{\Delta t} \\
&= \int_{SC_{III}} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A} \qquad (4)
\end{aligned}
$$

Na equação acima o termo Δt do denominador pode ir para dentro da integral uma vez que se trata de um limite onde $\Delta t \to 0$.

Termo C:



$\vec{n}$: normal à superfície de controle

$\alpha > \frac{\pi}{2}$ já que a massa da região I fui para dentro do VC

Como[1] $d\mathcal{V} = -dA.\Delta l.\cos\alpha = -\Delta\vec{l} \bullet d\vec{A} = -\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t$, então $(dN_I)_{t_0+\Delta t} =$
$= -\eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t$. Portanto,

$$(N_I)_{t_0+\Delta t} = \int_{SC_I} (dN_I)_{t_0+\Delta t} = -\int_{SC_I} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t$$

SC_I é a superfície comum à região I e o VC; e Δl é a distância percorrida pela partícula na superfície do sistema, durante Δt, ao longo da linha de corrente existente no instante t_0.

$$
\begin{aligned}
\text{TERMO C} \quad &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\left(\int_{\mathcal{V}_I} \eta.\rho.d\mathcal{V} \right)_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(N_I)_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} \\
&= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{-\int_{SC_I} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}.\Delta t}{\Delta t} \\
&= -\int_{SC_I} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A} \qquad (5)
\end{aligned}
$$

Substituindo os resultados dos termos A, B e C [Eqs. (3), (4) e (5)] na Eq. (2), obtém-se:

Teorema do Transporte de Reynolds

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V} + \int_{SC_{III}} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A} + \int_{SC_{I}} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Como $SC = SC_I + SC_{III} + SC_{lateral}$ e $SC_{lateral}$ é caracterizada pela ausência de fluxo através dela ($\alpha = \pi/2$ ou $\vec{V} = 0$), resulta:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V} + \int_{SC} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A} \qquad (6)$$

Que é a relação que se buscava obter (Teorema do Transporte de Reylnolds). Este teorema é a relação geral entre a taxa de qualquer propriedade extensiva, N, de um sistema e as variações dessa propriedade associadas com um volume de controle[2].

Interpretação física dos termos da Eq. (6):

▷ $(dN/dt)_{sistema}$ é a taxa de variação total de qualquer propriedade extensiva arbitrária do sistema.

▷ $\partial\left(\int_{VC}\eta.\rho.dV\right)/\partial t$ é a taxa de variação da propriedade extensiva arbitrária, N, *dentro do VC*. A parcela $\rho.dV$ dá a massa de um elemento diferencial contido no VC. A parcela $\int_{VC}\eta.\rho.dV$ é a quantidade total da propriedade extensiva, N, no VC.

▷ $\int_{SC}\eta.\rho.\vec{V}\bullet d\vec{A}$ é a taxa <u>líquida</u> da propriedade extensiva, N, através da SC. A parcela $\rho.\vec{V}\bullet d\vec{A}$ é a taxa de massa (vazão mássica) através do elemento de área $d\vec{A}$. A parcela $\eta.\rho.\vec{V}\bullet d\vec{A}$ é a taxa da propriedade extensiva, N, através da área $d\vec{A}$.

▷ $\vec{V}$ é medida em relação à SC do VC.

Conservação da Massa

A taxa de escoamento de massa para fora do VC menos a taxa de escoamento de massa para dentro do VC mais a taxa de variação de massa no VC é igual a zero.

Do conceito de fluxo: a taxa de variação de massa no VC mais o fluxo para fora dele através da sua SC é zero.

Na prática é simples constatar que, se durante um intervalo de tempo a quantidade de massa escoando para dentro do VC for diferente da massa escoando para fora do VC, então a quantidade de massa dentro do VC varia com o passar do tempo. Como exemplo, basta imaginar uma caixa d'água com uma entrada e uma saída: se entra mais do que sai a massa na caixa (VC) cresce, do contrário diminui e, se na entrada e na saída for a mesma vazão (numericamente) a quantidade de massa no VC permanece invariável.

Conservação da Massa

Utilizando o Teorema do Transporte de Reynolds (TTR) com $N = m$ e, portanto, $\eta = 1$:

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \eta.\rho.d\mathcal{V} + \int_{SC} \eta.\rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

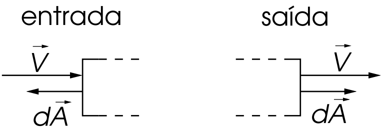
$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho.d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Como, para um sistema (no universo da Mecânica Clássica), $dm/dt = 0$, conclui-se que:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho.d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho.\vec{V} \bullet d\vec{A} = 0 \qquad (7)$$

O primeiro termo da Eq. (7) é a taxa de variação da massa <u>dentro</u> do VC e o segundo é o fluxo de massa <u>através</u> da SC.

Para o termo do fluxo líquido de massa através da SC [segundo termo da Eq. (7)] é uma boa prática sempre traçar a parcela da SC que passa sobre as entradas e saídas do VC de modo que os vetores $\vec{V}$ e $d\vec{A}$ estejam na mesma direção. Deste modo o ângulo entre estes vetores será sempre de 0° ou 180° e, portanto, o cosseno desse ângulo (necessário para efetuar o produto escalar de $\vec{V}$ e $d\vec{A}$) será sempre +1 para saídas $(\cos 0^\circ)$ e -1 para entradas $(\cos 180^\circ)$.



Procedendo deste modo, a integral do fluxo líquido através da SC pode ser escrita como:

$$\int_{SC} \rho.\vec{V} \bullet d\vec{A} = \sum_{i=0}^{n_s} \rho_i.|V_i|.|A_i| - \sum_{j=0}^{n_e} \rho_j.|V_j|.|A_j| \qquad (8)$$

Conservação da Massa

Na Eq. (8) n_e é o número de entradas e n_s o número de saídas da SC.

Para o primeiro termo da Eq. (7), considerando VC com distribuição de massa uniforme, pode-se escrever:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho.d\mathcal{V}=\left(\frac{\partial m}{\partial t}\right)_{VC} \tag{9}$$

Lembrando que a vazão mássica, $\dot{m}$, é dada por $\dot{m}=\rho.|V|.|A|$ e deixando de lado o uso do módulo para velocidade e área (esta notação estará sempre implícita a partir deste ponto do curso), ao efetuar a combinação entre as Eqs. (7), (8) e (9) chega-se finalmente à:

$$\left(\frac{\partial m}{\partial t}\right)_{VC}=\sum_{j=0}^{n_e}\dot{m}_j-\sum_{i=0}^{n_s}\dot{m}_i \tag{10}$$

A Eq. (10) é a forma mais usual de se utilizar a Conservação da Massa.

Conservação da Massa

Para processos em **regime permanente** $(\partial m/\partial t)_{VC} = 0$. Neste caso tanto i como j nos termos dos somatórios acima devem iniciar em 1

$$\sum_{j=1}^{n_e} \dot{m}_j = \sum_{i=1}^{n_s} \dot{m}_i \tag{11}$$

Além disso, se o escoamento for de fluido incompressível:

$$\sum_{j=1}^{n_e} Q_j = \sum_{i=1}^{n_s} Q_i \tag{12}$$

onder Q é a vazão volumétrica, lembrando que a relação entre vazão mássica, $\dot{m}$, e vazão volumétrica, Q, é dada por $\dot{m} = \rho.Q$

Conservação da Massa

Para gases pode-se considerar escoamento de fluido incompressível se a velocidade for menor que 30% da velocidade do som no gás, c. Para isso:

$$c = \sqrt{k.R.T}$$

onde c é a velocidade do som no gás para processo isoentrópico; k é a relação entre os calores específicos a pressão e volume constantes $k = C_p / C_v$; R é a constante do gás dada por $R = \overline{R} / M$, com $\overline{R}$ sendo a constante universal (8314 J/kg.k-mol) e M o peso molecular do gás; e T é a temperatura absoluta do gás.

Considere um referencial XYZ estacionário (inercial) e um referencial xyz solidário ao VC. Se o VC está parado, então ambos os referenciais são coincidentes. Caso o VC se mova (com velocidade constante ou dotado de aceleração), aparecerá uma velocidade relativa, $\vec{V}_{rf}$, entre o sistema xyz e o XYZ, tal que:

$$\vec{V}_{XYZ} = \vec{V}_{xyz} + \vec{V}_{rf}$$

Nas equações anteriores, no termo do fluxo líquido da propriedade N através da SC, a velocidade que faz o produto escalar com a área sempre deve ser tomada em relação ao VC, isto é, sempre se trata de $\vec{V}_{xyz}$: $\int_{SC} \eta . \rho \vec{V}_{xyz} \bullet d\vec{A}$.

Esta consideração deve ser aplicada também para o caso no qual o VC seja deformável, ou seja, que além das velocidades acima expostas ainda exista outra que acuse o movimento da SC. As complexidades derivadas destas modificações serão introduzidas oportunamente. Por ora, para o caso da conservação da massa, se o VC se move e/ou se deforma, se possui aceleração ou não, não traz maiores considerações além do fato de que a velocidade a ser considerada no termo do fluxo ser a $\vec{V}_{xyz}$.

Conceito de Vazão

Vazão em volume, ou volumétrica:

$$Q = \int_{SC} \vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Vazão em massa, ou mássica:

$$\dot{m} = \int_{SC} \rho.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Vazão em peso:

$$G = \int_{SC} \rho.g.\vec{V} \bullet d\vec{A} = \int_{SC} \gamma.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Conceito de Fluxo

Seja F uma grandeza genérica e f o valor específico por unidade de volume associado a F: $f = \Delta F / \Delta \mathcal{V} = dF / d\mathcal{V}$. Exemplos: Se F for o volume, $\mathcal{V}$, então $f = 1$; se F for a massa, m, então $f = \rho$; se F for o peso, $m.g$, então $f = \gamma$, etc.

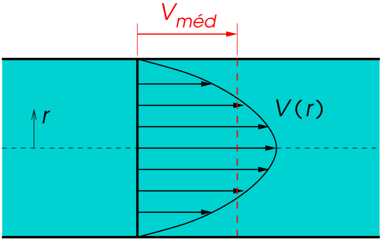
Genericamente, através de dA o fluxo elementar, $d\phi(t)$, é definido como:

$$d\phi(t) = f.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

ou o fluxo de F, em A, no instante t:

$$\phi(t) = \int_{SC} f.\vec{V} \bullet d\vec{A}$$

Conceito de Velocidade Média



Devido à condição de não-escorregamento (aderência) a velocidade do fluido em contato com as paredes de um duto é zero. Na linha de centro é máxima. Em escoamentos internos é conveniente utilizar o conceito de **velocidade média**, V_{med} ou $\overline{V}$, para utilizar, o conceito de escoamento uniforme numa seção[a].

[a] Admitindo escoamento de fluido incompressível.

$$\dot{m} = \rho.\overline{V}.A_c = \int_{A_c} \rho.V(r).dA_c$$

$$\overline{V} = \frac{\displaystyle\int_{A_c} \rho.V(r).dA_c}{\rho.A_c} = \frac{\displaystyle\int_0^R \rho.V(r).2.\pi.r.dr}{\rho.\pi.R^2} \therefore \overline{V} = \frac{2}{R^2}\cdot\int_0^R V(r).r.dr$$

Assim, a vazão que seria calculada utilizando o perfil real de distribuição de velocidades é igual a que é calculada a partir do valor da velocidade média.

Massa e Peso Específicos Médios numa Seção

Massa específica média:

$$\overline{\rho} = \frac{1}{A_c} \cdot \int_A \rho . dA$$

Outras referência definem como:

$$\overline{\rho} = \frac{1}{Q} \cdot \int_A \rho . dQ$$

$$\overline{\rho}.Q = \overline{\rho}.V.A = \dot{m}$$

Pesso específico médio:

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{A_c} \cdot \int_A \gamma . dA$$

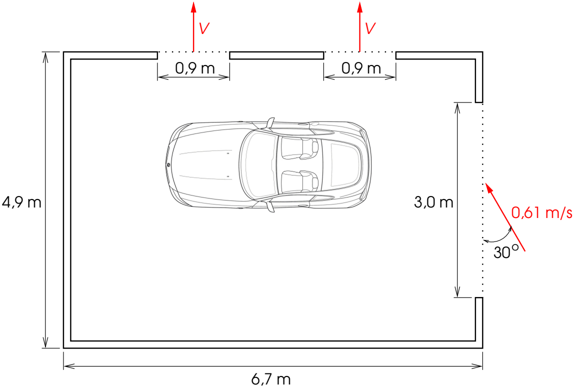
Outras referência definem como:

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{Q} \cdot \int_A \gamma . dQ$$

$$\overline{\gamma}.Q = \overline{\gamma}.V.A = \overline{\rho}.g.V.A = G$$

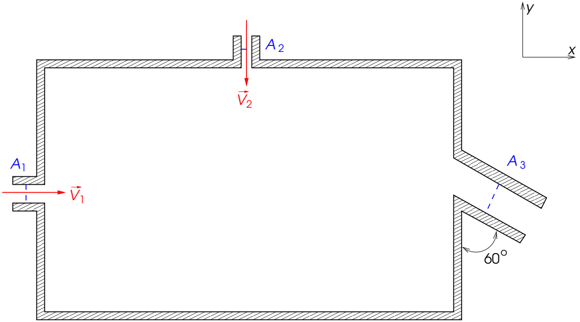
Exercício de Aula 1

Enunciado: Ar escoa com velocidade de 0,61 m/s na porta da garagem esboçada na figura (a altura da porta é igual a 2,1 m). Determine a velocidade média dos escoamentos nas duas janelas indicadas na figura, V, sabendo que as alturas das janelas são iguais a 1,2 m. [(MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004), exercício 5.5]



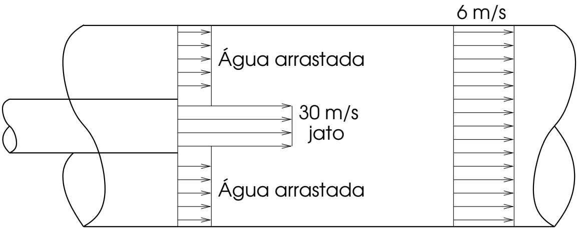
Exercício de Aula 2

Enunciado: Um fluido, com massa específica de 1050 kg/m^3, flui em regime permanente através da caixa retangular mostrada. Dados $A_1 = 0,05$ m^2; $A_2 = 0,01$ m^2; $A_3 = 0,06$ m^2; $\vec{V}_1 = (4\vec{i})$ m/s; e $\vec{V}_2 = (-8\vec{j})$ m/s, determine a velocidade $\vec{V}_3$. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exercício 4.18]



Exercício de Aula 3

Enunciado: A figura mostra o esboço de um ejetor líquido-líquido. A área da seção transversal do jato d'água é igual a 0,01 m^2 e a velocidade média do jato é 30 m/s. Este jato provoca o arrastamento de água que, inicialmente, escoa pela seção anular do tubo. A área da seção transversal do tubo é igual a 0,075 m^2. Determine a vazão de água que é arrastada pelo jato sabendo que a velocidade do escoamento no tubo é uniforme e igual a 6 m/s a jusante do ponto de descarga do jato. [(MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004), exercício 5.9]



Exercício de Aula 4

Enunciado: Um perfil de velocidade adequado para descrever o escoamento turbulento em tubos é

$$\vec{V} = V_c \cdot \left(\frac{R-r}{R}\right)^{1/n} \vec{i}$$

onde V_c é a velocidade na linha de centro do tubo; r é a coordenada radial; R é o raio do tubo; e $\vec{i}$ é o versor alinhado com a linha de centro do tubo. Determine a razão entre a velocidade média, $\overline{V}$, e a velocidade no centro, V_c, para **(a)** $n = 4$; **(b)** $n = 6$; **(c)** $n = 8$; **(d)** $n = 10$. [(MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004), exercício 5.16]

Exercício de Aula 5

Enunciado: Água doce flui constantemente para um tambor de 210 L inicialmente preenchido com água salgada. A mistura é homogênea no VC e, durante o processo, transborda para fora do tambor. Se a vazão de água doce é de 38 L/min, estime o tempo necessário, em segundos, para diminuir a diferença entre a massa específica da mistura e a massa específica da água doce de 50%.

Exercício de Aula 6

Enunciado: Um tanque com volume de 0,05 m^3, contém ar a 800 kPa (absoluta) a 15 °C. Em $t = 0$, o ar começa a escapar do tanque através de uma válvula com área de escoamento de 65 mm^2. O ar passando através da válvula tem velocidade de 300 m/s e massa específica de 6 kg/m^3. Determine a taxa instantânea de variação da massa específica do ar no tanque em $t = 0$. [(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006), exemplo 4.3]

Referências Bibliográficas

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. ISBN 978-85-216-1468-5.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. São Paulo: Blücher, 2004. ISBN 978-85-212-0343-8.