**Introdução à Probabilidade e Estatística II** **Exercícios para revisão e autoteste  
  
Teoremas de Probabilidade e Inferência Estatística**

**PROVA DE 2002 – QUESTÃO 4**Seja X uma variável aleatória com distribuição de probabilidade que dependa do parâmetro desconhecido θ, tal que E(X) = θ. Seja também x1, x2, ..., xn uma amostra aleatória de X.

Ⓞ Para amostras suficientemente grandes, o estimador de máxima verossimilhança de θ, caso exista, segue uma distribuição Normal.

① Se  é um estimador de θ, este não será viciado desde que . Além do mais,  terá variância mínima se *ci=1/n* para todo i.

② Se é um estimador não viciado de θ, então  também será um estimador não viciado de .

③ Se a variável aleatória X é uniformemente distribuída no intervalo [0,θ], com θ > 0, então *máximo[x1, x2, ..., xn]* não é um estimador consistente de θ.

④ Se  e  são dois estimadores do parâmetro θ em que E () = *1* e E () ≠ *2* mas Var () < Var (), então o estimador  deve ser preferível a .

**PROVA DE 2002 – QUESTÃO 5**

Indique se as seguintes considerações sobre a teoria dos testes de hipótese são verdadeiras (V) ou falsas (F).

Ⓞ O erro do tipo II é definido como a probabilidade de não se rejeitar uma hipótese nula quando esta for falsa e o erro do tipo I é definido como a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula quando esta for verdadeira.

① No teste de hipótese para proporções, se a variância da proporção populacional for desconhecida, a estatística t de Student com n-1 graus de liberdade (n é o tamanho da amostra) é a indicada para o teste.

② Num teste de hipótese bi-caudal, o valor-p (ou valor de probabilidade) é igual a duas vezes a probabilidade da região extrema delimitada pelo valor calculado da estatística do teste.

③ Não se pode realizar um teste de hipótese para a variância populacional pois a estatística do teste, que segue uma distribuição Qui-quadrado com n -1 graus de liberdade (n é tamanho da amostra), não é simétrica.

④ No teste de hipótese para a média (H0:  = 0 contra Ha:  ≠ 0), ao nível de significância α, se o intervalo de confiança com 1-α de probabilidade não contiver = 0, não se poderá rejeitar H0.

**PROVA DE 2002 – QUESTÃO 6**Indique se as seguintes considerações sobre a Lei dos Grandes Números, Desigualdade de Tchebycheff e teorema do Limite Central são verdadeiras (V) ou falsas (F).

Ⓞ De acordo com a desigualdade de Tchebycheff, se a variância de uma variável aleatória X for muito próxima de zero, a maior parte da distribuição de X estará concentrada próxima de sua média.

① O teorema do Limite Central afirma que,para uma amostra grande o suficiente, a distribuição de uma amostra aleatória de uma população Qui-quadrado se aproxima da Normal.

② As condições suficientes para identificar a consistência de um estimador são baseadas na Lei dos Grandes Números.

③ Em n repetições independentes de um experimento, se é a freqüência relativa da ocorrência de A, então **,** em que P é a probabilidade constante do evento A e ε é qualquer número positivo.

④ Se uma variável aleatória X tem distribuição Binomial com parâmetros n = 20 e P = 0,5, então **** em que  é a função de distribuiçãoNormal padrão.

**PROVA DE 2003 – QUESTÃO 2**  
Sejam: *X*1, *X*2, ..., *Xn* variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas com média  e variância 2; ; e , em que . É correto afirmar que:

Ⓞ  é um estimador tendencioso da média ;

① *Z* é uma variável aleatória com distribuição  com *n* graus de liberdade;

②  é um estimador tendencioso da variância 2;

③  é uma variável aleatória normalmente distribuída com média *n* e variância 2;

④ a variável aleatória  possui distribuição F com *n*1 e *n*2 graus de liberdade, em que *n*1 = 1 e *n*2 = 2*n*.

**PROVA DE 2003 – QUESTÃO 5**Com relação a testes de hipótese, é correto afirmar que:

Ⓞ o *p*-valor de um teste representa a probabilidade de aceitação da hipótese nula;

① o nível de significância de um teste é a probabilidade de se cometer o erro tipo I;

② a potência do teste é a probabilidade de se cometer o erro tipo II;

③ em um modelo de regressão linear utiliza-se um teste bilateral para verificar se determinado coeficiente é estatisticamente diferente de zero;

④ o nível de significância de um teste de hipótese cresce com o tamanho da amostra.

**PROVA DE 2004 – QUESTÃO 6**

Seja X uma variável aleatória normalmente distribuída com média m e variância conhecida s2 =1, da qual se obtém a amostra aleatória X1, X2, ..., Xn (com n observações). É correto afirmar que:

Ⓞ A média amostral é uma variável aleatória normalmente distribuída com média m e variância 1/n.

① A probabilidade de o intervalo de confiança  conter a média da população, m, é de 95%.

② A probabilidade de o intervalo de confiança  conter a média amostral é de 95%.

③ O intervalo de 95% para a média populacional independe do tamanho da amostra.

④ Em um intervalo de confiança de 95% para a média populacional, μ, espera-se que, extraindo-se todas as amostras de mesmo tamanho dessa população, esse intervalo conterá μ 95% das vezes.

**PROVA DE 2004 – QUESTÃO 8**

Com respeito a inferência e estimação de parâmetros populacionais, é correto afirmar:

Ⓞ Suponha que a variável X tenha distribuição exponencial com densidade . As estatísticas  e mínimo[] são estimadores não-viciados de 1/β, mas a segunda é preferível à primeira por apresentar menor variância.

① O valor esperado da estatística  é igual a , em que  é a variância da população. Então, um estimador não-tendencioso de  será .

② Suponha que a variável aleatória x seja uniformemente distribuída no intervalo [0, β], em que β é um parâmetro desconhecido. O estimador de máxima verossimilhança de β será =mínimo[].

③ Se dois intervalos de confiança que estão sendo comparados apresentam o mesmo coeficiente de confiança, então se deve preferir aquele que apresenta a maior amplitude.

④ Suponha que x tenha distribuição N() em que  seja desconhecido. O intervalo de confiança para a média da população, , será  em que F(z) é a função de distribuição Normal Padrão.

**PROVA DE 2005 – QUESTÃO 4**

Duas fábricas, A e B, produzem determinado tipo de lâmpada. Um comprador dessas lâmpadas decide verificar a origem de seu estoque. Para isso, seleciona uma amostra aleatória de 100 unidades (de seu estoque) e verifica a duração de cada uma delas. Se a duração média for maior do que 170 horas, conclui que a lâmpada foi fabricada pela empresa B; caso contrário, que a lâmpada veio da empresa A. Os dois fabricantes asseguram que a duração de suas lâmpadas segue distribuição normal: a de A com média μA = 169 horas e a da B com média μB = 171 horas. As duas distribuições têm o mesmo desvio padrão σ = 10 horas. Usando a tabela da normal padrão, anexa, julgue as afirmativas:

Ⓞ A probabilidade do erro Tipo I é 0,1587.

① A probabilidade do erro Tipo II é diferente de 0,1587.

② A regra de decisão, ao nível de significância de 5%, será: se a duração média for maior que 170,64 horas, as lâmpadas foram fabricadas pela empresa B; do contrário, pela empresa A.

③ A probabilidade do erro do Tipo II, para o nível de significância de 5%, é 0,70.

④ Para este teste de hipótese, a função poder do teste é crescente com a média μ, da distribuição sob a hipótese nula.

**PROVA DE 2005 – QUESTÃO 5**

## São corretas as afirmativas:

Ⓞ Uma variável aleatória X tem média zero e variância 36. Então, pela desigualdade de Tchebychev, .

① Pela Lei dos Grandes Números a distribuição da média amostral de n variáveis aleatórias independentes, para n suficientemente grande, é aproximadamente Normal.

② O estimador de um determinado parâmetro é dito consistente se convergir, em probabilidade, para o valor do parâmetro verdadeiro.

③ A Lei dos Grandes Números está relacionada com o conceito de convergência em probabilidade, enquanto que o Teorema Central do Limite está relacionado com convergência em distribuição.

④ Um estimador é dito não-tendencioso se a sua variância for igual à variância do parâmetro estimado.

**PROVA DE 2006 – QUESTÃO 4**

Com relação a testes de hipóteses, julgue as afirmativas:

Ⓞ Em um teste de hipóteses, comete-se um erro do tipo I quando se rejeita uma hipótese nula verdadeira.

① O poder de um teste de hipóteses é medido pela probabilidade de se cometer o erro tipo II.

② A soma das probabilidades dos erros tipo I e tipo II é igual a 1.

③ Quanto maior for o nível de significância de um teste de hipóteses maior será o *valor-p* a ele associado.

④ Se o *valor-p* de um teste de hipóteses for igual 0,015, a hipótese nula será rejeitada a 5%, mas não a 1%.

**PROVA DE 2006 – QUESTÃO 5**

São corretas as afirmativas:

Ⓞ O teorema de Tchebychev é útil para se calcular o limite inferior para a probabilidade de uma variável aleatória com distribuição desconhecida quando se tem apenas a variância da população.

① Um estimador não-tendencioso pode não ser consistente.

② Um estimador consistente pode não ser eficiente.

③ Sejam Y1,...,Yn variáveis aleatórias independentes com média m e variância finita. Pela Lei dos Grandes Números, E(m) = m, em que m = .

④ Sejam Y1,...,Yn variáveis aleatórias independentes com média m e variância finita. Pelo Teorema do Limite Central, a distribuição da média amostral m converge para uma distribuição Normal.

**PROVA DE 2008 – QUESTÃO 4**

A respeito de testes de hipótese, é correto afirmar:

Ⓞ Potência de um teste é a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula quando esta for falsa.

① O nível de significância de um teste é a probabilidade de se cometer o erro tipo I.

② O teste F de significância conjunta dos parâmetros em um modelo de regressão linear é unilateral.

③ Se uma variável é significativa ao nível de 1%, então ela é significativa ao nível de 5%.

④ p-valor = 1 - P(H0 falsa), em que P(A) é a probabilidade do evento A ocorrer.

**PROVA DE 2009 – QUESTÃO 9**

Avalie se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas:

Ⓞ Para uma amostra de tamanho fixo, ao aumentar a probabilidade de erro do tipo I aumentamos também o poder do teste.

① O valor p é o menor nível de significância para o qual o valor observado da estatística do teste é significativo.

② Se a estatística de teste é z=2,75 e o valor crítico é z=2,326, conseqüentemente o valor p é maior do que o nível de significância em um teste bicaudal e bilateral.

③ O poder de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar corretamente uma hipótese nula falsa.

④ Para um teste de hipótese de média com variância conhecida e igual a 4 para uma amostra aleatória de tamanho 16 e uma região crítica dada por [4,5, ∞[, o poder do teste para Ha: μ=5 é 0,84 (arredondando para duas casas decimais).

**PROVA DE 2011 – QUESTÃO 1**

Considere as seguintes afirmativas acerca de um teste de hipótese:

Ⓞ O erro tipo I é definido como a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula quando a hipótese nula é falsa.

① O poder do teste é definido como a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula quando a hipótese nula é verdadeira.

② O erro tipo II é definido como a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula quando a hipótese alternativa é verdadeira.

③ O p-valor de um teste é a probabilidade, sob a hipótese nula, de obter um valor da estatística pelo menos tão extremo quanto o valor observado.

④ Se um intervalo de confiança de 95% para a média amostral, calculado a partir de uma amostra aleatória, excluir o valor 0, pode-se rejeitar a hipótese de que a média populacional seja igual a 0 ao nível de significância de 5%.

**PROVA DE 2011 – QUESTÃO 4**

São corretas as afirmativas:

Ⓞ Suponha que X1, X2,...,Xn sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas e que Xi ~ . Então é um estimador eficiente de .

① Suponha que X1, X2,...,Xn sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas e que Xi ~ . Então, se definirmos ,  para .

② Se um estimador  de um parâmetro  é não viesado e a variância de  converge para 0 à medida que o tamanho da amostra tende a infinito, então  é consistente.

③ Suponha que X1, X2,...,Xn sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas e que Xi ~ Poisson(λ), . Seja . Pela lei dos grandes números, à medida que n → ∞,  converge para λ.

④ Suponha que X1, X2,...,Xn sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas e que , . Seja . À medida que n → ∞,  aproxima-se de uma distribuição normal padrão.

**Gabarito  
  
PROVA DE 2002 – QUESTÃO 4**Ⓞ V  
① V  
② F  
③ F  
④ F

**PROVA DE 2002 – QUESTÃO 5**Ⓞ V  
① F  
② F  
③ F  
④ F

**PROVA DE 2002 – QUESTÃO 6**Ⓞ V  
① F  
② V  
③ F  
④ V

**PROVA DE 2003 – QUESTÃO 2**Ⓞ F  
① V  
② V  
③ F  
④ F  
  
**PROVA DE 2003 – QUESTÃO 5**Ⓞ F (anulada pela ANPEC)  
① V  
② F  
③ V  
④ F  
  
**PROVA DE 2004 – QUESTÃO 6**Ⓞ V  
① F  
② F  
③ F  
④ V  
  
**PROVA DE 2004 – QUESTÃO 8**Ⓞ F  
① V  
② F  
③ F  
④ F  
  
**PROVA DE 2005 – QUESTÃO 4**

Ⓞ V  
① F  
② V  
③ F  
④ F

**PROVA DE 2005 – QUESTÃO 5**

Ⓞ V  
① F  
② V  
③ V  
④ F

**PROVA DE 2006 – QUESTÃO 4**

Ⓞ V  
① F  
② F  
③ F  
④ V

**PROVA DE 2006 – QUESTÃO 5**

Ⓞ F  
① V  
② V  
③ F  
④ F

**PROVA DE 2008 – QUESTÃO 4**

Ⓞ V  
① V  
② F  
③ V  
④ F

**PROVA DE 2009 – QUESTÃO 9**

Ⓞ V  
① F  
② F  
③ V  
④ Anulada

**PROVA DE 2011 – QUESTÃO 1**

Ⓞ F  
① F  
② F  
③ V  
④ V

**PROVA DE 2011 – QUESTÃO 4**

Ⓞ V  
① F  
② V  
③ V  
④ V