Parte II – Teoria da Firma

Maximização de Lucro

Roberto Guena de Oliveira

USP

20 de julho de 2010

Sumário

1 Introdução

Sumário

1. Introdução
2. Abordagem direta

Sumário

1. Introdução
2. Abordagem direta
3. Abordagem através da função de custo

Sumário

1. Introdução
2. Abordagem direta
3. Abordagem através da função de custo
4. Exercícios

O que veremos?

Colocação do problema

Como deve se comportar uma empresa que visa a obtenção de lucro máximo e que não tem poder de afetar os preços de seus insumos e de seu produto?

O que veremos?

Colocação do problema

Como deve se comportar uma empresa que visa a obtenção de lucro máximo e que não tem poder de afetar os preços de seus insumos e de seu produto?

Duas abordagens equivalentes

O que veremos?

Colocação do problema

Como deve se comportar uma empresa que visa a obtenção de lucro máximo e que não tem poder de afetar os preços de seus insumos e de seu produto?

Duas abordagens equivalentes

1. Escolha das quantidades empregadas de cada insumo de modo a fazer com que a diferença entre o valor do total produzido e o custo com a contratação dos insumo seja máxima.

O que veremos?

Colocação do problema

Como deve se comportar uma empresa que visa a obtenção de lucro máximo e que não tem poder de afetar os preços de seus insumos e de seu produto?

Duas abordagens equivalentes

1. Escolha das quantidades empregadas de cada insumo de modo a fazer com que a diferença entre o valor do total produzido e o custo com a contratação dos insumo seja máxima.
2. Escolha da quantidade produzida de modo a fazer com que a diferença entre o valor do total produzido e a função de custo seja máxima.

Sumário

1 Introdução

2 Abordagem direta

3 Abordagem através da função de custo

4 Exercícios

Formulação matemática

$$\max_{x_1,\ldots,x_n \geq 0} pf(x_1,\ldots,x_n) - \sum_{i=1}^{n} \omega_i x_i.$$

Sendo

- $p =$ preço do produto e
- $\omega_i =$ preço do insumo i para $i = 1, \ldots, n$.

Solução

Solução

Condição de primeira ordem

$$p\frac{\partial f(x_1,\ldots,x_n)}{\partial x_i} - \omega_i \begin{cases} = 0 & \text{se } x_i > 0 \\ \leq 0 & \text{se } x_i = 0 \end{cases} \quad i = 1,\ldots,n$$

Solução

Condição de primeira ordem

$$p\frac{\partial f(x_1,\ldots,x_n)}{\partial x_i}-\omega_i\begin{cases}=0 & \text{se } x_i>0\\ \leq 0 & \text{se } x_i=0\end{cases}\qquad i=1,\ldots,n$$

Condição de segunda ordem

A função de produção $f(x_1,\ldots,x_n)$ deve ser localmente côncava.

Ilustração gráfica: 1 insumo de produção

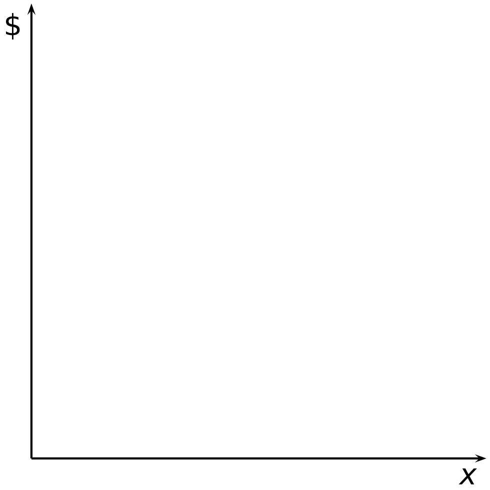


Ilustração gráfica: 1 insumo de produção

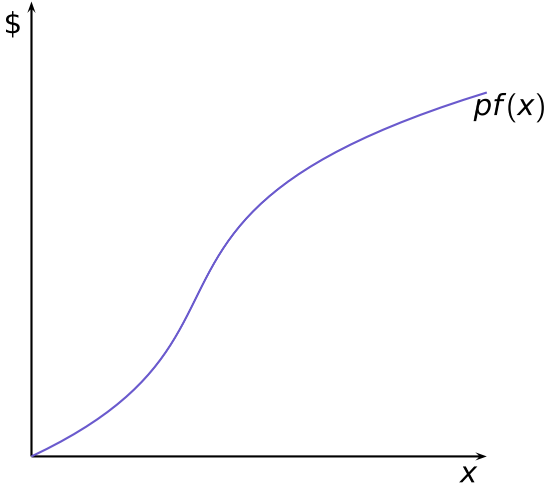


Ilustração gráfica: 1 insumo de produção

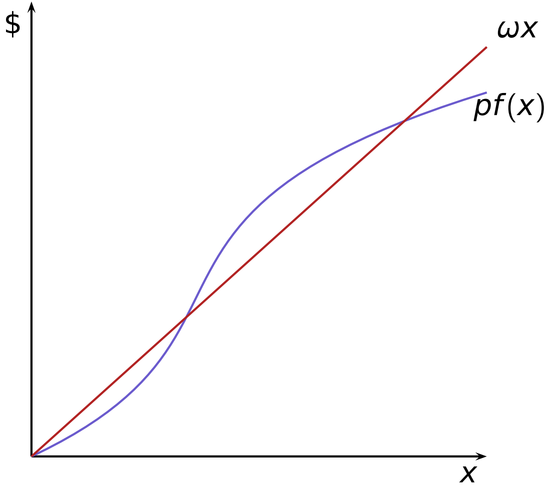


Ilustração gráfica: 1 insumo de produção

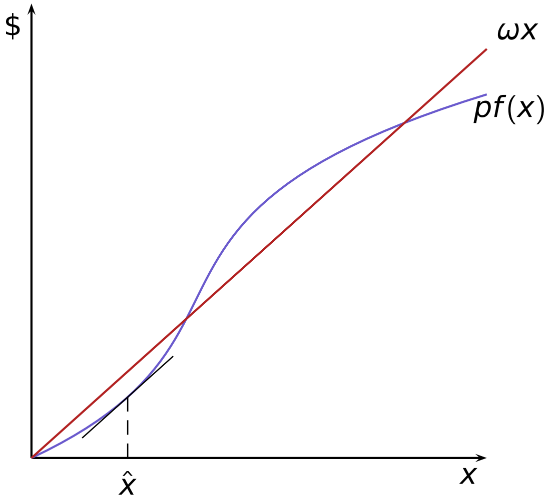


Ilustração gráfica: 1 insumo de produção

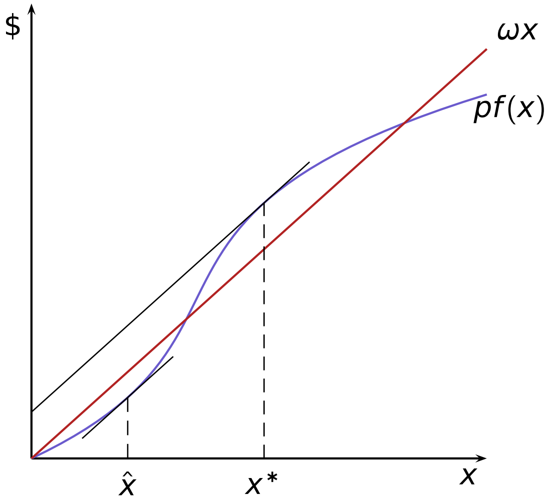


Ilustração gráfica: 1 insumo de produção

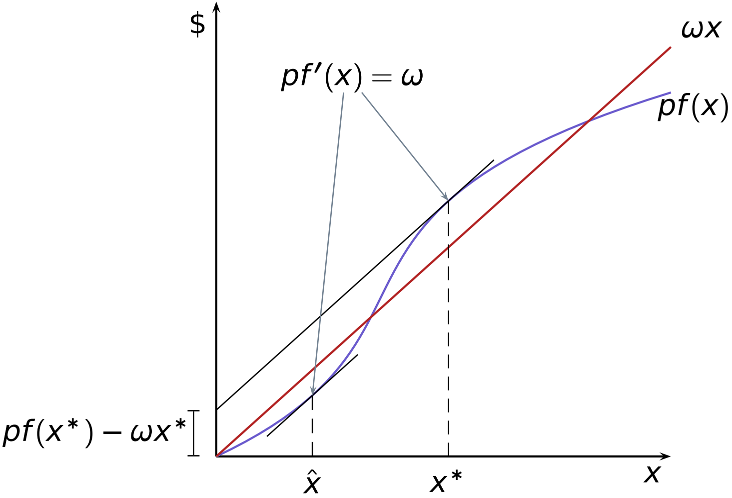


Ilustração gráfica alternativa

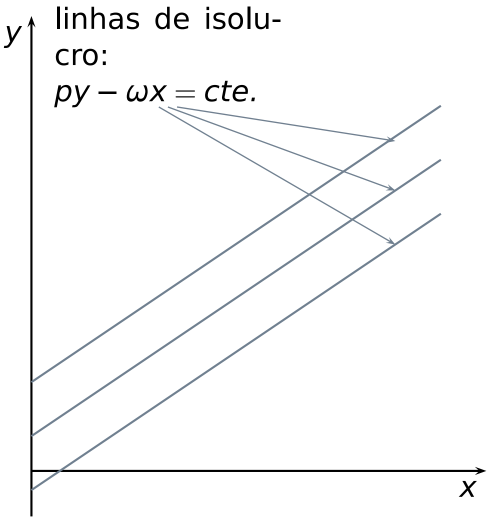


Ilustração gráfica alternativa

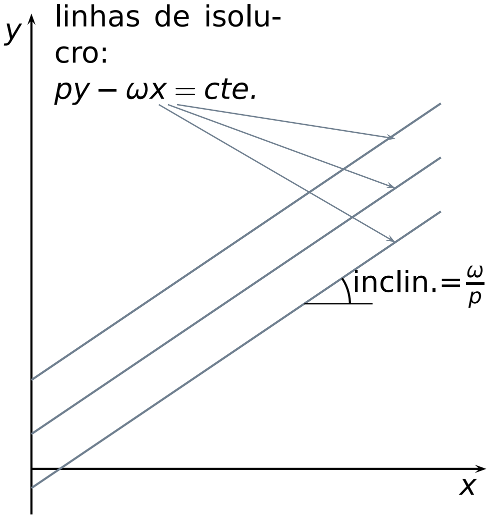


Ilustração gráfica alternativa

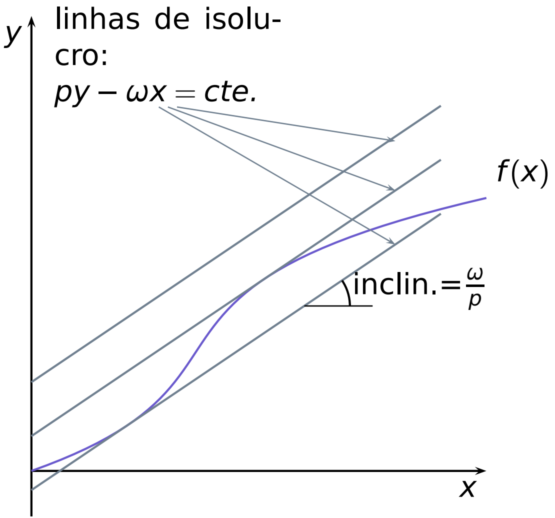


Ilustração gráfica alternativa

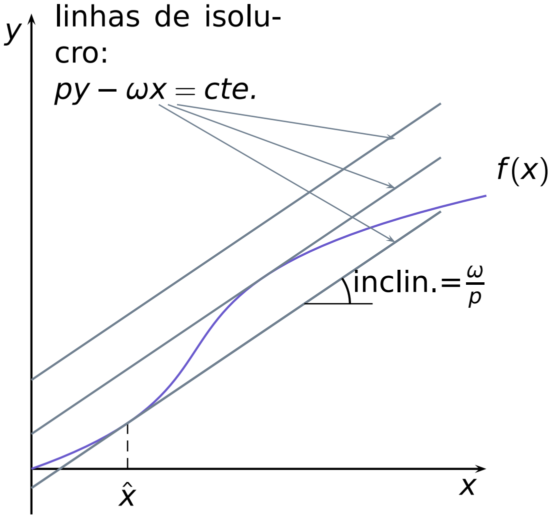
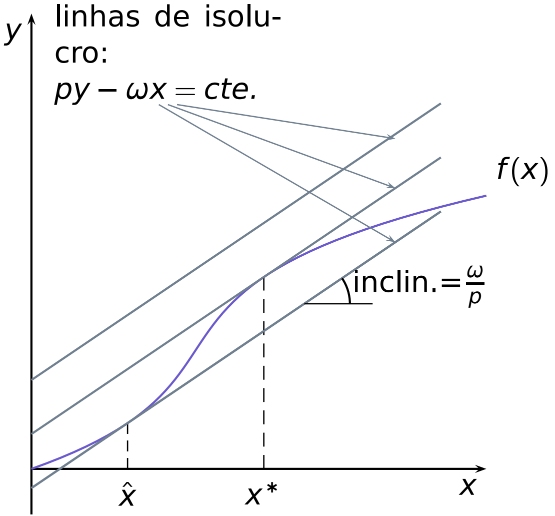


Ilustração gráfica alternativa



Interpretações para a condição de primeira ordem

1. Igualdade entre o valor do produto marginal de um fator de produção e seu preço:

$$p\frac{\partial f(x_1, \ldots, \partial x_n)}{\partial x_i} = pPMg_i = \omega_i$$

Interpretações para a condição de primeira ordem

1. Igualdade entre o valor do produto marginal de um fator de produção e seu preço:

$$p\frac{\partial f(x_1, \ldots, \partial x_n)}{\partial x_i} = pPMg_i = \omega_i$$

2. Igualdade entre preço e custo marginal:

$$p = \frac{\omega_i}{PMg_i}$$

Interpretações para a condição de primeira ordem

1. Igualdade entre o valor do produto marginal de um fator de produção e seu preço:

$$p\frac{\partial f(x_1, \ldots, \partial x_n)}{\partial x_i} = pPMg_i = \omega_i$$

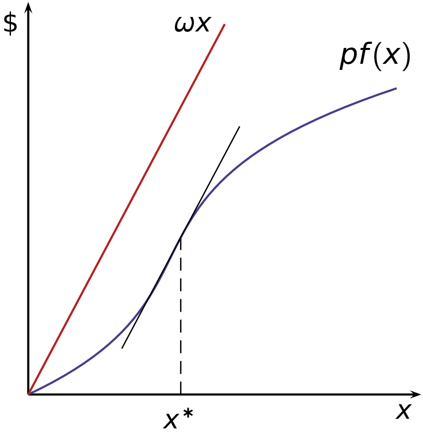
2. Igualdade entre preço e custo marginal:

$$p = \frac{\omega_i}{PMg_i}$$

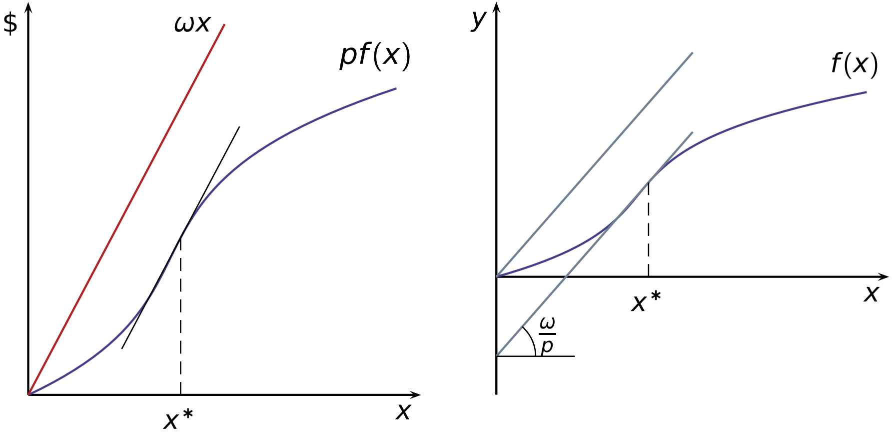
3. Igualdade entre remuneração real do fator e seu produto marginal:

$$PMg_i = \frac{\omega_i}{p}$$

Inatividade



Inatividade



Funções de demanda de insumos e de lucro

Demandas pelos insumos de produção

Seja $x_i(p, \omega_i, \ldots, \omega_n)$ uma função que retorna a quantidade empregada do insumo i quando o lucro da empresa é máximo. Essa função é chamada de função de demanda do insumo i

Funções de demanda de insumos e de lucro

Demandas pelos insumos de produção

Seja $x_i(p, \omega_i, \ldots, \omega_n)$ uma função que retorna a quantidade empregada do insumo i quando o lucro da empresa é máximo. Essa função é chamada de função de demanda do insumo i

Função de oferta

A função de oferta de uma empresa $y(p, \omega_1, \ldots, \omega_n)$ é a função que retorna o valor da função de produção quando o lucro é máximo.

Funções de demanda de insumos e de lucro

Demandas pelos insumos de produção

Seja $x_i(p, \omega_i, \ldots, \omega_n)$ uma função que retorna a quantidade empregada do insumo i quando o lucro da empresa é máximo. Essa função é chamada de função de demanda do insumo i

Função de oferta

A função de oferta de uma empresa $y(p, \omega_1, \ldots, \omega_n)$ é a função que retorna o valor da função de produção quando o lucro é máximo.

Função de lucro

A função de lucro de uma empresa $\pi(p, \omega_i, \ldots, \omega_n)$ é uma função que retorna o valor do lucro máximo dessa empresa dados os preços $p, \omega_i, \ldots, \omega_n$.

Ilustração gráfica: demanda pelo único fator de produção

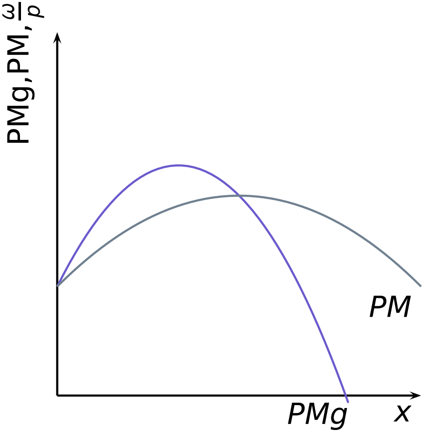


Ilustração gráfica: demanda pelo único fator de produção

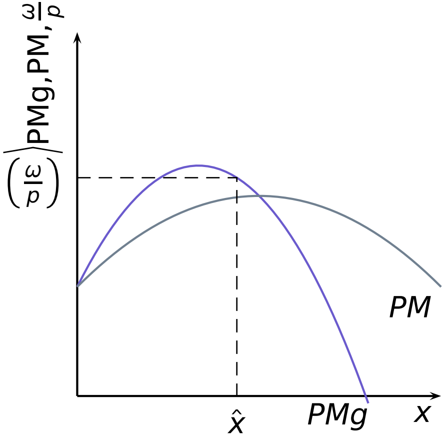


Ilustração gráfica: demanda pelo único fator de produção

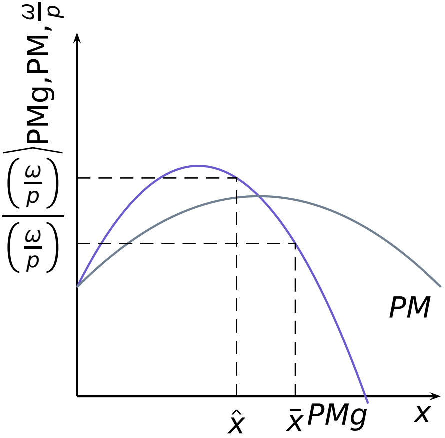
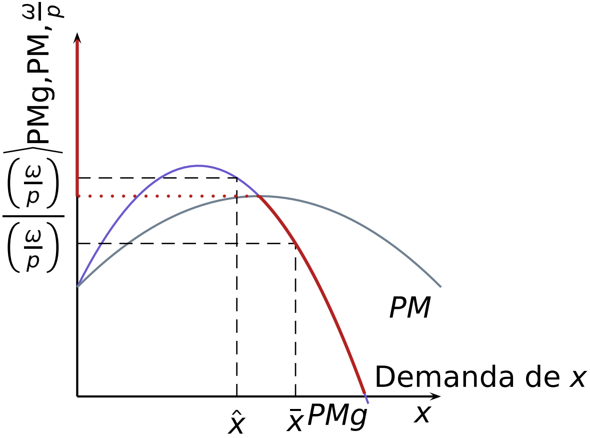


Ilustração gráfica: demanda pelo único fator de produção



Propriedades da função de lucro

- A função de lucro é não decrescente em relação ao preço do produto e não crescente em relação aos preços dos fatores.

Propriedades da função de lucro

- A função de lucro é não decrescente em relação ao preço do produto e não crescente em relação aos preços dos fatores.
- A função de lucro é convexa em relação ao preço de seu produto e em relação ao preço dos fatores de produção.

Propriedades da função de lucro

- A função de lucro é não decrescente em relação ao preço do produto e não crescente em relação aos preços dos fatores.
- A função de lucro é convexa em relação ao preço de seu produto e em relação ao preço dos fatores de produção.
- $$\frac{\partial \pi(p, \omega_1, \ldots, \omega_n)}{\partial \omega_i} = -x_i(p, \omega_1, \ldots, \omega_n)$$
  $$\frac{\partial \pi(p, \omega_1, \ldots, \omega_n)}{\partial p} = y(p, \omega_1, \ldots, \omega_n)$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Demanda pelo insumo de produção

$$PMg = \frac{\omega}{p}$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Demanda pelo insumo de produção

$$PMg = \frac{\omega}{p} \Rightarrow 100 - 2x = \frac{\omega}{p}$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Demanda pelo insumo de produção

$$PMg = \frac{\omega}{p} \Rightarrow 100 - 2x = \frac{\omega}{p} \Rightarrow x(p, \omega) = 50 - \frac{\omega}{2p}$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Demanda pelo insumo de produção

$$PMg = \frac{\omega}{p} \Rightarrow 100 - 2x = \frac{\omega}{p} \Rightarrow x(p,\omega) = 50 - \frac{\omega}{2p}$$

A função de oferta

$$y(p,\omega) = f(x(p,\omega))$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Demanda pelo insumo de produção

$$PMg = \frac{\omega}{p} \Rightarrow 100 - 2x = \frac{\omega}{p} \Rightarrow x(p,\omega) = 50 - \frac{\omega}{2p}$$

A função de oferta

$$\begin{aligned} y(p,\omega) &= f(x(p,\omega)) \\ &= 100\left(50 - \frac{\omega}{2p}\right) - \left(50 - \frac{\omega}{2p}\right)^2 \end{aligned}$$

Exemplo

A função de produção

$$f(x) = 100x - x^2$$

Demanda pelo insumo de produção

$$PMg = \frac{\omega}{p} \Rightarrow 100 - 2x = \frac{\omega}{p} \Rightarrow x(p,\omega) = 50 - \frac{\omega}{2p}$$

A função de oferta

$$\begin{aligned} y(p,\omega) &= f(x(p,\omega)) \\ &= 100\left(50 - \frac{\omega}{2p}\right) - \left(50 - \frac{\omega}{2p}\right)^2 = 2.500 - \frac{\omega^2}{4p^2} \end{aligned}$$

Exemplo – continuação

A função de lucro

$$\pi(p, \omega) = py(p, \omega) - \omega x(p, \omega)$$

Exemplo – continuação

A função de lucro

$$\pi(p, \omega) = py(p, \omega) - \omega x(p, \omega)$$

Exemplo – continuação

A função de lucro

$$
\begin{aligned}
\pi(p,\omega) &= py(p,\omega) - \omega x(p,\omega) \\
&= p\left(2.500 - \frac{\omega^2}{4p^2}\right) - \omega\left(50 - \frac{\omega}{2p}\right) \\
&= 2.500p - 50\omega + \frac{\omega^2}{4p}
\end{aligned}
$$

Sumário

1. Introdução
2. Abordagem direta
3. Abordagem através da função de custo
4. Exercícios

Maximização de lucro

Nova colocação do problema

$$\max_{y} py - c(y)$$

Maximização de lucro

Nova colocação do problema

$$\max_y py - c(y)$$

Condição de primeira ordem

$$\frac{dc(y)}{dy} = p$$

Maximização de lucro

Nova colocação do problema

$$\max_y py - c(y)$$

Condição de primeira ordem

$$\frac{dc(y)}{dy} = p \Rightarrow CMg = p$$

Maximização de lucro

Nova colocação do problema

$$\max_y py - c(y)$$

Condição de primeira ordem

$$\frac{dc(y)}{dy} = p \Rightarrow CMg = p$$

Condição de segunda ordem

$$\frac{d^2c(y)}{dy^2} = p$$

Maximização de lucro

Nova colocação do problema

$$\max_y py - c(y)$$

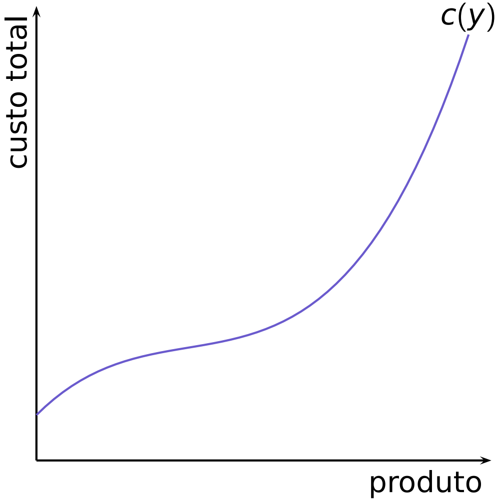
Condição de primeira ordem

$$\frac{dc(y)}{dy} = p \Rightarrow CMg = p$$

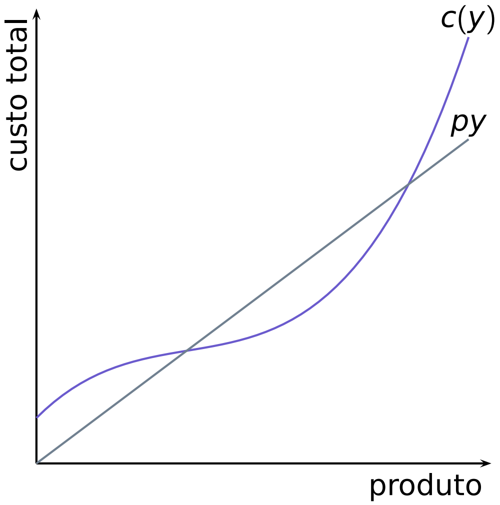
Condição de segunda ordem

$$\frac{d^2c(y)}{dy^2} = p \Rightarrow \frac{dCMg}{dp} > 0$$

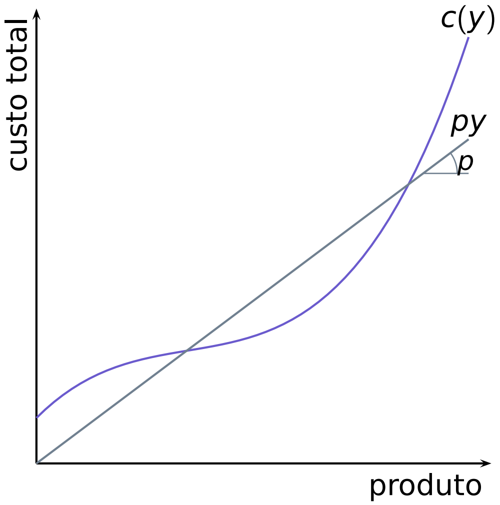
Solução gráfica – I



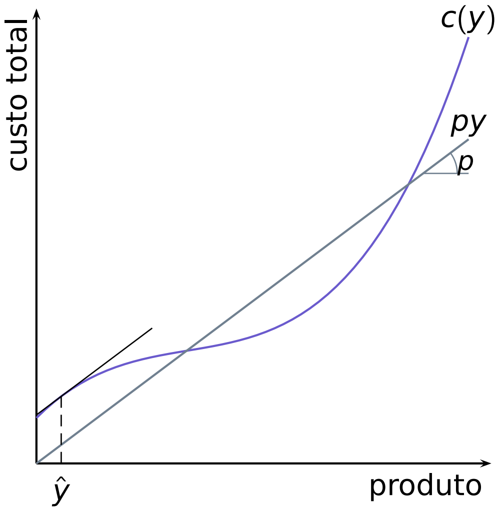
Solução gráfica – I



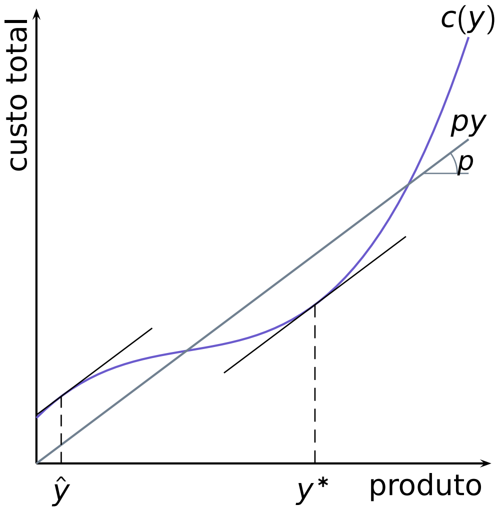
Solução gráfica – I



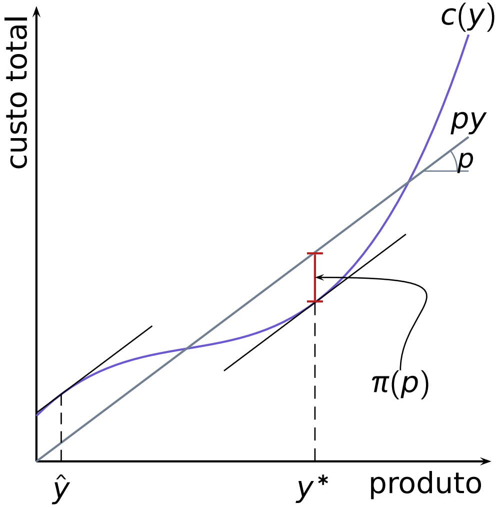
Solução gráfica – I



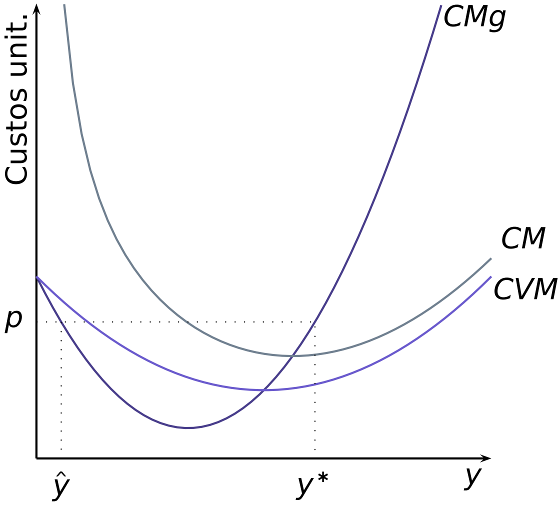
Solução gráfica – I



Solução gráfica – I



Solução gráfica – II



Condição de máximo global

Seja um produto positivo y^* que satisfaça às condições de primeira e segunda ordem do problema de maximização de lucro, isto é, tal que $CMg(y^*) = p$ e, supondo que a função de custo seja duplamente diferenciável, que $CMg'(y^*) > 0$. Nesse caso y^* maximiza localmente o lucro da empresa. Para que y^* maximize globalmente o lucro da empresa é, em adição, necessário que, em adição,

1. Caso haja qualquer outro nível de produção $\hat{y}$ que satisfaça as duas condições de lucro máximo, $py^* - c(y^*) \geq p\hat{y} - c(\hat{y})$, e

Condição de máximo global

Seja um produto positivo y^* que satisfaça às condições de primeira e segunda ordem do problema de maximização de lucro, isto é, tal que $CMg(y^*) = p$ e, supondo que a função de custo seja duplamente diferenciável, que $CMg'(y^*) > 0$. Nesse caso y^* maximiza localmente o lucro da empresa. Para que y^* maximize globalmente o lucro da empresa é, em adição, necessário que, em adição,

1. Caso haja qualquer outro nível de produção $\hat{y}$ que satisfaça as duas condições de lucro máximo, $py^* - c(y^*) \geq p\hat{y} - c(\hat{y})$, e
2. O lucro obtido ao se produzir y^* seja superior ao lucro obtido ao não se produzir nada, ou seja,

$$py^* - CV(y^*) - CF \geq -CF$$

Condição de máximo global

Seja um produto positivo y^* que satisfaça às condições de primeira e segunda ordem do problema de maximização de lucro, isto é, tal que $CMg(y^*) = p$ e, supondo que a função de custo seja duplamente diferenciável, que $CMg'(y^*) > 0$. Nesse caso y^* maximiza localmente o lucro da empresa. Para que y^* maximize globalmente o lucro da empresa é, em adição, necessário que, em adição,

1. Caso haja qualquer outro nível de produção $\hat{y}$ que satisfaça as duas condições de lucro máximo, $py^* - c(y^*) \geq p\hat{y} - c(\hat{y})$, e
2. O lucro obtido ao se produzir y^* seja superior ao lucro obtido ao não se produzir nada, ou seja,

$$py^* - CV(y^*) - CF \geq -CF \Rightarrow py^* \geq CV(y^*)$$

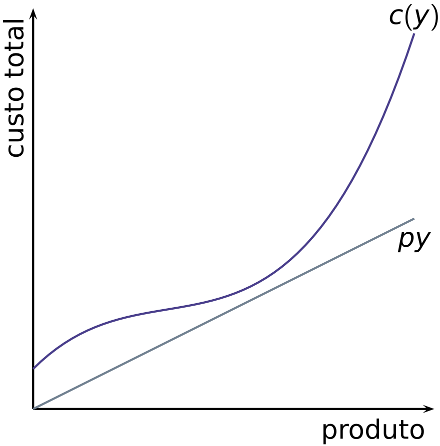
Condição de máximo global

Seja um produto positivo y^* que satisfaça às condições de primeira e segunda ordem do problema de maximização de lucro, isto é, tal que $CMg(y^*) = p$ e, supondo que a função de custo seja duplamente diferenciável, que $CMg'(y^*) > 0$. Nesse caso y^* maximiza localmente o lucro da empresa. Para que y^* maximize globalmente o lucro da empresa é, em adição, necessário que, em adição,

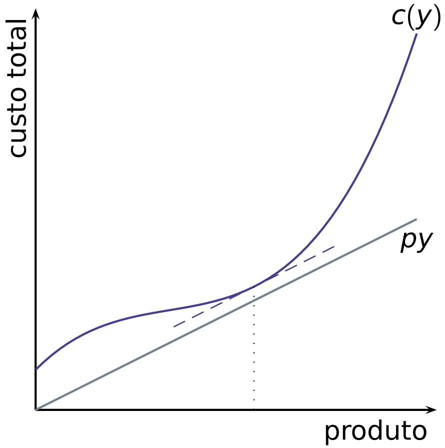
1. Caso haja qualquer outro nível de produção $\hat{y}$ que satisfaça as duas condições de lucro máximo, $py^* - c(y^*) \geq p\hat{y} - c(\hat{y})$, e
2. O lucro obtido ao se produzir y^* seja superior ao lucro obtido ao não se produzir nada, ou seja,

$$\begin{aligned} py^* - CV(y^*) - CF \geq -CF \Rightarrow py^* &\geq CV(y^*) \\ \Rightarrow p &\geq CVM(y^*) \end{aligned}$$

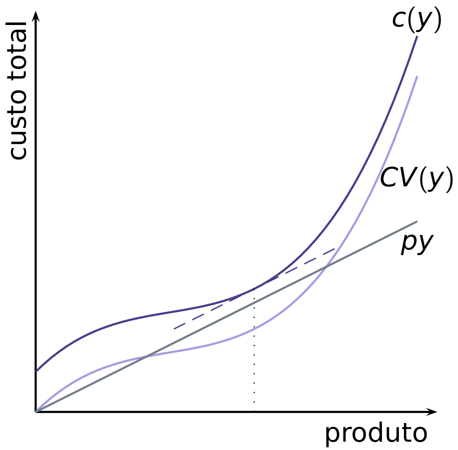
produção com prejuízo



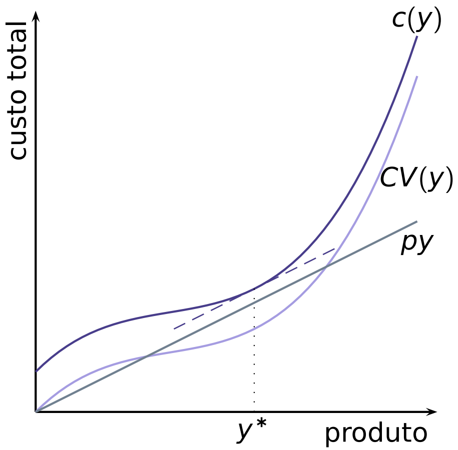
produção com prejuízo



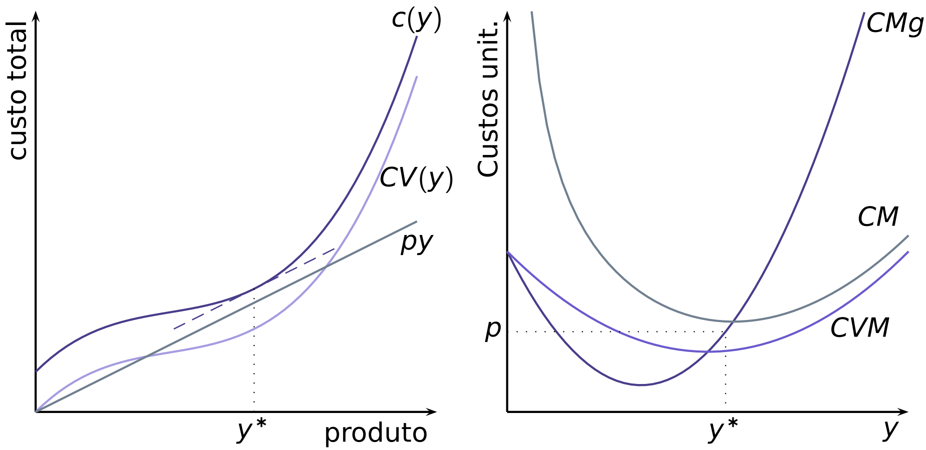
produção com prejuízo



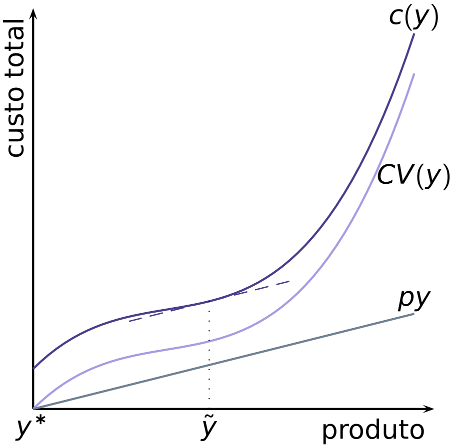
produção com prejuízo



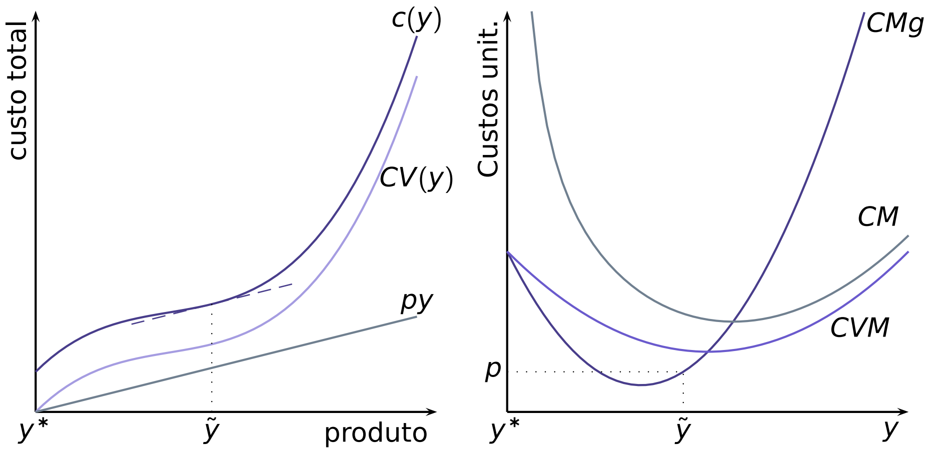
produção com prejuízo



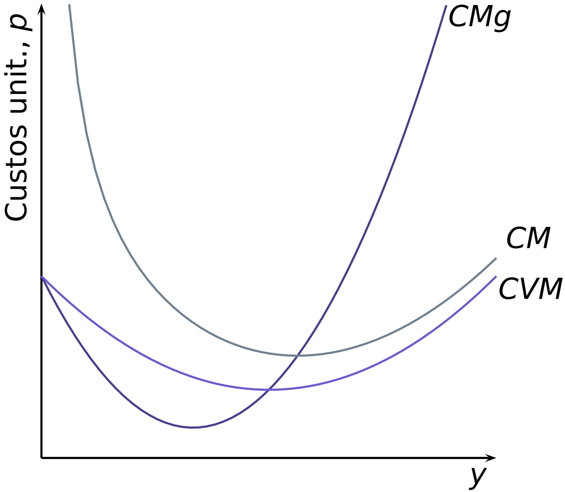
Encerramento de atividades



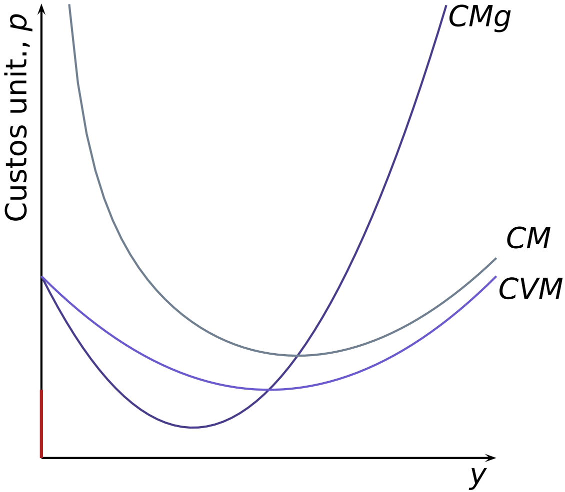
Encerramento de atividades



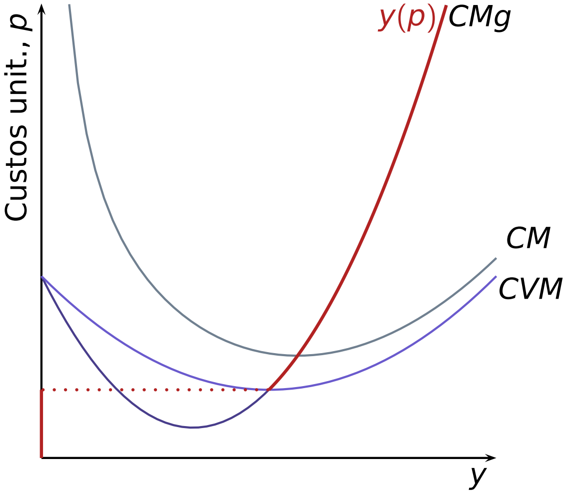
A curva de oferta da firma individual



A curva de oferta da firma individual



A curva de oferta da firma individual



Medidas de ganho do produtor

Lucro

$$\pi(p) = py(p) - c(y(p))$$

Medidas de ganho do produtor

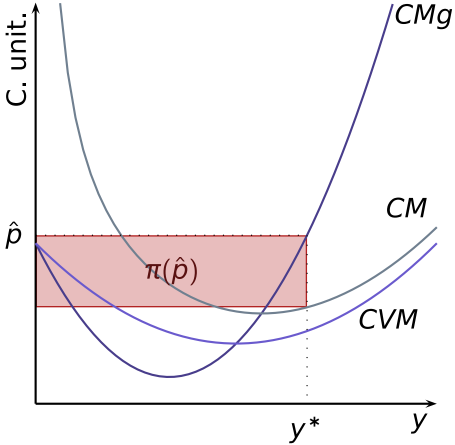
Lucro

$$\pi(p) = py(p) - c(y(p))$$

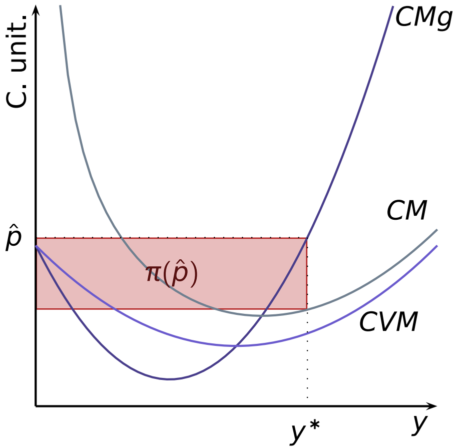
Excedente do produtor (EP)

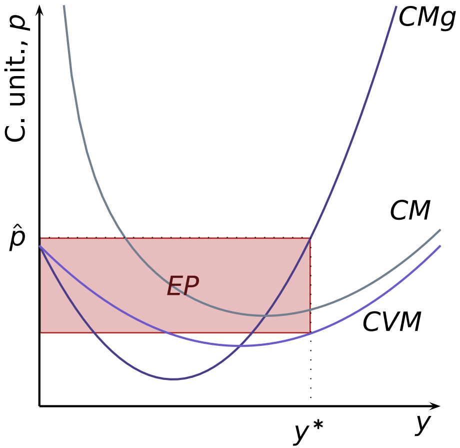
$$EP = py(p) - CV(y(p))$$

Medidas de ganho do produtor – representações gráficas – I

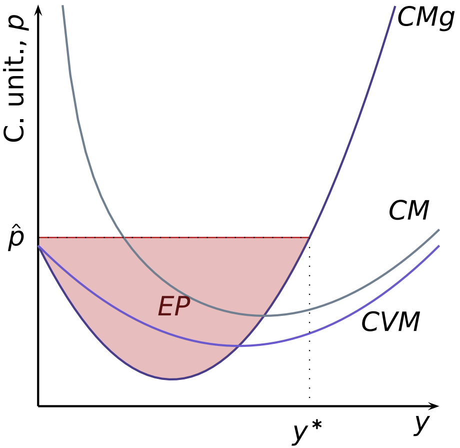


Medidas de ganho do produtor – representações gráficas – I

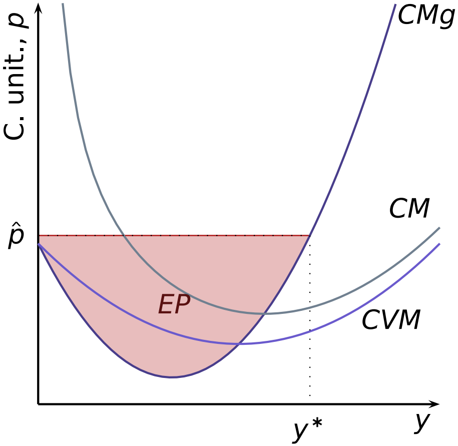


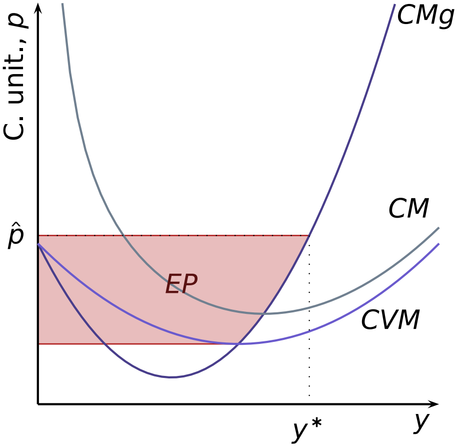


Medidas de ganho do produtor – representações gráficas – II



Medidas de ganho do produtor – representações gráficas – II





Questão 06 – ANPEC 2005

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

0. A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma.

Questão 06 – ANPEC 2005

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

0. A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma. V

Questão 06 – ANPEC 2005

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

0. A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma. V
1. No curto prazo, se o lucro econômico do produtor é positivo, a produção se faz com custo marginal superior ao custo médio.

Questão 06 – ANPEC 2005

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

0. A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma. V
1. No curto prazo, se o lucro econômico do produtor é positivo, a produção se faz com custo marginal superior ao custo médio. V

Questão 06 – ANPEC 2005

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

0. A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma. V
1. No curto prazo, se o lucro econômico do produtor é positivo, a produção se faz com custo marginal superior ao custo médio. V
2. Se a função de custo total da firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$, então, a função de oferta será $p(q) = 3q^2 - 18q + 42$, para valores de q maiores que 3.

Questão 06 – ANPEC 2005

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

0. A igualdade entre preço e custo marginal é condição necessária, mas não suficiente para a maximização dos lucros da firma. V
1. No curto prazo, se o lucro econômico do produtor é positivo, a produção se faz com custo marginal superior ao custo médio. V
2. Se a função de custo total da firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$, então, a função de oferta será $p(q) = 3q^2 - 18q + 42$, para valores de q maiores que 3. F

Questão 06 – ANPEC 2005 (cont.)

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

3. Se a função de custo total de uma firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$ e se o preço de mercado for igual a 42, a elasticidade-preço da oferta deste produtor será igual a $\frac{18}{7}$.

Questão 06 – ANPEC 2005 (cont.)

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

3. Se a função de custo total de uma firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$ e se o preço de mercado for igual a 42, a elasticidade-preço da oferta deste produtor será igual a $\frac{18}{7}$. F

Questão 06 – ANPEC 2005 (cont.)

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

3. Se a função de custo total de uma firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$ e se o preço de mercado for igual a 42, a elasticidade-preço da oferta deste produtor será igual a $\frac{18}{7}$. F
4. O valor do excedente do produtor iguala-se aos lucros totais da firma mais o valor do custo fixo.

Questão 06 – ANPEC 2005 (cont.)

Considere um mercado em concorrência perfeita, avalie as afirmativas:

3. Se a função de custo total de uma firma for $C(q) = q^3 - 9q^2 + 42q$ e se o preço de mercado for igual a 42, a elasticidade-preço da oferta deste produtor será igual a $\frac{18}{7}$. F
4. O valor do excedente do produtor iguala-se aos lucros totais da firma mais o valor do custo fixo. V