Parte II – Teoria da Firma

Produção

Roberto Guena de Oliveira

USP

2 de julho de 2010

Sumário

Sumário

Sumário

Sumário

Sumário

Sumário

O conjunto de produção

Plano de produção

Um plano de produção é uma combinação de determinadas quantidades de insumos ou fatores de produção com determinadas quantidades de produtos.

O conjunto de produção

Plano de produção

Um plano de produção é uma combinação de determinadas quantidades de insumos ou fatores de produção com determinadas quantidades de produtos.

Conjunto de produção

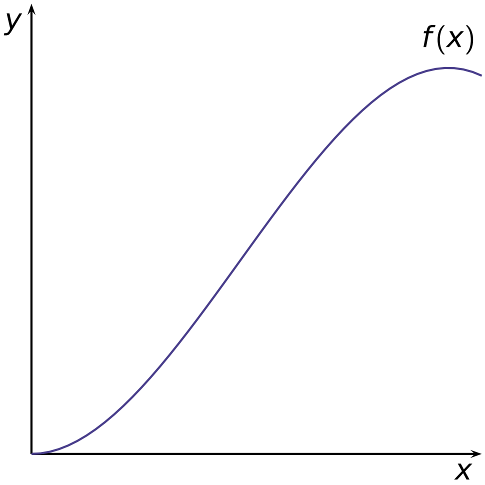
O conjunto de produção é o conjunto de planos de produção tecnologicamente factíveis.

Função de produção

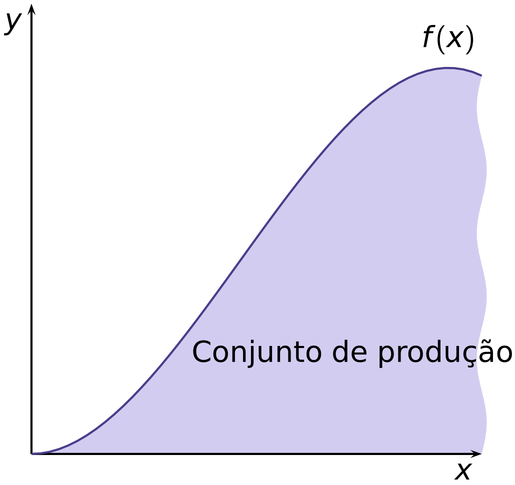
No caso de uma empresa com apenas um produto e n insumos podemos definir uma função $f : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}_+$ que retorna a quantidade máxima de produto que uma empresa pode obter dados o emprego que ela faz dos n fatores de produção:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Representação gráfica: um insumo



Representação gráfica: um insumo



Duas hipóteses usuais

Convexidade

O conjunto de produção é convexo, ou, equivalentemente, a função de produção é côncava, ou seja, para quaisquer $0 \leq \alpha \leq 1$ e $x_1^0, x_2^0, x_1^1, x_2^1 \geq 0$,

$$\begin{aligned} & f\left(\alpha x_1^0 + (1-\alpha)x_1^1, \alpha x_2^0 + (1-\alpha)x_2^1\right) \\ & \geq \alpha f\left(x_1^0, x_2^0\right) + (1-\alpha) f(x_1^1, x_2^1\right) \end{aligned}$$

Duas hipóteses usuais

Convexidade

O conjunto de produção é convexo, ou, equivalentemente, a função de produção é côncava, ou seja, para quaisquer $0 \leq \alpha \leq 1$ e $x_1^0, x_2^0, x_1^1, x_2^1 \geq 0$,

$$\begin{aligned} & f\left(\alpha x_1^0 + (1-\alpha)x_1^1, \alpha x_2^0 + (1-\alpha)x_2^1\right) \\ & \geq \alpha f\left(x_1^0, x_2^0\right) + (1-\alpha) f(x_1^1, x_2^1\right) \end{aligned}$$

Livre Descarte ou *Free Disposal*

A função de produção é não decrescente em relação ao emprego dos fatores de produção.

Sumário

Produtividade média e produtividade marginal

Produtividade média do fator *i* (PM_i)

$$PM_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{x_i}$$

Produtividade média e produtividade marginal

Produtividade média do fator *i* (PM_i)

$$PM_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{x_i}$$

Produtividade marginal do fator de produção *i* (PMg_i)

$$PMg_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i}$$

Produtividade média e produtividade marginal

Produtividade média do fator *i* (PM_i)

$$PM_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_i}$$

Produtividade marginal do fator de produção *i* (PMg_i)

$$PMg_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i}$$

- $PMg_i \approx$ aumento no produto caso uma unidade adicional do fator *i* seja contratada.
- produtividade média = produto médio = rendimento médio.
- produtividade marginal= produto marginal = rendimento marginal.

Sumário

Longo e Curto Prazos

Longo Prazo

Definimos por longo prazo o horizonte de tempo para o qual a empresa é capaz de ajustar o emprego de todos seus fatores de produção.

Longo e Curto Prazos

Longo Prazo

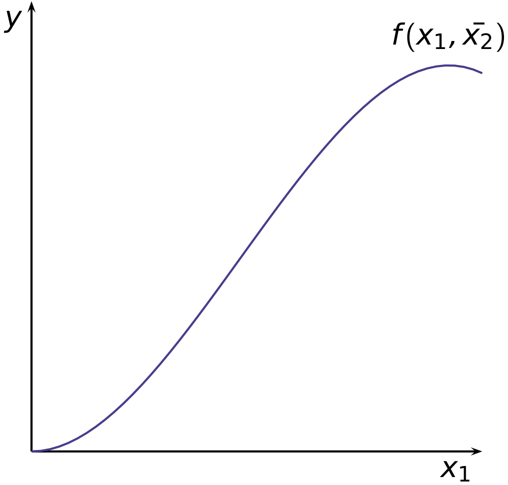
Definimos por longo prazo o horizonte de tempo para o qual a empresa é capaz de ajustar o emprego de todos seus fatores de produção.

Curto Prazo

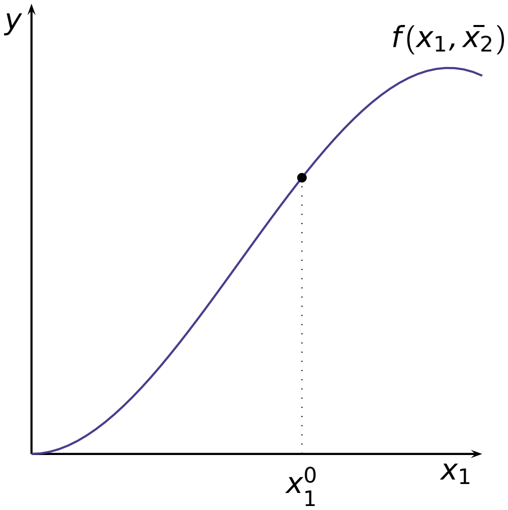
No curto prazo, a empresa é incapaz de mudar o emprego de alguns fatores de produção. Tais fatores são chamados fatores fixos de produção. Os outros fatores são chamados fatores de produção variáveis. No caso de apenas dois fatores de produção, supondo que o fator fixo é o fator x_2 ($x_2 = \bar{x_2}$), função de produção pode ser expressa por

$$f_c(x_1) = f(x_1, \bar{x_2})$$

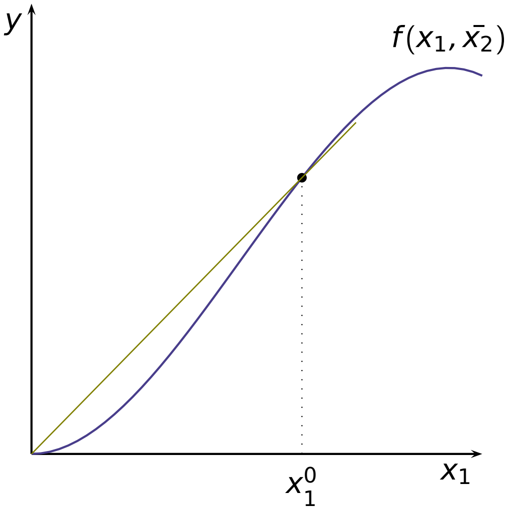
Função de produção de curto prazo: rep. gráfica



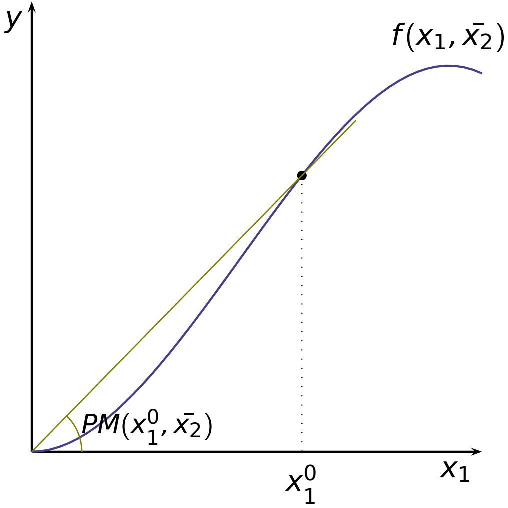
Função de produção de curto prazo: rep. gráfica



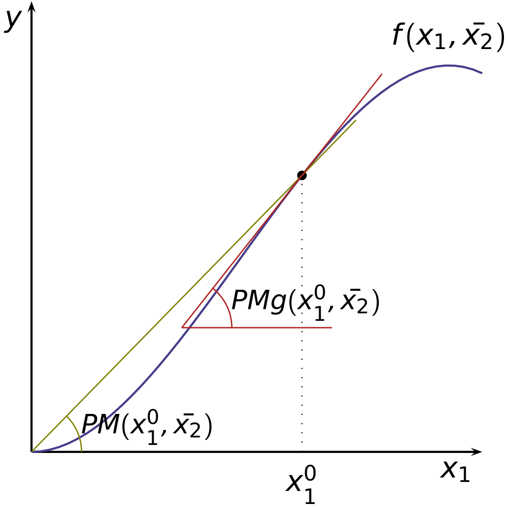
Função de produção de curto prazo: rep. gráfica



Função de produção de curto prazo: rep. gráfica

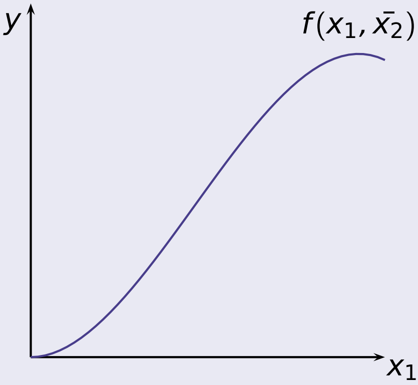


Função de produção de curto prazo: rep. gráfica

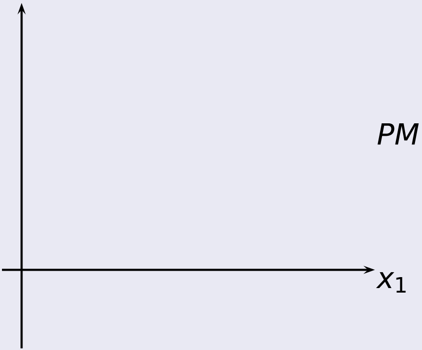


Pontos notáveis

Função de produção

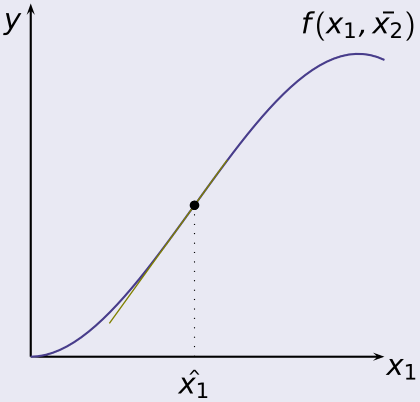


Medidas de produtividade

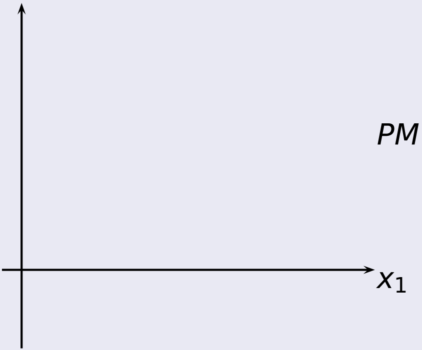


Pontos notáveis

Função de produção

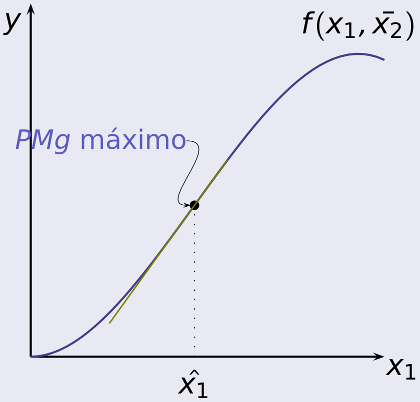


Medidas de produtividade

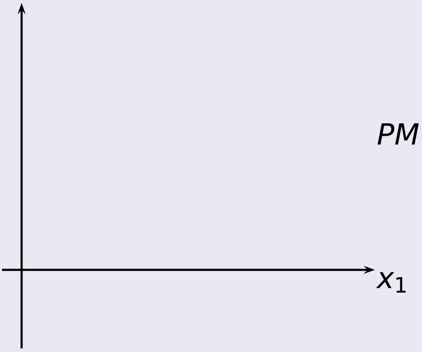


Pontos notáveis

Função de produção

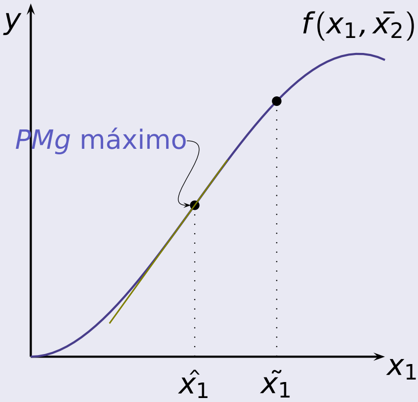


Medidas de produtividade

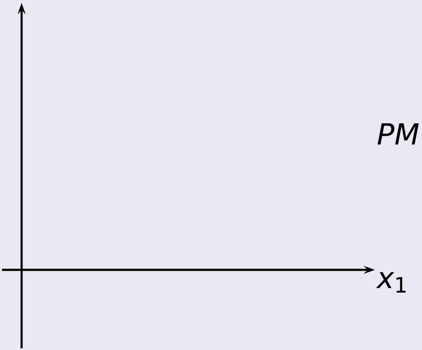


Pontos notáveis

Função de produção

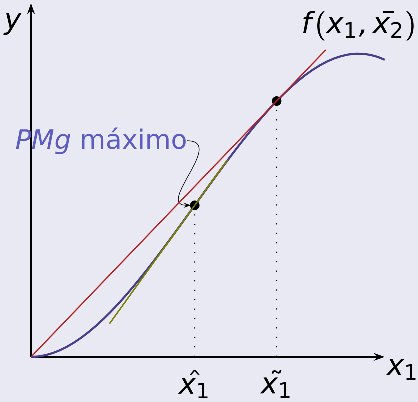


Medidas de produtividade

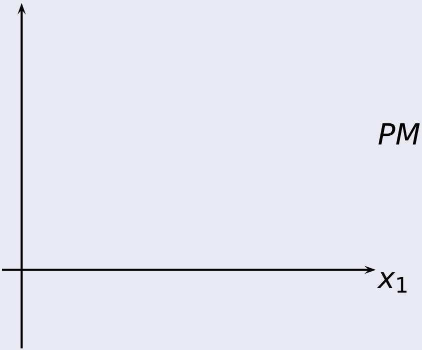


Pontos notáveis

Função de produção

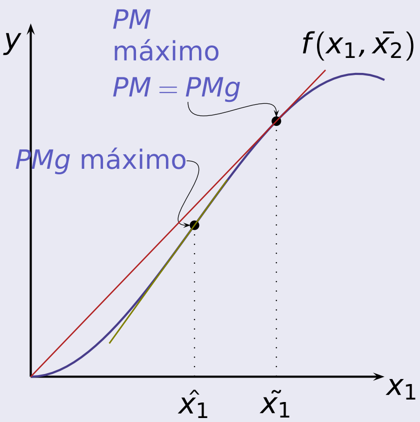


Medidas de produtividade

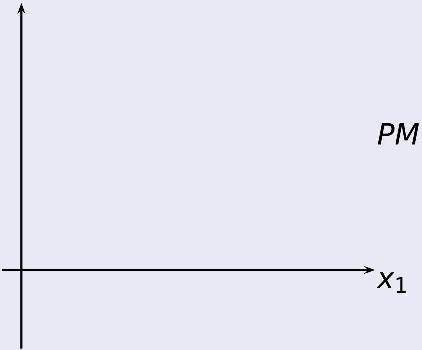


Pontos notáveis

Função de produção

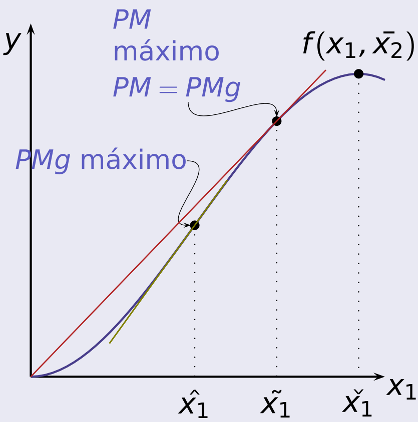


Medidas de produtividade

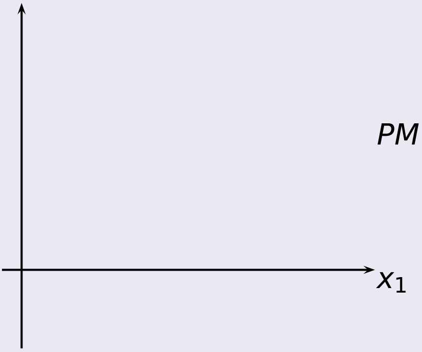


Pontos notáveis

Função de produção

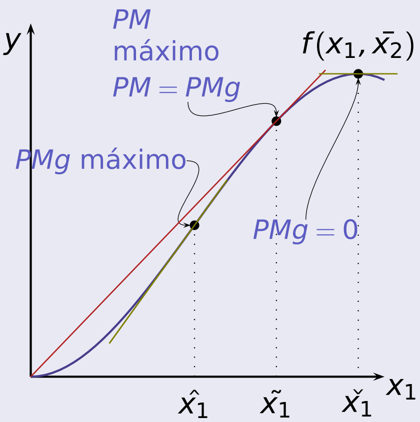


Medidas de produtividade

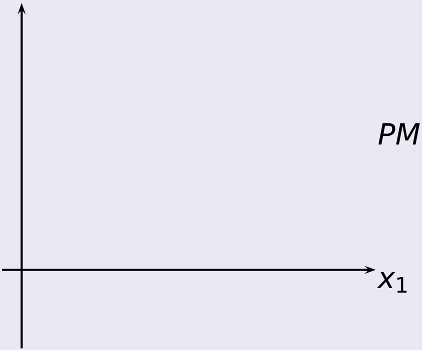


Pontos notáveis

Função de produção

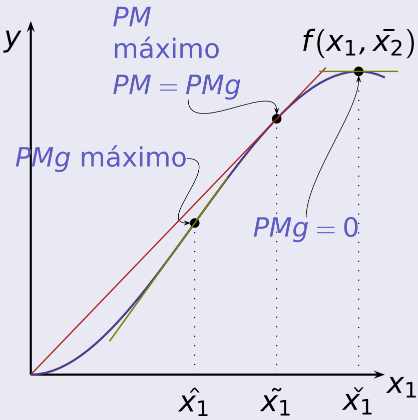


Medidas de produtividade

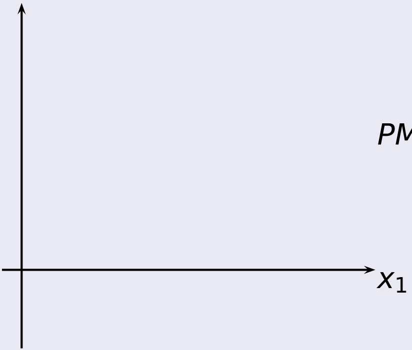


Pontos notáveis

Função de produção

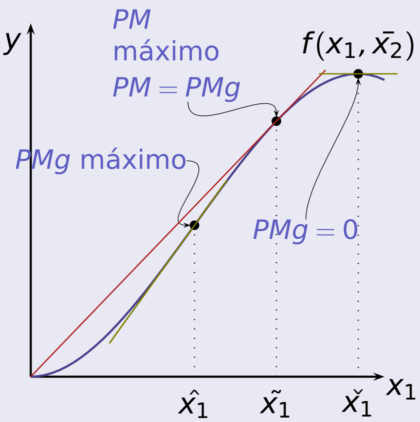


Medidas de produtividade

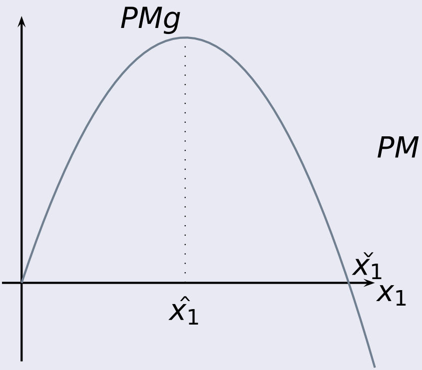


Pontos notáveis

Função de produção

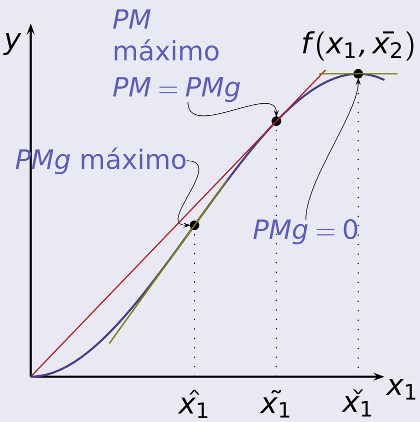


Medidas de produtividade

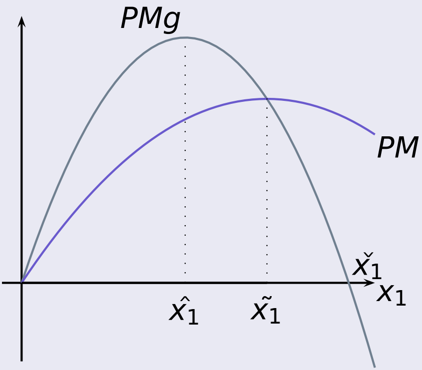


Pontos notáveis

Função de produção



Medidas de produtividade



Relação entre produtividades média e marginal

Produto médio máximo

$$\frac{\partial PM(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial \frac{f(x_1, x_2)}{x_1}}{\partial x_1} = 0$$

Relação entre produtividades média e marginal

Produto médio máximo

$$\frac{\partial PM(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial \frac{f(x_1,x_2)}{x_1}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{x_1 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - f(x_1, x_2)}{x_1^2} = 0$$

Relação entre produtividades média e marginal

Produto médio máximo

$$\frac{\partial PM(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial \frac{f(x_1,x_2)}{x_1}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{x_1 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - f(x_1,x_2)}{x_1^2} = 0$$

$$\frac{PMg(x_1,x_2) - PM(x_1,x_2)}{x_1} = 0$$

Relação entre produtividades média e marginal

Produto médio máximo

$$\frac{\partial PM(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial \frac{f(x_1,x_2)}{x_1}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{x_1 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - f(x_1,x_2)}{x_1^2} = 0$$

$$\frac{PMg(x_1,x_2) - PM(x_1,x_2)}{x_1} = 0$$

PM na origem quando $f(0,x_2) = 0$

$$\lim_{x_1 \to 0} \frac{f(x_1,x_2)}{x_1}$$

Relação entre produtividades média e marginal

Produto médio máximo

$$\frac{\partial PM(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial \frac{f(x_1,x_2)}{x_1}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{x_1 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - f(x_1,x_2)}{x_1^2} = 0$$

$$\frac{PMg(x_1,x_2) - PM(x_1,x_2)}{x_1} = 0$$

PM na origem quando $f(0,x_2)=0$

$$\lim_{x_1\to 0} \frac{f(x_1,x_2)}{x_1} = \lim_{x_1\to 0} \frac{f(x_1,x_2) - f(0,x_2)}{x_1 - 0}$$

Relação entre produtividades média e marginal

Produto médio máximo

$$\frac{\partial PM(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \frac{\partial \frac{f(x_1,x_2)}{x_1}}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{x_1 \frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - f(x_1,x_2)}{x_1^2} = 0$$

$$\frac{PMg(x_1,x_2) - PM(x_1,x_2)}{x_1} = 0$$

PM na origem quando $f(0,x_2)=0$

$$\lim_{x_1 \to 0} \frac{f(x_1,x_2)}{x_1} = \lim_{x_1 \to 0} \frac{f(x_1,x_2) - f(0,x_2)}{x_1 - 0} = PMg_1(0,x_2)$$

"Lei" dos rendimentos marginais decrescentes

Enunciado

Desde que empregado em quantidade suficientemente elevada, cada fator de produção terá produtividade marginal decrescente em relação ao seu emprego.

"Lei" dos rendimentos marginais decrescentes

Enunciado

Desde que empregado em quantidade suficientemente elevada, cada fator de produção terá produtividade marginal decrescente em relação ao seu emprego.

Exemplo

Dado $x_2 = \bar{x_2}$, existe x_1' tal que

$$\frac{\partial^2 f(x_1, \bar{x_2})}{\partial x_1^2} < 0 \text{ para qualquer } x_1 > x_1'$$

Sumário

Isoquanta

definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade $y^0 \geq 0$ de produto é o conjunto das combinações entre x_1 e x_2 tais que $f(x_1, x_2) = y^0$, ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

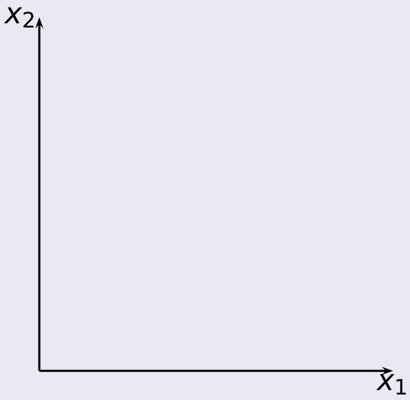
Isoquanta

definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade $y^0 \geq 0$ de produto é o conjunto das combinações entre x_1 e x_2 tais que $f(x_1, x_2) = y^0$, ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

Representação gráfica



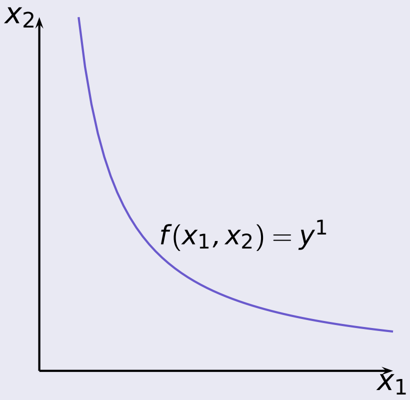
Isoquanta

definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade $y^0 \geq 0$ de produto é o conjunto das combinações entre x_1 e x_2 tais que $f(x_1, x_2) = y^0$, ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

Representação gráfica



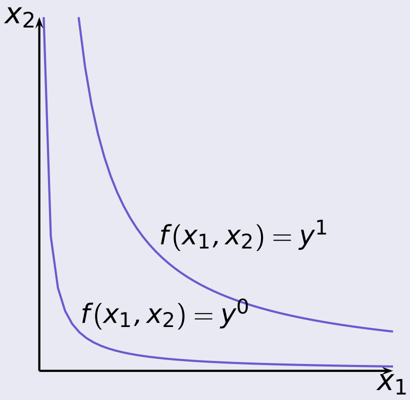
Isoquanta

definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade $y^0 \geq 0$ de produto é o conjunto das combinações entre x_1 e x_2 tais que $f(x_1, x_2) = y^0$, ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

Representação gráfica



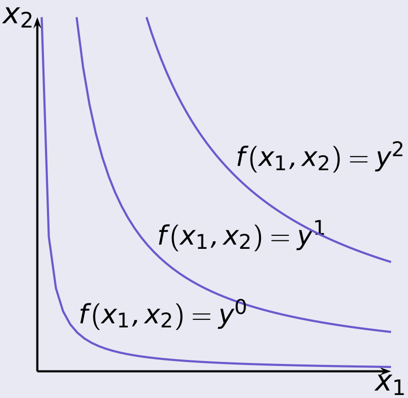
Isoquanta

definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade $y^0 \geq 0$ de produto é o conjunto das combinações entre x_1 e x_2 tais que $f(x_1, x_2) = y^0$, ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

Representação gráfica



Taxa Marginal de Substituição Técnica

Definição:

A taxa marginal de substituição técnica (*TMST*) entre os bens 1 e 2 é definida por

$$TMST(x_1, x_2) = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \left.\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}\right|_{f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2)=f(x_1,x_2)}$$

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Definição:

A taxa marginal de substituição técnica (*TMST*) entre os bens 1 e 2 é definida por

$$
\begin{aligned}
TMST(x_1, x_2) &= \lim_{\Delta x_1 \to 0} \left.\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}\right|_{f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2)=f(x_1,x_2)} \\
&= \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{dy=0}
\end{aligned}
$$

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Definição:

A taxa marginal de substituição técnica (*TMST*) entre os bens 1 e 2 é definida por

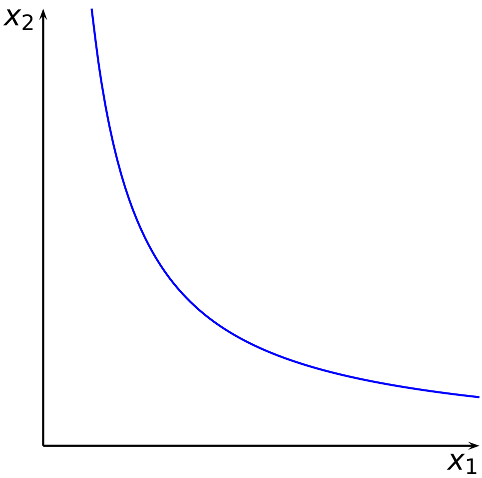
$$
\begin{aligned}
TMST(x_1, x_2) &= \lim_{\Delta x_1 \to 0} \left.\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}\right|_{f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2)=f(x_1,x_2)} \\
&= \left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{dy=0}
\end{aligned}
$$

TMST e produtividades marginais

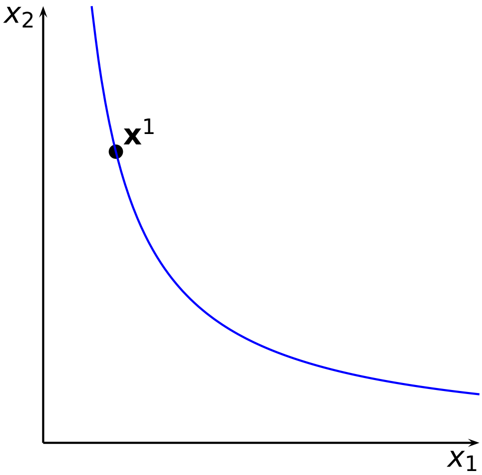
Não é difícil mostrar que

$$TMST = -\frac{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_2} = -\frac{PMg_1}{PMg_2}.$$

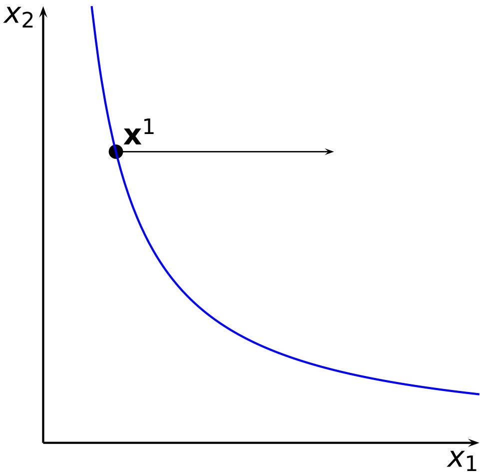
TMST – Interpretação gráfica



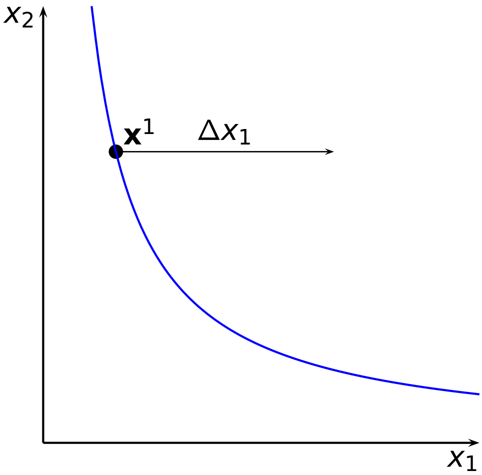
TMST – Interpretação gráfica



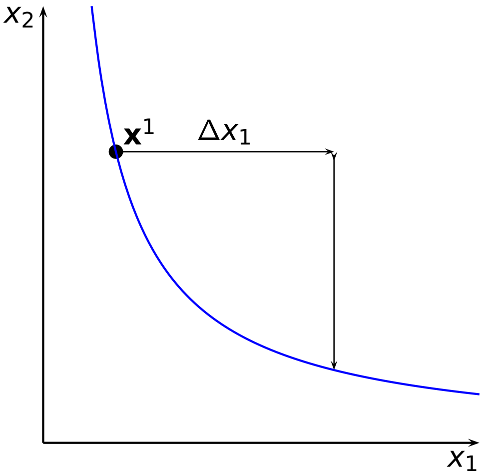
TMST – Interpretação gráfica



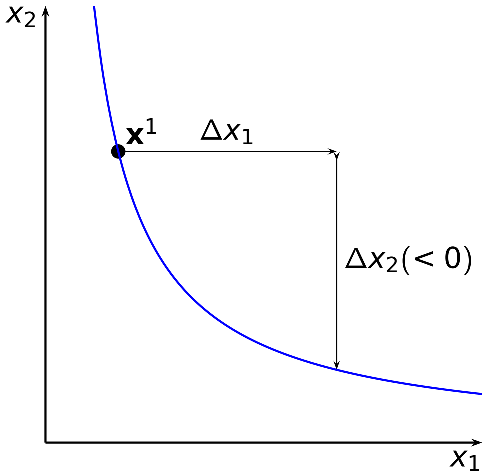
TMST – Interpretação gráfica



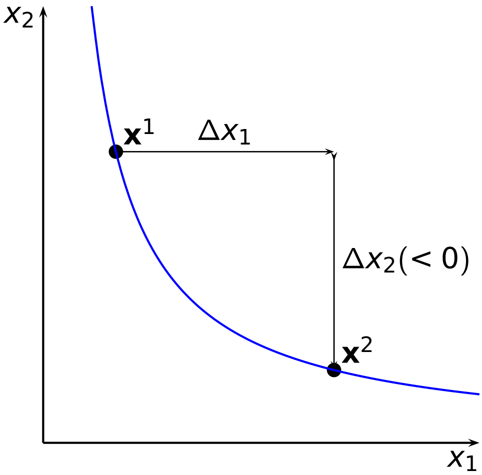
TMST – Interpretação gráfica



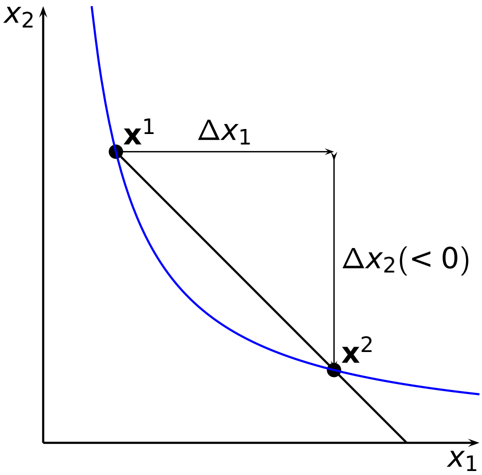
TMST – Interpretação gráfica



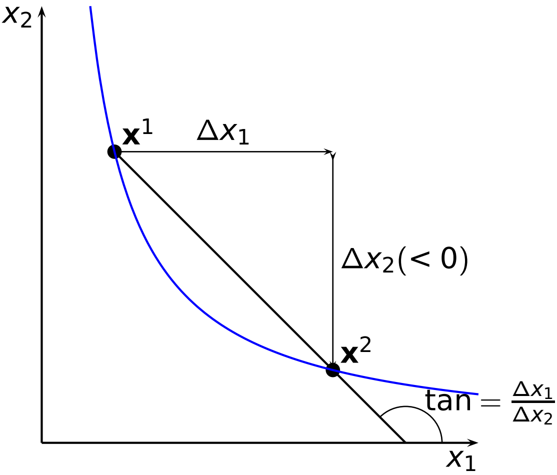
TMST – Interpretação gráfica



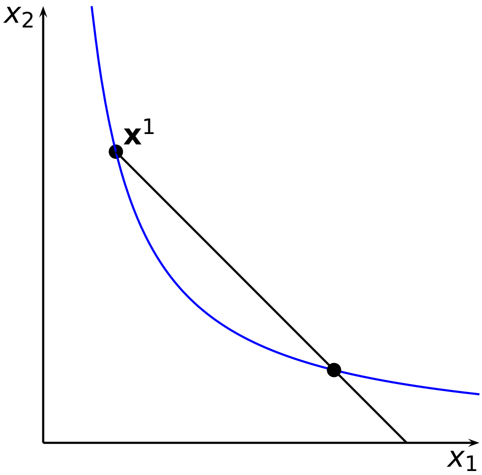
TMST – Interpretação gráfica



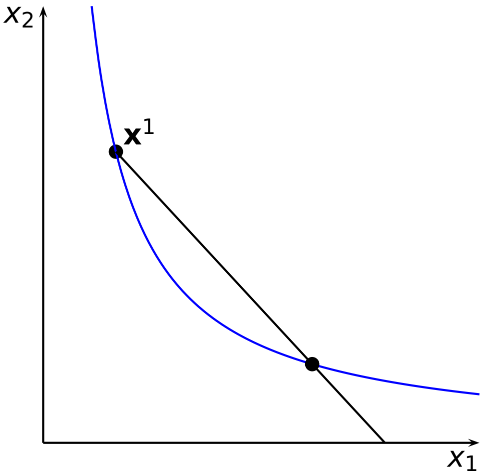
TMST – Interpretação gráfica



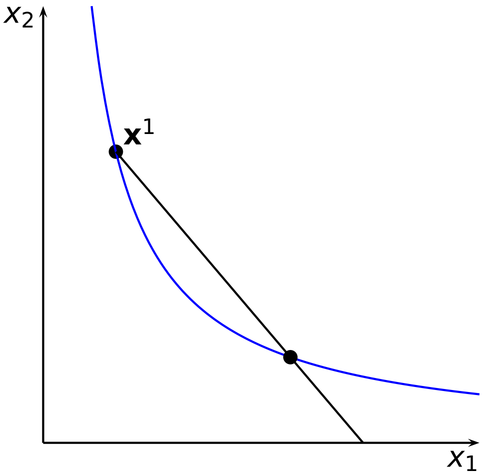
TMST – Interpretação gráfica



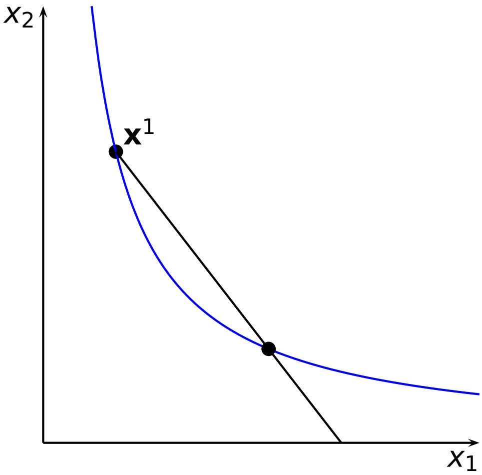
TMST – Interpretação gráfica



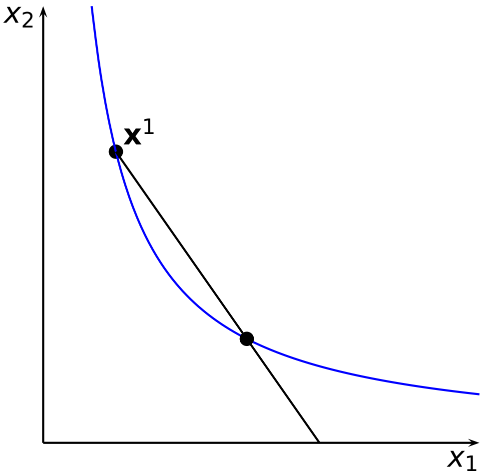
TMST – Interpretação gráfica



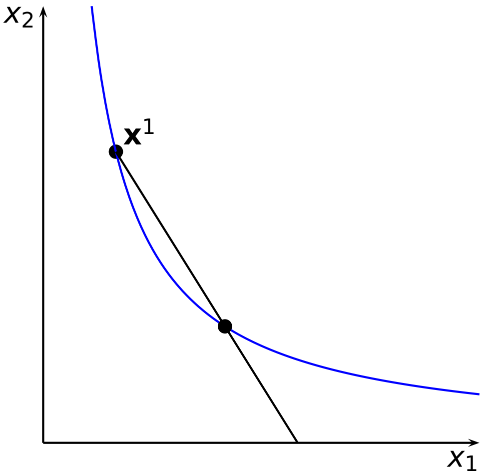
TMST – Interpretação gráfica



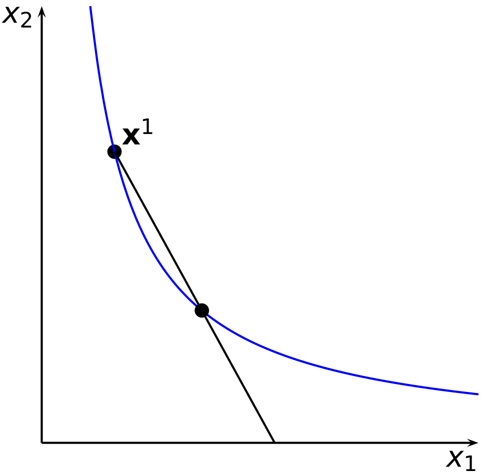
TMST – Interpretação gráfica



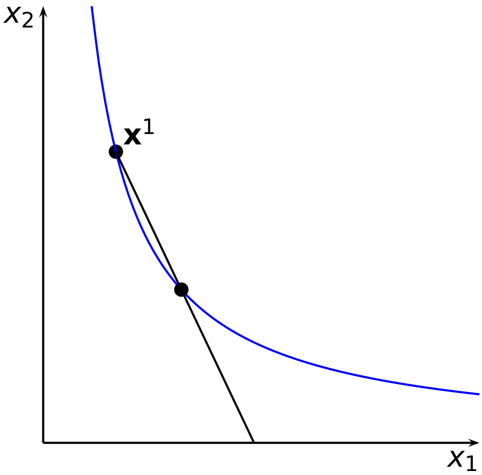
TMST – Interpretação gráfica



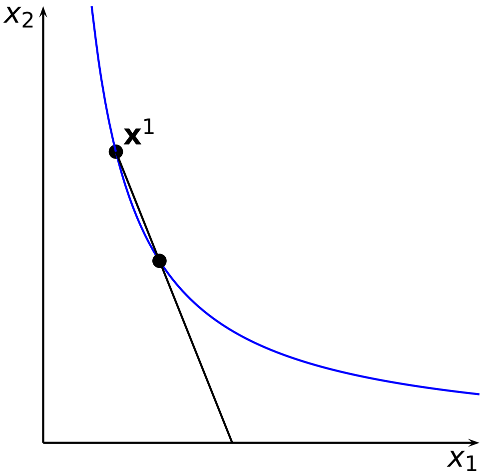
TMST – Interpretação gráfica



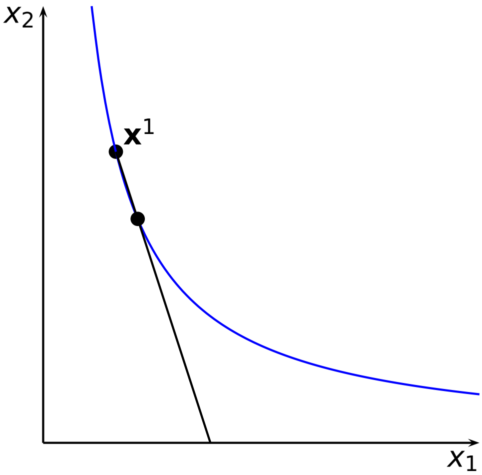
TMST – Interpretação gráfica



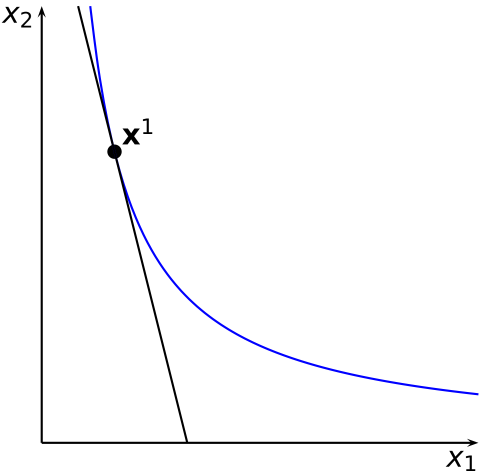
TMST – Interpretação gráfica



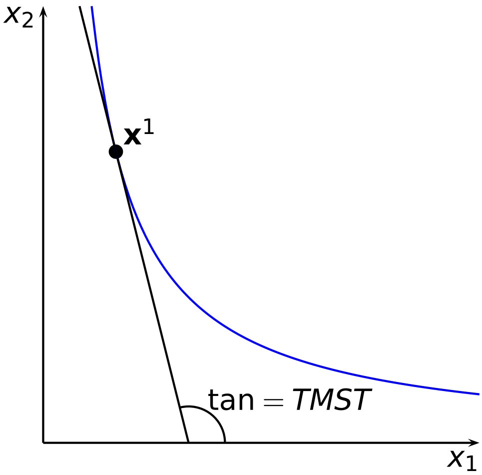
TMST – Interpretação gráfica



TMS – Interpretação gráfica



TMS – Interpretação gráfica



4 exemplos:

1. $f(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$ (função de produção Cobb-Douglas).

4 exemplos:

1. $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$ (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1}$$

2. $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$ (complementos perfeitos na produção)

4 exemplos:

1. $f(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$ (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1}$$

2. $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$ (complementos perfeitos na produção)

$$TMST = \begin{cases} 0 & \text{caso } x_1 > ax_2 \end{cases}$$

4 exemplos:

1. $f(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$ (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1}$$

2. $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$ (complementos perfeitos na produção)

$$TMST = \begin{cases} 0 & \text{caso } x_1 > ax_2 \\ \text{indefinida} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

4 exemplos:

1. $f(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$ (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha}{\beta}\frac{x_2}{x_1}$$

2. $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$ (complementos perfeitos na produção)

$$TMST = \begin{cases} 0 & \text{caso } x_1 > ax_2 \\ \text{indefinida} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

4 exemplos (continuação):

3. $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$ (substitutos perfeitos na produção)

4 exemplos (continuação):

3. $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$ (substitutos perfeitos na produção)

$$TMST = -a$$

4 exemplos (continuação):

3. $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$ (substitutos perfeitos na produção)
$$TMST = -a$$

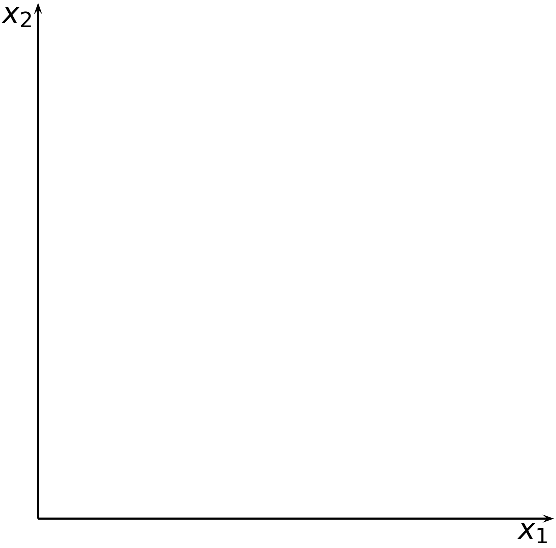
4. $f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$, $0 < a < 1$ e $A > 0$, (função de produção CES)

4 exemplos (continuação):

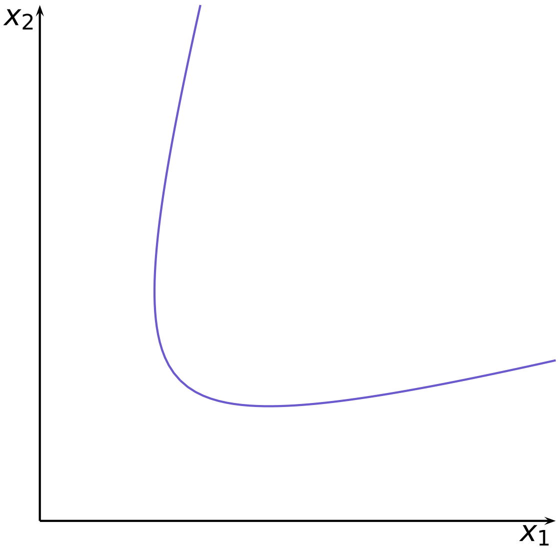
3. $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$ (substitutos perfeitos na produção)
$$TMST = -a$$

4. $f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$, $0 < a < 1$ e $A > 0$, (função de produção CES)
$$TMST = -\frac{a}{1-a}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho}$$

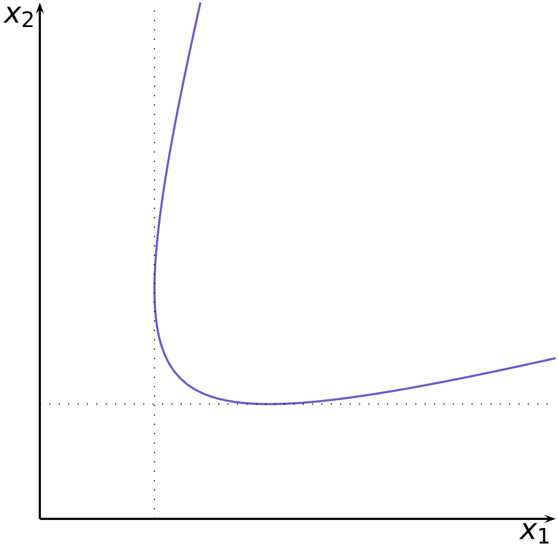
Região econômica de produção



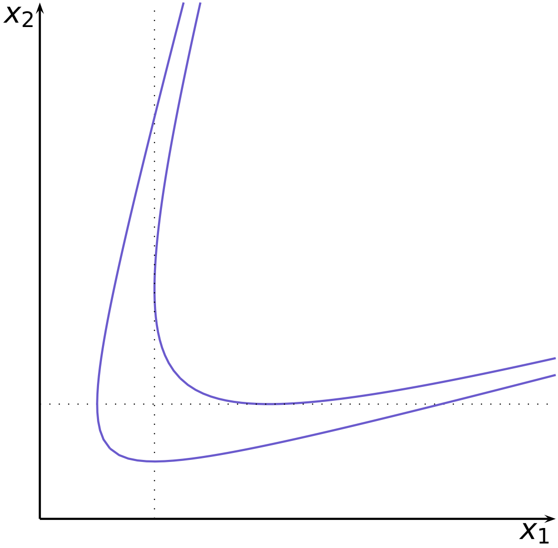
Região econômica de produção



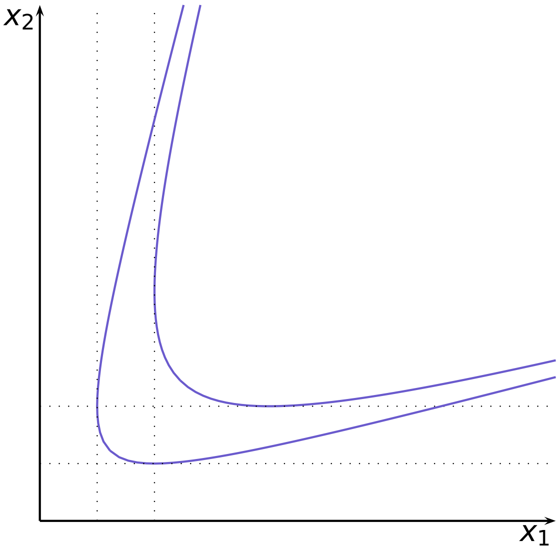
Região econômica de produção



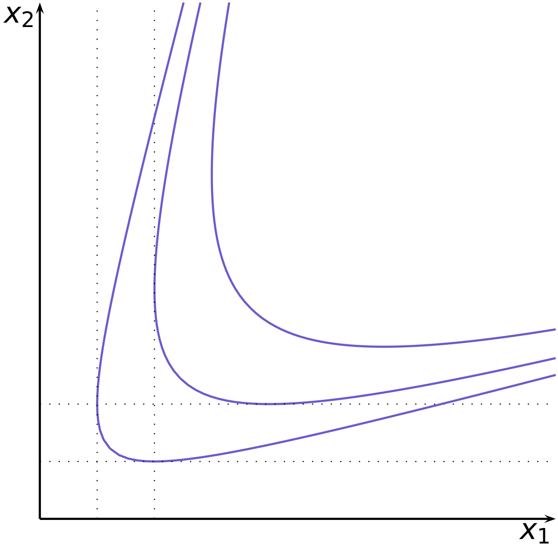
Região econômica de produção



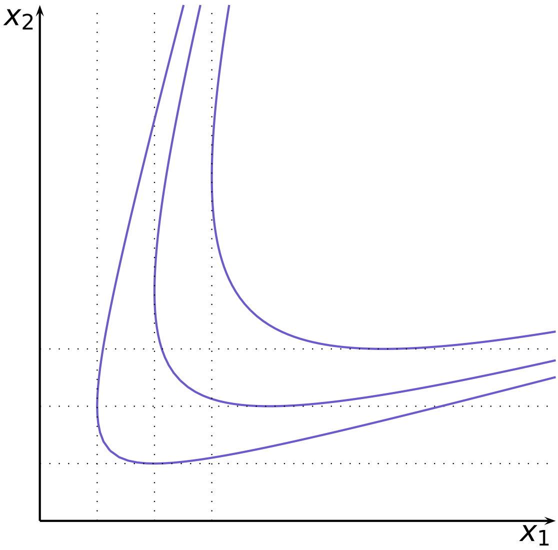
Região econômica de produção



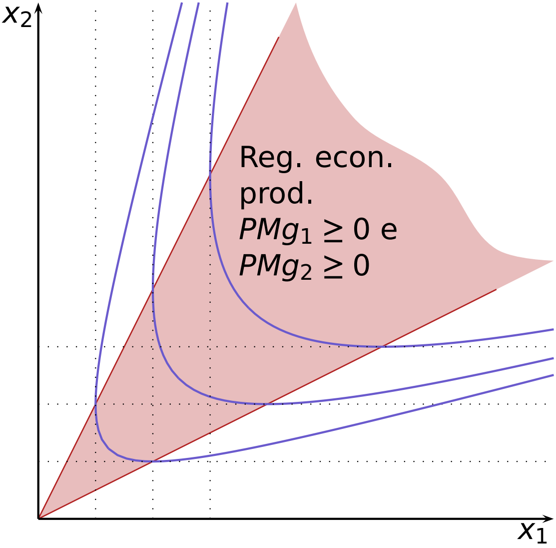
Região econômica de produção



Região econômica de produção



Região econômica de produção



Rendimentos de escala - definições

1. Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos constantes de escala caso, dado $t > 0$

$$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2)$$

Rendimentos de escala - definições

1. Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos constantes de escala caso, dado $t > 0$

$$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2)$$

2. Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos crescentes de escala caso, dado $t > 0$

$$\frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{t\,f(x_1, x_2) - f(x_1, x_2)} > 1$$

Rendimentos de escala - definições

1. Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos constantes de escala caso, dado $t > 0$

$$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2)$$

2. Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos crescentes de escala caso, dado $t > 0$

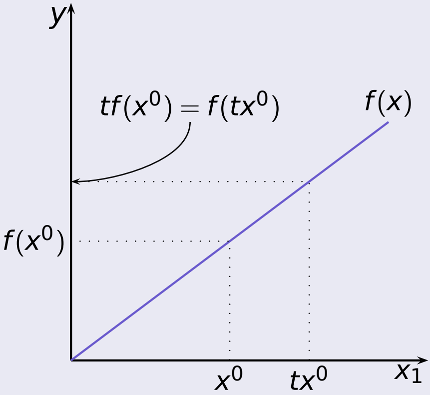
$$\frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{t\,f(x_1, x_2) - f(x_1, x_2)} > 1$$

3. Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos decrescentes de escala caso, dado $t > 0$

$$\frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{t\,f(x_1, x_2) - f(x_1, x_2)} < 1$$

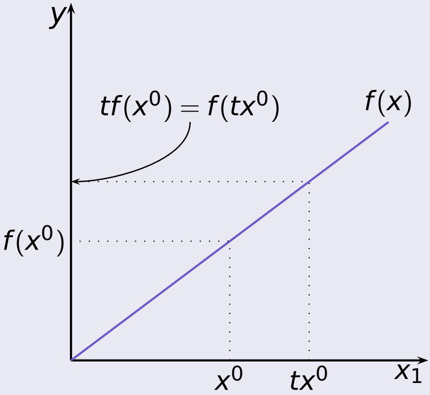
Rendimentos constantes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

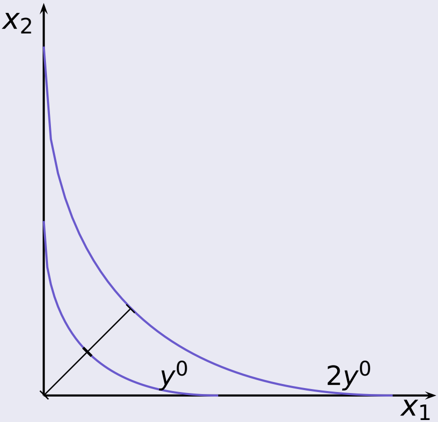


Rendimentos constantes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

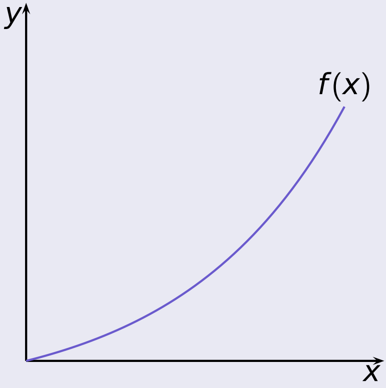


2 fatores de produção

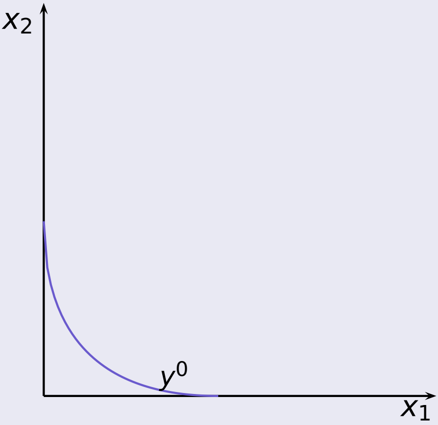


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

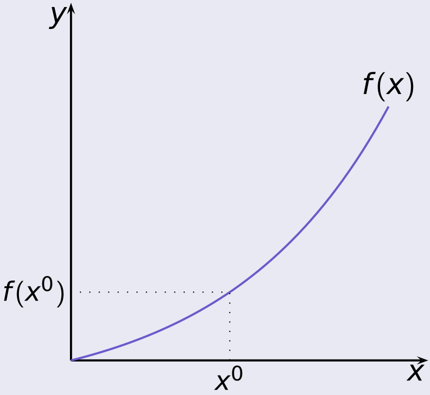


2 fatores de produção

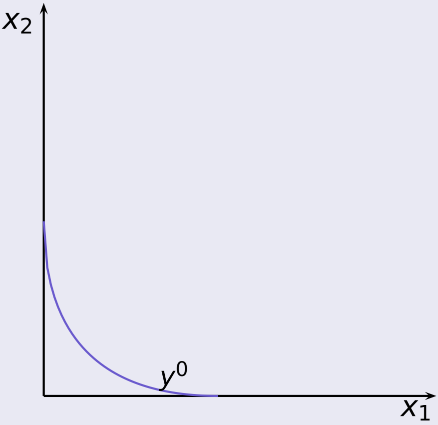


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção



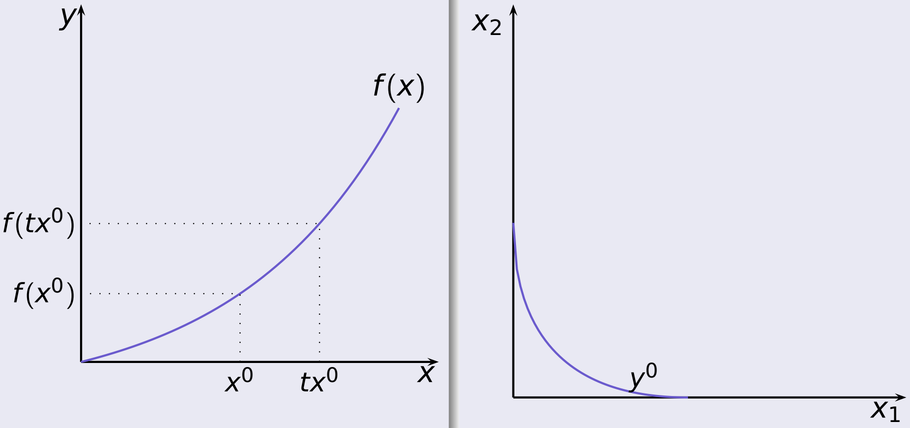
2 fatores de produção



Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

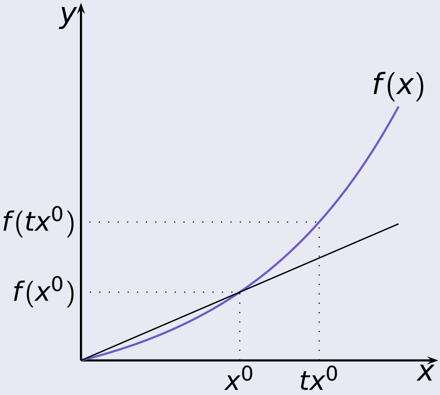
1 fator de produção

2 fatores de produção

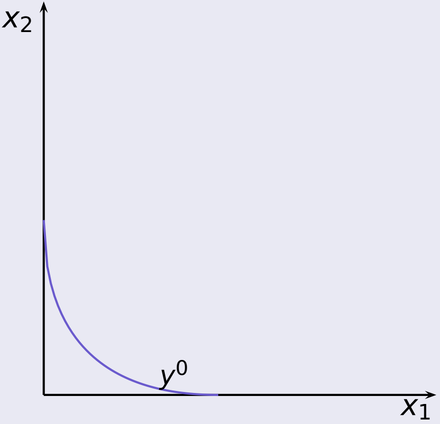


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

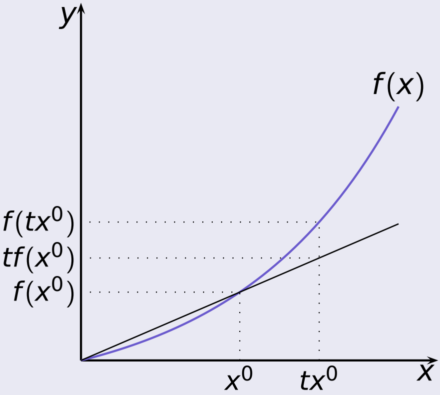


2 fatores de produção

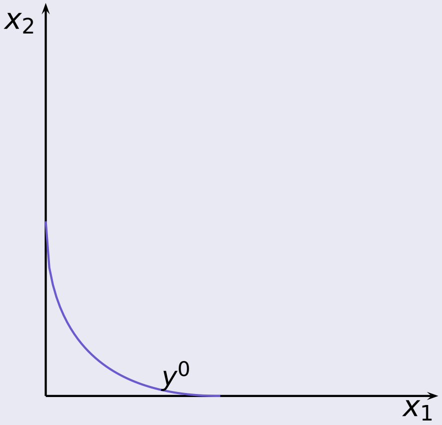


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

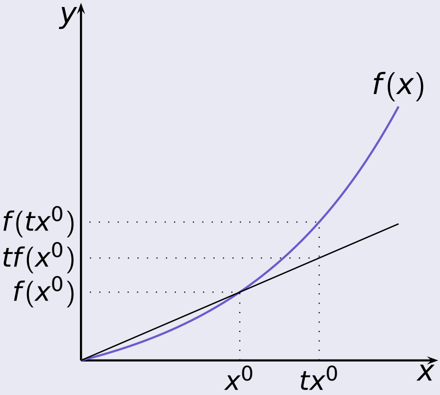


2 fatores de produção

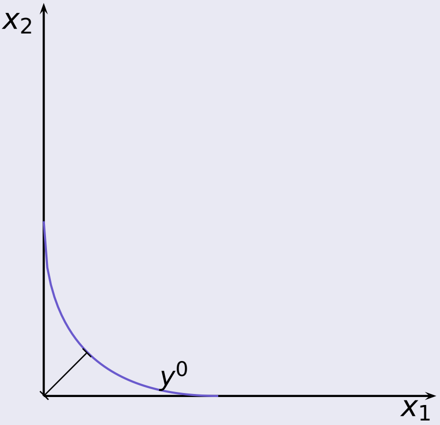


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

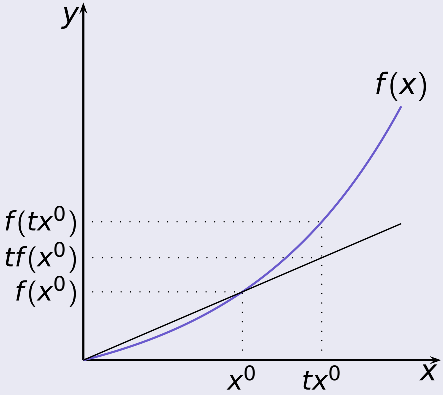


2 fatores de produção

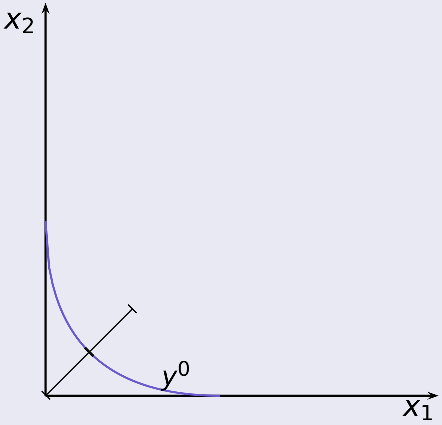


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

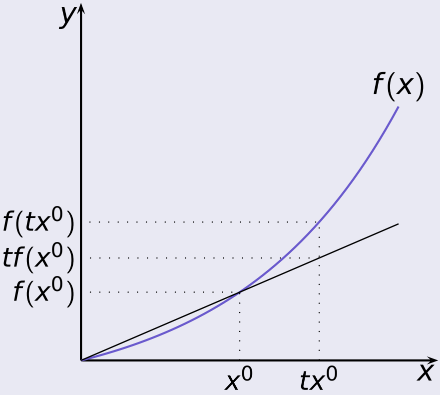


2 fatores de produção

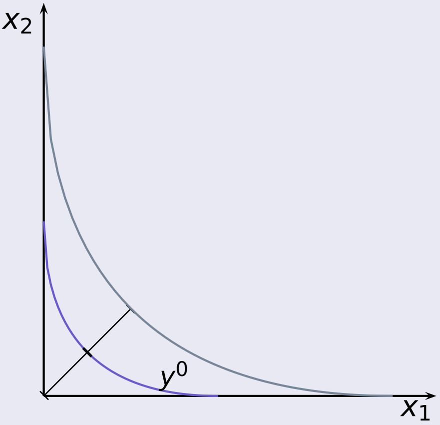


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

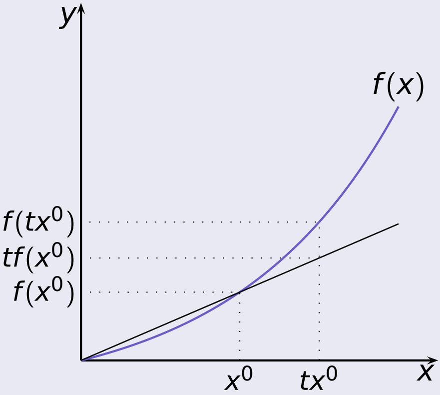


2 fatores de produção

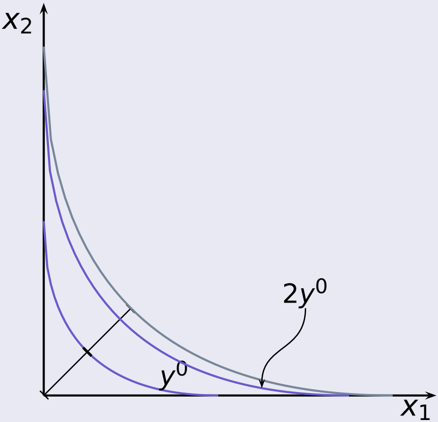


Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

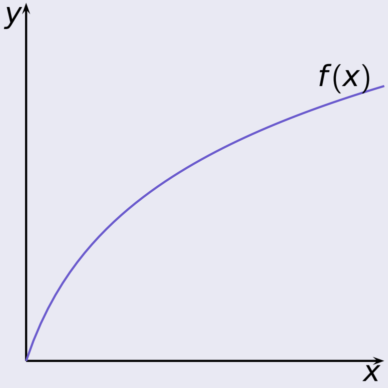


2 fatores de produção

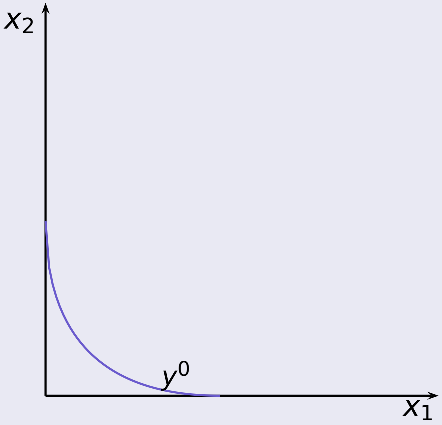


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

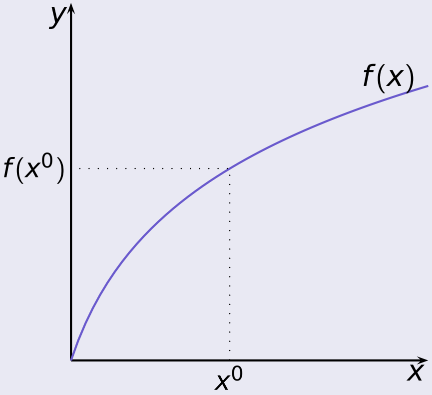


2 fatores de produção

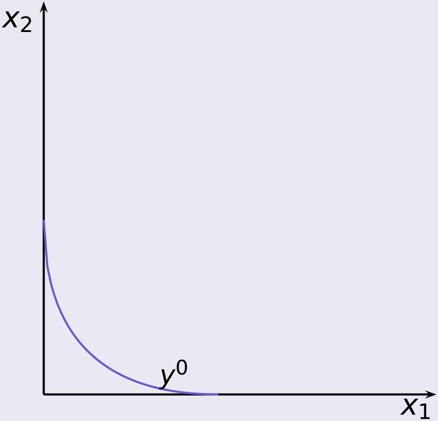


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

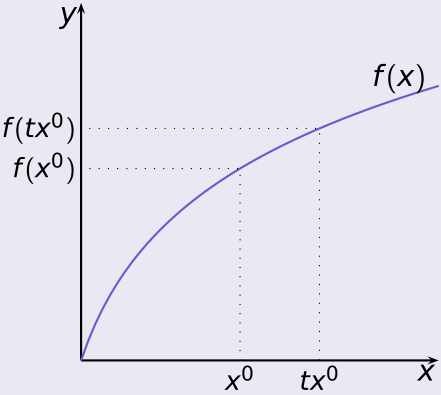


2 fatores de produção

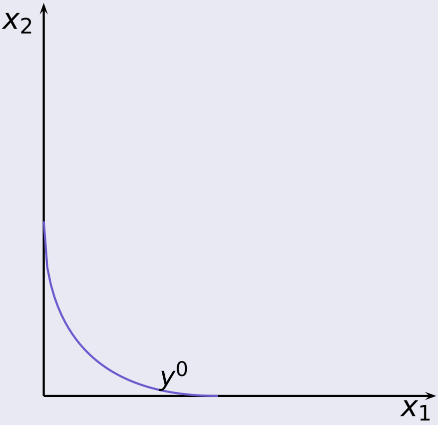


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

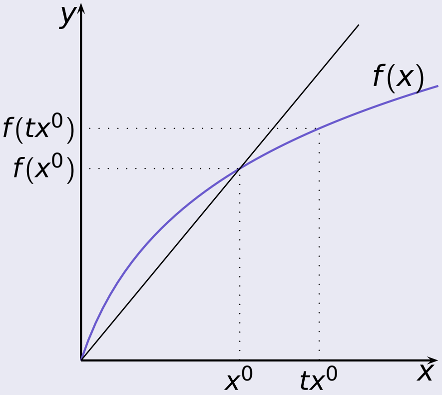


2 fatores de produção

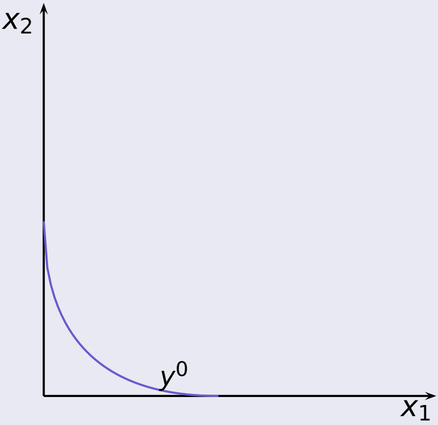


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

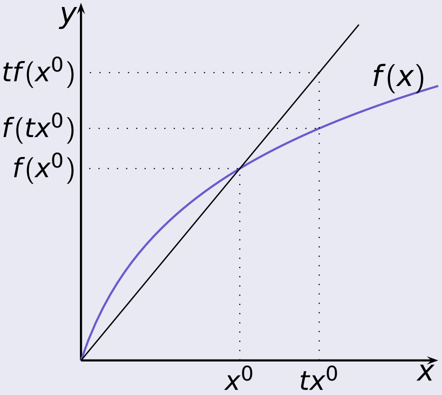


2 fatores de produção

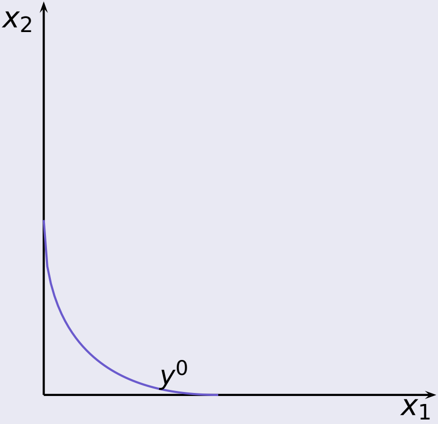


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

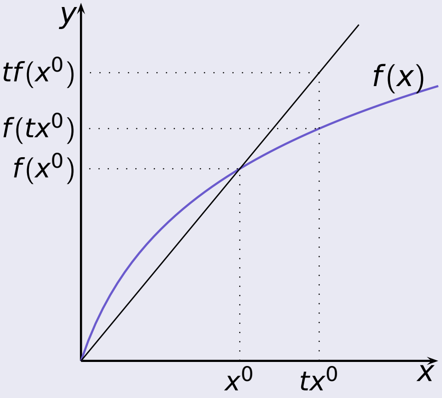


2 fatores de produção

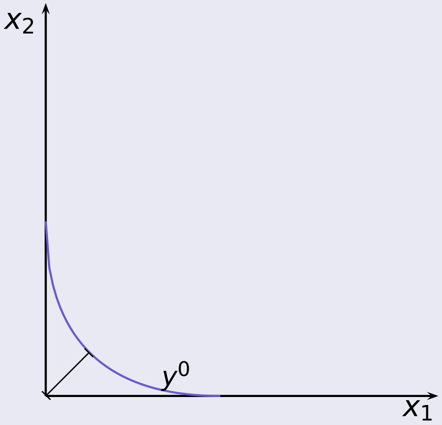


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

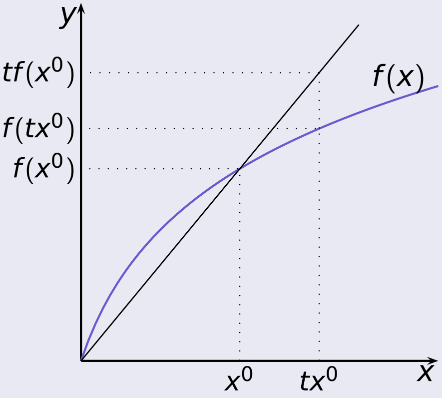


2 fatores de produção

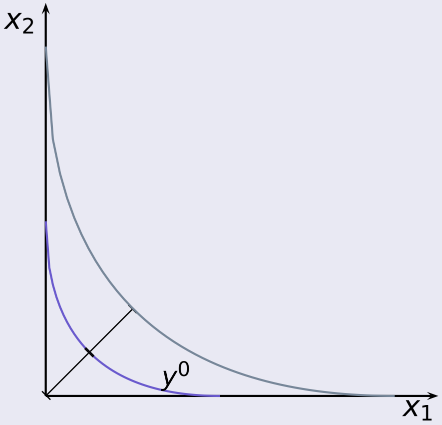


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

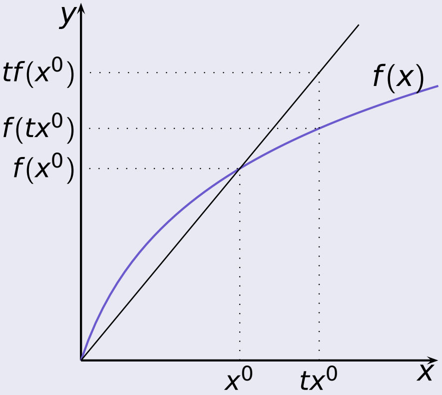


2 fatores de produção

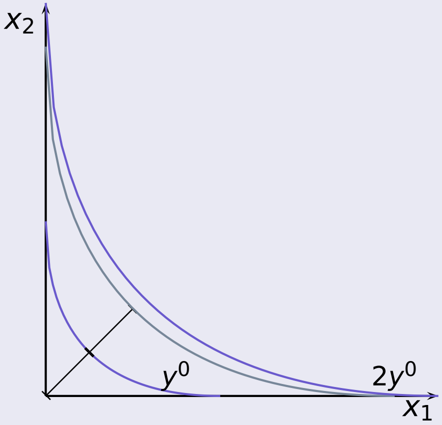


Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção



2 fatores de produção



Funções de produção homogêneas

Definição

Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ é homogênea de grau k caso, para qualquer $t > 0$ e quaisquer x_1, x_2 tenhamos

$$f(tx_1, tx_2) = t^k f(x_1, x_2).$$

Funções de produção homogêneas

Definição

Uma função de produção $f(x_1, x_2)$ é homogênea de grau k caso, para qualquer $t > 0$ e quaisquer x_1, x_2 tenhamos

$$f(tx_1, tx_2) = t^k f(x_1, x_2).$$

Homogeneidade e rendimentos de escala

Se uma função de produção é homogênea de grau k, então ela exibirá retornos crescentes de escala caso $k > 1$, retornos constantes de escala caso $k = 1$ e retornos decrescentes de escala caso $k < 1$.

Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^b$$

Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^b = t^{a+b} x_1^a x_2^b$$

Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^b = t^{a+b} x_1^a x_2^b = t^{a+b} f(x_1, x_2)$$

Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^b = t^{a+b} x_1^a x_2^b = t^{a+b} f(x_1, x_2)$$

A função de produção Cobb-Douglas é homogênea de grau $a + b$ e exibirá rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala caso, respectivamente, $a + b > 1$, $a + b = 1$ ou $a + b < 1$.

Função de produção CES

$$f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

Função de produção CES

$$f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$f(tx_1, tx_2) = A\left[a(tx_1)^{\rho} + (1-a)(tx_2)^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

Função de produção CES

$$f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= A\left[a(tx_1)^{\rho} + (1-a)(tx_2)^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \\ &= A\left[a\,t^{\rho}x_1^{\rho} + (1-a)t^{\rho}x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \end{aligned}$$

Função de produção CES

$$f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= A\left[a(tx_1)^{\rho} + (1-a)(tx_2)^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \\ &= A\left[a\,t^{\rho}x_1^{\rho} + (1-a)t^{\rho}x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \\ &= A\left\{t^{\rho}\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]\right\}^{\frac{1}{\rho}} \end{aligned}$$

Função de produção CES

$$f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= A\left[a(tx_1)^{\rho} + (1-a)(tx_2)^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \\ &= A\left[a\,t^{\rho}x_1^{\rho} + (1-a)t^{\rho}x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \\ &= A\left\{t^{\rho}\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]\right\}^{\frac{1}{\rho}} \\ &= tA\left[ax_1^{\rho} + (1-a)x_2^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} \end{aligned}$$

Função de produção CES

$$f(x_1, x_2) = A\left[ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$\begin{aligned}
f(tx_1, tx_2) &= A\left[a(tx_1)^\rho + (1-a)(tx_2)^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}} \\
&= A\left[a\,t^\rho x_1^\rho + (1-a)t^\rho x_2^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}} \\
&= A\left\{t^\rho\left[ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho\right]\right\}^{\frac{1}{\rho}} \\
&= tA\left[ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho\right]^{\frac{1}{\rho}} \\
&= tf(x_1, x_2)
\end{aligned}$$

A função de produção CES é homogênea de grau 1.

O Teorema de Euler

Se uma função de produção $f(x_1, x_2)$ é homogênea de grau k então

$$x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = kf(x_1, x_2),$$

O Teorema de Euler

Se uma função de produção $f(x_1, x_2)$ é homogênea de grau k então

$$x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = kf(x_1, x_2),$$

ou, em termos de produtos marginais,

$$x_1 PMg_{x_1} + x_2 PMg_{x_2} = kf(x_1, x_2).$$

O Teorema de Euler

Se uma função de produção $f(x_1, x_2)$ é homogênea de grau k então

$$x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = kf(x_1, x_2),$$

ou, em termos de produtos marginais,

$$x_1 PMg_{x_1} + x_2 PMg_{x_2} = kf(x_1, x_2).$$

Ou, em termos de produtos médios e marginais,

$$\frac{PMg_{x_1}}{PM_{x_1}} + \frac{PMg_{x_2}}{PM_{x_2}} = k$$

Uma medida local para rendimentos de escala

Note que a função de produção $f(x_1, x_2)$ apresenta rendimentos crescentes, constantes ou descrescentes de escala no ponto $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$, caso para $t > 0$ a fração

$$\frac{f(t\hat{x}_1, t\hat{x}_2) - f(\hat{x}_1, \hat{x}_2)}{t f(\hat{x}_1, \hat{x}_2) - f(\hat{x}_1, \hat{x}_2)} = \frac{f(t\hat{x}_1, t\hat{x}_2) - f(\hat{x}_1, \hat{x}_2)}{(t-1)f(\hat{x}_1, \hat{x}_2)}$$

seja, respectivamente maior, igual ou menor do que zero. Para determinarmos como se comporta localmente $f(x_1, x_2)$ em termos de rendimentos crescentes de escala, devemos calcular o limite dessa fração quando $t \to 1$

Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\lim_{t\to 1} \frac{f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})}{(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})}$$

Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\lim_{t\to 1} \frac{f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})}{(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})} =$$

$$\lim_{t\to 1} \frac{\frac{d}{dt}\left[f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})\right]}{\frac{d}{dt}\left[(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})\right]} =$$

Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\lim_{t\to 1} \frac{f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})}{(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})} =$$

$$\lim_{t\to 1} \frac{\frac{d}{dt}\left[f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})\right]}{\frac{d}{dt}\left[(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})\right]} =$$

$$\lim_{t\to 1} \frac{\hat{x_1}\frac{\partial f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2})}{\partial x_1} + \hat{x_2}\frac{\partial f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2})}{\partial x_2}}{f(\hat{x_1}, \hat{x_2})} =$$

Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\lim_{t\to 1} \frac{f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})}{(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})} =$$

$$\lim_{t\to 1} \frac{\frac{d}{dt}\left[f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2}) - f(\hat{x_1}, \hat{x_2})\right]}{\frac{d}{dt}\left[(t-1)f(\hat{x_1}, \hat{x_2})\right]} =$$

$$\lim_{t\to 1} \frac{\hat{x_1}\frac{\partial f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2})}{\partial x_1} + \hat{x_2}\frac{\partial f(t\hat{x_1}, t\hat{x_2})}{\partial x_2}}{f(\hat{x_1}, \hat{x_2})} =$$

$$\frac{PMg_{x_1}}{PMe_{x_1}} + \frac{PMg_{x_2}}{PMe_{x_2}}$$

Sumário

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala.

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala.

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala. V

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala. V
2. Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise.

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala. V
2. Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise. F

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala. V
2. Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise. F
3. A convexidade das isoquantas implica que a taxa marginal de substituição técnica entre os bens seja decrescente.

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala. V
2. Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise. F
3. A convexidade das isoquantas implica que a taxa marginal de substituição técnica entre os bens seja decrescente. V

ANPEC 2005 – Questão 05

Com respeito à teoria da produção, avalie as afirmativas:

0. Uma função de produção caracterizada por rendimentos marginais decrescentes dos fatores capital e trabalho não pode apresentar retornos crescentes de escala. F
1. Uma função de produção de proporções fixas apresenta retornos constantes de escala. V
2. Da mesma forma que para as funções de utilidade, operar transformações monotônicas crescentes nas funções de produção não altera os resultados da análise. F
3. A convexidade das isoquantas implica que a taxa marginal de substituição técnica entre os bens seja decrescente. V

ANPEC 2005 – Questão 05 – continuação.

4. Considere que para um baixo nível de utilização de um fator variável, seu produto marginal seja positivo e crescente. Se a partir de um certo ponto este fator apresentar produto marginal positivo e decrescente, então, a partir deste mesmo ponto, o produto médio do fator também será decrescente.

ANPEC 2005 – Questão 05 – continuação.

4. Considere que para um baixo nível de utilização de um fator variável, seu produto marginal seja positivo e crescente. Se a partir de um certo ponto este fator apresentar produto marginal positivo e decrescente, então, a partir deste mesmo ponto, o produto médio do fator também será decrescente. F

ANPEC 2001 – Questão 03

Em relação à teoria da produção pode-se afirmar que:

0. Se uma firma utiliza apenas dois fatores, que são substitutos perfeitos, pode-se concluir que a função de produção dessa firma apresenta retornos constantes de escala.

ANPEC 2001 – Questão 03

Em relação à teoria da produção pode-se afirmar que:

0. Se uma firma utiliza apenas dois fatores, que são substitutos perfeitos, pode-se concluir que a função de produção dessa firma apresenta retornos constantes de escala. F

ANPEC 2001 – Questão 03

Em relação à teoria da produção pode-se afirmar que:

0. Se uma firma utiliza apenas dois fatores, que são substitutos perfeitos, pode-se concluir que a função de produção dessa firma apresenta retornos constantes de escala. F
1. A hipótese de livre disponibilidade de fatores implica que, para qualquer fator produtivo, a produtividade marginal é não negativa.

ANPEC 2001 – Questão 03

Em relação à teoria da produção pode-se afirmar que:

0. Se uma firma utiliza apenas dois fatores, que são substitutos perfeitos, pode-se concluir que a função de produção dessa firma apresenta retornos constantes de escala. F
1. A hipótese de livre disponibilidade de fatores implica que, para qualquer fator produtivo, a produtividade marginal é não negativa. V

ANPEC 2001 – Questão 03

Em relação à teoria da produção pode-se afirmar que:

0. Se uma firma utiliza apenas dois fatores, que são substitutos perfeitos, pode-se concluir que a função de produção dessa firma apresenta retornos constantes de escala. F
1. A hipótese de livre disponibilidade de fatores implica que, para qualquer fator produtivo, a produtividade marginal é não negativa. V

ANPEC 2001 – Questão 03

2. Para uma firma, cuja função de produção é $F(K,L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados.

ANPEC 2001 – Questão 03

2. Para uma firma, cuja função de produção é $F(K, L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados. V

ANPEC 2001 – Questão 03

2. Para uma firma, cuja função de produção é $F(K,L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados. V
3. Na função de produção $F(K,L) = [K^a + L^a]^b$, em que a e b são constantes positivas, a taxa marginal de substituição técnica entre K e L é decrescente para qualquer valor de b, se o parâmetro a for inferior à unidade.

ANPEC 2001 – Questão 03

2. Para uma firma, cuja função de produção é $F(K,L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados. V
3. Na função de produção $F(K,L) = [K^a + L^a]^b$, em que a e b são constantes positivas, a taxa marginal de substituição técnica entre K e L é decrescente para qualquer valor de b, se o parâmetro a for inferior à unidade. V

ANPEC 2001 – Questão 03

2. Para uma firma, cuja função de produção é $F(K, L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados. V
3. Na função de produção $F(K, L) = [K^a + L^a]^b$, em que a e b são constantes positivas, a taxa marginal de substituição técnica entre K e L é decrescente para qualquer valor de b, se o parâmetro a for inferior à unidade. V
4. Para a firma que trabalha com uma tecnologia do tipo $F(K, L) = K + \min\{K, L\}$, as isoquantas são formadas por segmentos que formam um ângulo reto.

ANPEC 2001 – Questão 03

2. Para uma firma, cuja função de produção é $F(K, L) = K^{1/2} + L^2$, os retornos de escala são diferentes, dependendo da proporção em que os fatores K e L são utilizados. V
3. Na função de produção $F(K, L) = [K^a + L^a]^b$, em que a e b são constantes positivas, a taxa marginal de substituição técnica entre K e L é decrescente para qualquer valor de b, se o parâmetro a for inferior à unidade. V
4. Para a firma que trabalha com uma tecnologia do tipo $F(K, L) = K + \min\{K, L\}$, as isoquantas são formadas por segmentos que formam um ângulo reto. F