



## **EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2007**

### **PROVA DE ESTATÍSTICA**

**1º Dia: 18/10/2006 - QUARTA FEIRA  
HORÁRIO: 10h30 às 12h 45 (horário de Brasília)**

## Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **quinze** questões objetivas.
2. Caso o **CADERNO** esteja incompleto ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao fiscal de sala mais próximo que o substitua.
3. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de  $\frac{1}{n}$  ponto, em que  $n$  é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
4. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outros(as) candidatos(as).
5. A duração da prova é de **duas horas e quinze minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação – que será feita no decorrer das provas – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
6. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora ou qualquer material de consulta.
7. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções, na **FOLHA DE RASCUNHO** e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
8. Só será permitida a saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **a partir de 1 hora e 15 minutos após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

### AGENDA

---

- **26/10/2006** – A partir das 20h, divulgação dos **gabaritos** das provas objetivas, nos endereços: <http://www.unb.br/face/eco/anpec2007> e <http://www.anpec.org.br>
  - **26 a 28/10/2006** – Recursos identificados pelo autor serão aceitos a partir do dia 26 até às 20h do dia 28/10 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
  - **16/11/2006** – Entrega do **resultado** da parte objetiva do Exame aos Centros.
  - **17/11/2006** – Divulgação do **resultado** pela Internet, nos *sites* acima citados.
  - **24/11/2006** – Início do envio da confirmação de aceite pelos candidatos.
  - **27/11/2006** – Último dia para os candidatos confirmarem se aceitam ou não o Centro para o qual foram convidados.
- 

### OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
  - É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
-

- Nas questões de **1 a 12**, marque, de acordo como o comando de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V**; itens **FALSOS** na coluna **F**.
- Nas questões **13 a 15**, marque, de acordo com o comando: o algarismo das **DEZENAS** na coluna **D**; o algarismo das **UNIDADES** na coluna **U**. O algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.
- Use a **FOLHA DE RASCUNHO** para as devidas marcações e, posteriormente, a **FOLHA DE RESPOSTAS**.

### QUESTÃO 01

Sejam  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  três variáveis aleatórias. Julgue as proposições:

- Ⓐ  $E(E(Y|X)) = E(X)$ .
- Ⓑ Se  $Y = cX$ , então  $\text{Var}(Y) = c^2 \text{Var}(X)$ .
- Ⓒ  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y)$ .
- Ⓓ Se  $Z = X^2 + Y$ , então  $E(Z|X) = 0$ .
- Ⓔ Se  $Z = X^2 + Y$ , então  $E(ZX) = 0$ .

### QUESTÃO 02

Considere uma amostra aleatória de  $n$  variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , normalmente distribuídas com média

$\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Sejam  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  e  $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ . É correto afirmar que:

- Ⓐ  $\bar{x}$  e  $s^2$  são estimadores de máxima verossimilhança de  $\mu$  e  $\sigma^2$ , respectivamente.
- Ⓑ  $\bar{x}$  e  $s^2$  são não viesados.
- Ⓒ  $\bar{x}$  e  $s^2$  são consistentes.
- Ⓓ Apenas  $\bar{x}$  é consistente.
- Ⓔ Apenas  $\bar{x}$  é não viesado.

### QUESTÃO 03

Considere o modelo autorregressivo de primeira ordem, AR(1), definido por

$$Y_t = a + bY_{t-1} + u_t,$$

em que  $a$  e  $b$  são parâmetros e  $\{u_t\}$  é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e igualmente distribuídas, com média nula e variância  $\sigma^2$ . Suponha que  $|b| < 1$ . A previsão  $n$  passos-à-frente para a variável  $Y$  convergirá para

- Ⓐ  $a$ .
- Ⓑ a média de  $u_t$ .
- Ⓒ  $\frac{a}{1-b}$ .
- Ⓓ  $E(Y_t)$ .
- Ⓔ  $\infty$ .

## QUESTÃO 04

Considere o modelo de regressão múltipla:  $M_t = \alpha + \beta_1 Y_t^* + \beta_2 R_t^* + u_t$ , em que  $M_t$  é a demanda real por moeda,  $Y_t^*$  é a renda real esperada,  $R_t^*$  é a taxa de juros esperada e  $u_t$  é o erro aleatório com média zero e variância constante. Nem  $Y_t^*$ , nem  $R_t^*$  são observáveis, mas podem ser construídas da seguinte forma:

$$Y_t^* = \gamma_1 Y_{t-1}^* + (1 - \gamma_1) Y_{t-1}, \quad 0 < \gamma_1 < 1$$

$$R_t^* = \gamma_2 R_{t-1}^* + (1 - \gamma_2) R_{t-1}, \quad 0 < \gamma_2 < 1$$

Seja  $L$  o operador defasagem tal que  $LX_t = X_{t-1}$ .  $Y_t$  e  $R_t$  são a renda real e a taxa de juros observadas no instante  $t$ . É correto afirmar que:

Ⓒ O modelo, em sua versão observável, é:  $M_t = \alpha + \frac{\beta_1(1-\gamma_1)}{1-\gamma_1 L} Y_{t-1} + \frac{\beta_2(1-\gamma_2)}{1-\gamma_2 L} R_{t-1} + u_t$ .

- Ⓐ É necessária uma técnica de estimação não linear para o modelo observável.
- Ⓑ O modelo é linear nos parâmetros. Portanto, a técnica de mínimos quadrados ordinários deve ser utilizada para a estimação.
- Ⓒ O modelo observável apresenta erros autocorrelacionados.
- Ⓓ O modelo observável apresenta heterocedasticidade.

---

## QUESTÃO 05

Considere os seguintes modelos para taxa de juros de determinado país

Modelo I: 
$$\begin{aligned} i_t &= \alpha_0 + \alpha_1 i_{t-1} + \alpha_2 \pi_t + \alpha_3 \pi_{t-1} + \alpha_4 h_t + \alpha_5 h_{t-1} + u_t, \\ u_t &= \rho u_{t-1} + e_t, \end{aligned}$$

Modelo II: 
$$\begin{aligned} i_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \pi_t + \alpha_2 h_t + u_t, \\ u_t &= \rho u_{t-1} + e_t, \end{aligned}$$

em que  $i_t$  é a taxa de juros,  $\pi_t$  é a taxa de inflação,  $h_t$  é o “hiato do produto” e  $e_t$  é um ruído branco com média zero e variância constante. Todas as variáveis são estacionárias de segunda ordem. Julgue as afirmações:

- Ⓒ Mesmo que  $\rho \neq 0$ , os estimadores de mínimos quadrados ordinários dos parâmetros  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ , no Modelo I, continuarão consistentes.
- Ⓐ Mesmo que  $\rho \neq 0$ , os estimadores de mínimos quadrados ordinários dos parâmetros  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2$ , no Modelo II, continuarão consistentes.
- Ⓑ Suponha que  $\rho \neq 0$  nos dois modelos. A estatística  $t$  usual não será válida no Modelo I, mas poderá ser utilizada no Modelo II sem problema algum.
- Ⓒ Suponha que  $\rho \neq 0$  nos dois modelos. As estatísticas  $t$  e  $F$  usuais só serão válidas se os estimadores de mínimos quadrados ordinários dos parâmetros forem consistentes.
- Ⓓ No Modelo II, estimadores de mínimos quadrados ordinários dos parâmetros  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2$ , não serão eficientes caso  $\rho \neq 0$ .

## QUESTÃO 06

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição de Poisson dada por  $p_X(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ ,  $x = 0, 1, 2, \dots$ . É correto afirmar que:

- Ⓒ  $E(X) = \lambda$  e  $\text{Var}(X) = \lambda^2$ .
- ①  $E(X^2) = \lambda + \lambda^2$ .
- ②  $E(X) = e^{-\lambda}$ .
- ③  $E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$ .
- ④  $E(X) = \lambda/2$  e  $\text{Var}(X) = \lambda$ .

---

## QUESTÃO 07

Sejam  $Y_t$  e  $X_t$  duas séries temporais. Considere os resultados dos seguintes modelos de regressão estimados por mínimos quadrados ordinários (MQO):

$$\Delta \hat{Y}_t = 4,8788 - 0,1512 Y_{t-1} \quad \text{e} \quad \Delta \hat{X}_t = 0,1094 - 0,1807 X_{t-1}$$

(1,70)      (-1,97)                      (1,26)      (-2,21)

Considere também os resultados da regressão de  $Y_t$  em  $X_t$

$$Y_t = 23,3924 + 14,4006 X_t + \hat{\epsilon}_t,$$

(1,70)                      (-1,97)

em que  $\hat{\epsilon}_t$  é o resíduo. Finalmente, considere a seguinte regressão:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = 0,0730 - 0,4157 \hat{\epsilon}_{t-1}.$$

(0,06)                      (-3,43)

Os números entre parênteses são os valores do teste  $t$  de significância individual dos parâmetros. Dado que o valor crítico a 5% da estatística de Dickey-Fuller é -2,938, é correto afirmar que:

- Ⓒ  $Y_t$  e  $X_t$  são séries temporais integradas de ordem 1.
- ① A regressão de  $Y_t$  em  $X_t$  é espúria.
- ② A hipótese de cointegração entre  $Y_t$  e  $X_t$  é rejeitada pois os resíduos da regressão de  $Y_t$  em  $X_t$  são não-estacionários.
- ③ Para que duas variáveis sejam cointegradas é necessário que ambas tenham a mesma ordem de integração.
- ④ A rejeição da hipótese nula do teste Dickey-Fuller implica que a variável em questão é não-estacionária.

---

## QUESTÃO 08

Julgue as afirmativas:

- Ⓒ Heterocedasticidade ocorre quando o erro aleatório em um modelo de regressão é correlacionado com uma das variáveis explicativas.

- ① Quando o erro aleatório em um modelo de regressão é correlacionado com alguma variável explicativa, os estimadores de mínimos quadrados não são consistentes.
  - ② Na presença de heterocedasticidade, estimadores de mínimos quadrados ordinários são ineficientes.
  - ③ Os testes  $t$  e  $F$  usuais não são válidos na presença de heterocedasticidade.
  - ④ Na presença de heterocedasticidade, estimadores de mínimos quadrados ordinários são não viesados, mas são inconsistentes.
- 

### QUESTÃO 09

Julgue as proposições:

- ⊙ A soma de dois processos estocásticos independentes e estacionários de segunda ordem será estacionária de segunda ordem.
  - ① A soma de dois processos estocásticos não-estacionários será não-estacionária.
  - ② Seja  $L$  o operador defasagem tal que  $LY_t = Y_{t-1}$ . Se  $Y_t$  segue um processo AR(1) estacionário de segunda ordem, então  $(1 - L)^2 Y_t$  é um processo ARMA(2,2).
  - ③ O processo ARMA(2, 2) definido na forma  $(1 - L - 0,25L^2)Y_t = (1 - 0,5L - 0,06L^2)u_t$  é não estacionário, em que  $u_t$  é o erro aleatório com média nula e variância constante.
  - ④ Todo processo MA é estacionário de segunda ordem.
- 

### QUESTÃO 10

- ⊙ O índice de Laspeyres de preços pondera preços de insumos em duas épocas, inicial e atual, tomando como pesos quantidades arbitradas para estes insumos na época inicial.
  - ① No cálculo do índice de preços de Paasche a cesta de produtos é fixa e no de Laspeyres a cesta é variável.
  - ② O índice de preços de Laspeyres é a média geométrica dos índices de preços de Fisher e de Paasche.
  - ③ A divisão do índice de preço de Laspeyres pelo índice de quantidade de Paasche possibilita obter o índice de valor.
  - ④ O índice de Paasche de preços pondera preços de insumos em duas épocas, inicial e atual, tomando como pesos quantidades arbitradas para estes insumos na época atual.
- 

### QUESTÃO 11

Julgue as afirmativas:

- ⊙ O valor  $p$  de um teste de hipótese é a probabilidade de a hipótese nula ser rejeitada.
- ① O poder de um teste de hipótese é a probabilidade de se rejeitar corretamente uma hipótese nula falsa.
- ② Considere  $n$  variáveis aleatórias independentes. Pela Lei dos Grandes Números, quando  $n$  cresce, a média amostral converge em distribuição para uma variável aleatória qui-quadrada.

- ③ Pela desigualdade de Chebyshev, a probabilidade mínima de que o valor de uma variável aleatória  $X$  esteja contido no intervalo  $\mu \pm \sigma h$  é  $1-1/h^2$ .
- ④ Se duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  têm covariância nula, então elas são independentes.

### QUESTÃO 12

Considere o modelo:

$$Q_t^D = \alpha_1 + \beta_1 P_t + u_t^D \quad (\text{equação de demanda})$$

$$Q_t^O = \alpha_2 + \beta_2 P_t + u_t^O \quad (\text{equação de oferta})$$

$$Q_t^D \equiv Q_t^O \equiv Q_t$$

em que:  $Q_t^D$  e  $Q_t^O$  são as quantidades demandada e ofertada, respectivamente, de laranja na Flórida no ano  $t$ ,  $P_t$  é o preço da laranja no ano  $t$  e  $u_t^D$  e  $u_t^O$  são termos aleatórios de média nula em que  $Cov(u_t^D, u_t^O) = 0$ . É correto afirmar que:

- Ⓒ O estimador de mínimos quadrados ordinários de  $\beta_1$  será tendencioso caso  $\beta_2 \neq 0$ .
- ① Seja  $\hat{\beta}_1$  o estimador de mínimos quadrados ordinários de  $\beta_1$ . Logo,  $E(\hat{\beta}_1) = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$ .
- ② Se  $Var(u_t^D) = \sigma_D^2$  e  $Var(u_t^O) = \sigma_O^2$ , então a matriz de variância-covariância do vetor aleatório  $\mathbf{X}_t = (Q_t, P_t)$  é dada por:

$$\mathbf{\Omega} = \frac{1}{(\beta_2 - \beta_1)^2} \begin{pmatrix} \beta_2^2 \sigma_D^2 + \beta_1^2 \sigma_O^2 & \beta_2 \sigma_D^2 + \beta_1 \sigma_O^2 \\ \beta_2 \sigma_D^2 + \beta_1 \sigma_O^2 & \sigma_D^2 + \sigma_O^2 \end{pmatrix}$$

- ③ Seja  $Z_t$  uma nova variável representando o número de dias na Flórida com temperaturas abaixo de zero. Se  $E(u_t^D | Z_t) = 0$  e  $E(u_t^O | Z_t) \neq 0$ , então a equação de demanda pode ser estimada por mínimos quadrados em dois estágios, sendo  $Z_t$  uma variável instrumental.
- ④ Seja  $Z_t$  definida como no item anterior, então se  $E(u_t^D | Z_t) \neq 0$  e  $E(u_t^O | Z_t) \neq 0$ , as equações de oferta e demanda podem ser estimadas por mínimos quadrados em dois estágios com  $Z_t$  sendo uma variável instrumental.

### QUESTÃO 13

Um jogador tem R\$2.000,00, aposta R\$1.000,00 de cada vez e ganha R\$1.000,00 com probabilidade 0,5. Ele pára de jogar se perder os R\$2.000,00 ou ganhar R\$4.000,00. Qual é a probabilidade de que ele perca todo o seu dinheiro após no máximo 5 rodadas de jogo? Multiplique o resultado por 8.

### QUESTÃO 14

No começo do dia uma máquina de refrigerantes armazena um montante aleatório  $Y$  de líquido (medido em galões). No decorrer do mesmo dia, um montante aleatório  $X$  é descartado pela máquina. Como a máquina não é carregada,  $X \leq Y$ . A distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$  é:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1/2 & \text{se } 0 \leq x \leq y; 0 < y \leq 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Calcule a probabilidade de que menos de meio galão seja descarregado no decorrer de um dia, dado que a máquina contém um galão no começo do mesmo dia. Multiplique a sua resposta por 100.

## QUESTÃO 15

A regressão abaixo foi estimada com o objetivo de explicar a diferença de salários entre homens e mulheres. As seguintes variáveis foram utilizadas:

*sal* = salário médio por hora, em Reais;  
*homecas* = 1 se homem e casado; = 0, caso contrário;  
*mulhcas* = 1 se mulher e casada; = 0, caso contrário;  
*mulhsol* = 1 se mulher e solteira; = 0, caso contrário;  
*edu* = número de anos de educação formal;  
*exper* = número de anos de experiência profissional;  
*empre* = número de anos com o atual empregador.

Entre parênteses encontram-se os erros-padrão calculados por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO).

$$\begin{aligned} \log(\widehat{sal}) = & 0,300 + 0,200 \text{ homecas} - 0,200 \text{ mulhcas} - 0,100 \text{ mulhsol} + 0,0800 \text{ edu} + \\ & (0,100) \quad (0,055) \quad (0,050) \quad (0,050) \quad (0,006) \\ & + 0,0200 \text{ exper} + 0,0300 \text{ empre} \\ & (0,005) \quad (0,006) \end{aligned}$$

Suponha que um indivíduo do sexo masculino, com 15 anos de experiência profissional, se case. *Ceteris paribus*, qual a variação percentual esperada no seu salário dois anos após seu casamento em relação ao seu salário de solteiro? Suponha que o número de anos de educação formal do indivíduo não se tenha alterado e que ele não tenha trocado de emprego.

---