**Introdução à Probabilidade e Estatística II
Exercícios para revisão e autoteste**“Estatística para Economistas”, Rodolfo Hoffmann
“Probabilidade e Estatística para engenharia e ciências”, Walpole e Myers
“Statics for Business & Economics”, Paul Newbold (ex. 20)

**INTERVALO DE CONFIANÇA**

**1.** Uma amostra de quatro valores da variável aleatória X (população infinita) apresentou os valores 8,3,5 e 12. Determine:
a) as estimativas da média, da variância e do coeficiente de variação de X;
b) o intervalo de confiança, ao nível de confiança de 95%, para a média da população, admitindo que X tem distribuição normal.

**2.** Uma amostra de nove valores da variável aleatória X, com distribuição normal (população infinita), apresentou os valores 1,2,4,4,5,5,7,8 e 9. Determine:
a) as estimativas da média, da variância e do coeficiente de variação de X;
b) o intervalo de confiança, ao nível de confiança de 95%, para a média da população;
c) o tamanho que deveria ter a amostra para que a média da amostra diferisse da média da população em menos de uma unidade, ao nível de 99% de confiança.

**3.** Em uma amostra aleatória de nove elementos da variável X, com distribuição normal e população infinita, foram obtidos os valores 4,5,9,2,3,6,7,4 e 5. Determine:
a) as estimativas da média e do desvio padrão de X;
b) o intervalo de confiança, ao nível de 95%, para a média da população;
c) o tamanho que deveria ter a amostra para que a média da amostra diferisse da média da população de meia unidade ou menos, ao nível de confiança de 90%.

**4.** Refaça o exercício anterior admitindo que a população tem apenas 800 elementos com distribuição semelhante à distribuição normal e que a amostragem foi feita sem reposição.

**5.** Uma amostra de nove elementos de uma população infinita com distribuição normal forneceu os seguintes valores: 10, 4, 8, 11, 14, 12, 9, 13, 9. Determine:
a) as estimativas da média da população;
b) a estimativa da variância da população;
c) os limites do intervalo de 95% de confiança para a média da população
d) o tamanho que deveria ter uma amostra para que a média dessa amostra diferisse da média da população em menos de uma unidade, ao nível de 90% de confiança.

**6.** Responda às questões c) e d) do exercício anterior, admitindo que a população é constituída por apenas 625 elementos com distribuição semelhante à distribuição normal e que a amostragem foi feita sem repetição.

**7.** A seguir estão os 16 valores observados em uma amostra da variável aleatória X, com distribuição normal e população infinita: 3,6,5,3,2,7,2,3,1,7,2,5,5,3,7 e 3. Determine:
a) as estimativas da média e do desvio padrão de X;
b) o intervalo de confiança, ao nível de confiança de 99%, para a média da população;
c) o tamanho que deveria ter uma amostra para que a média dessa amostra diferisse da média da população de meia unidade ou menos, ao nível de confiança de 90%.

**8.** Uma amostra de quatro valores de variável aleatória X, com distribuição normal (população infinita), apresenta os valores 2,5,3 e 8. Determine:
a) as estimativas da média e do desvio padrão de X;
b) o intervalo de confiança, ao nível de 95% de confiança, para a média da população;
c) o tamanho que deveria ter uma amostra para que a média dessa amostra diferisse da média da população em uma unidade ou menos, ao nível de 90% de confiança.

**9.** Uma amostra aleatória com 100 observações de uma população de 676 elementos forneceu os seguintes resultados: $\sum\_{}^{}Xi$=1.200, $\sum\_{}^{}Xi²$=14.796. Determine:
a) as estimativas da média e do desvio padrão de X;
b) o intervalo de 95% de confiança para a média da população;
c) o tamanho que deveria ter uma amostra para que a média dessa amostra diferisse da média da população de um quarto de unidade ou menos, ao nível de 95% de confiança.

**10.** Considerando a mesma situação do exercício anterior, suponha que a (verdadeira) variância de X é S²=4. Qual é, neste caso, o intervalo de 95% de confiança para a média da população?

**11**. Uma amostra aleatória de 900 cidadãos de uma comunidade mostrou que 400 desejavam fluoração da água de abastecimento público. Determine o intervalo de confiança, ao nível de 95% de confiança, para a proporção da população favorável a fluoração.

**12**. Uma amostra aleatória de 1.600 eleitores, antes da realização de um plebiscito, mostrou que 1.280 eram partidários do ‘sim’. Determine o intervalo de confiança, ao nível de 95% de confiança, para a proporção dos eleitores favoráveis ao ‘sim’.

**13.** Uma amostra aleatória de 100 eleitores de uma cidade indicou que 60% eram favoráveis ao candidato a prefeito X. Determine o intervalo de confiança para a proporção de eleitores favoráveis a esse candidato a um nível de confiança de 99,73%. Que tamanho deveria ter a amostra para que se pudesse afirmar, ao nível de 95% de confiança, que o candidato X seria eleito? Admita que, para ser eleito, o candidato precisa da maioria absoluta de votos.

**14.** Em uma eleição, sabe-se que os dois candidatos existentes deverão obter um número bastante semelhante de votos. Que tamanho deve ter a amostra, em um levantamento preliminar da opinião pública, para que se possa estimar a proporção de votos que receberá um dos candidatos com erro máximo igual a 0,005, ao nível de confiança de 95%?

**15.** Uma agência de propaganda afirma que uma campanha promocional recente atingiu 30% das famílias de certa localidade. A empresa interessada (que pagou a propaganda) dúvida dessa porcentagem e resolve fazer um levantamento para verificar a autenticidade da afirmativa. Qual deve ser o tamanho da amostra para que a estimativa obtida tenha um erro máximo de 3% ao nível de 95% de confiança? Faça os cálculos:
a) admitindo como verdadeira a proporção de 30%;
b) considerando que nada se sabe a respeito da proporção de famílias atingidas pela campanha promocional.

**16.** Um fabricante sabe que 10% das unidades que produz são defeituosas. Suponha que ele aceitou uma encomenda de 100 unidades, prometendo que todas as unidades defeituosas seriam substituídas. Então, quantas unidades devem ser produzidas para que o fabricante tenha 95% de confiança de que poderá substituir imediatamente as unidades defeituosas?

**17.** Muitos pacientes cardíacos usam marcapassos implantados para controlar os batimentos do coração. Um módulo conector plástico é montado no topo do marcapasso. Assumindo um desvio padrão de 0,0015 e uma distribuição aproximadamente normal, determine um intervalo de confiança de 95% para a média de todos os módulos conectores fabricados por certa indústria. Uma amostra aleatória de 75 módulos tem média de 0,310 polegadas.

**18.** Uma amostra aleatória de 100 proprietários de automóveis mostra que, no estado da Virginia (EUA), um automóvel é dirigido a uma média de 23.500km por ano, com desvio padrão de 3.900km. Assuma a distribuição das medidas como sendo aproximadamente normal.
a) Construa um intervalo de confiança de 99% para o número médio de quilômetros que um automóvel percorre anualmente em Virginia.
b) O que poderíamos afirmar com 99% de confiança sobre o tamanho possível de nosso erro se estimarmos o numero médio de quilômetros percorridos pelos proprietários de automóveis sendo 23.500 quilômetros por ano?

**19.** As medidas a seguir foram registradas para o tempo de secagem, em horas, de certa marca de tinta látex. Assume-se que as medidas representam uma amostra aleatória de uma população normal.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 3,4 | 2,5 | 4,8 | 2,9 | 3,6 |
| 2,8 | 3,3 | 5,6 | 3,7 | 2,8 |
| 4,4 | 4,0 | 5,2 | 3,0 | 4,8 |

Suponha que as 15 observações no conjunto de dados incluam também um 16º valor de 6,9 horas. No contexto original das 15 observações, o 16º valor é discrepante? Mostre.
(use limite de tolerância de 99% que conterão 95% dos tempos de secagem)

**20.** Amostras aleatórias independentes de homens e mulheres estudantes de contabilidade foram retiradas. De 120 homens, 107 esperam estar trabalhando em tempo integral daqui 10 anos. De 141 mulheres, 73 tem essa mesma expectativa. Encontre um intervalo com 95% de confiança, para a diferença entre as duas proporções populacionais. *(Statics for Business & Economics, 4ª ed, pg 311)*

**SOLUÇÕES**

1. a) $\overbar{X}$=7; s²=15,33 e C.V.= 55,9%
 b) 0,77 < µ < 13,23

2. a) $\overbar{X}$=5; s²=7 e C.V.= 52,9%
 b) 2,97 < µ < 7,03
 c) n ≥ 79

3. a) $\overbar{X}$=5; s=2,12
 b) 3,37 < µ < 6,63
 c) n ≥ 63

4. a) $\overbar{X}$=5; s=2,12
 b) 3,38 < µ < 6,62
 c) n ≥ 58

5. a) $\overbar{X}$=10
 b) s²=9
 c) 7,69 < µ < 12,31
 d) n ≥ 32

6. c) 7,71 < µ < 12,29
 d) n ≥ 30

7. a) $\overbar{X}$=4 e s=2
 b) 2,53 < µ < 5,47
 c) n ≥ 50

8. a) $\overbar{X}$=4,5 e s=$\sqrt{7}$
 b) 0,29 < µ < 8,71
 c) n ≥ 39

9. a) $\overbar{X}$=12 e s=2
 b) 11,63 < µ < 12,37
 c) n ≥ 183

10. 11,64 < µ < 12,36

11. 0,412 < µ < 0,477

12. 0,780 < *p* < 0,820

13. 0,453 < *p* < 0,747; n ≥ 65. Se for feita uma correção de continuidade, a resposta é n ≥ 75.

14. n ≥ 38.416

15. a) n ≥ 897
 b) n ≥1.068

16. n = 117

17. 0,3097 < µ < 0,3103.

18. a)22.496 < µ < 24.504
 b)Podemos afirmar que erro ≤ 1.004.

19. Sim, o valor de 6,9h é discrepante. Pois esta fora do intervalo de predição.

20. 0.275 < px-py < 0.473. O intervalo sugere fortemente que os homens do caso esperam estar trabalhando em tempo integral daqui 10 anos, mais do que as mulheres ( 0 está bem fora do intervalo)