

# **Física Experimental I**

**2º Semestre de 2016**

**Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva**

# Organização de dados experimentais

Em engenharia, ciências exatas em geral, os resultados de testes, análises ou experimentos fornecem conjuntos de resultados numéricos que precisam ser organizados para facilitar sua interpretação, processamento e divulgação.

As formas mais usuais de organização e apresentação dos dados são através de:

- Tabelas
- Gráficos

# TABELAS

É uma representação em linhas e colunas para apresentar os dados numéricos de um determinado experimento, teste, análise, entre outros.

- Cada grandeza deve ser identificada no cabeçalho de sua respectiva coluna, juntamente com sua unidade.
- Se a incerteza dos valores for a mesma para todos os elementos, seu valor pode aparecer também no cabeçalho. Caso contrário, cada entrada da tabela deve ter sua incerteza indicada.
- Número de identificação, para ser utilizado no texto e referenciá-la.
- Legenda acima, explicando brevemente o conteúdo.
- Fonte abaixo, referenciando o autor.

*Exemplo:*

Tabela 1 – Variação DL do comprimento de uma barra de alumínio com a temperatura.

<b>Temperatura (°C)</b> <b>± 0,2 °C</b>	<b>Dilatação Linear (10<sup>-4</sup> m)</b> <b>± 0,1 . 10<sup>-4</sup> m</b>
26,3	0,0
35,7	0,5
46,2	1,1
56,1	1,6
65,8	1,9
73,2	2,4

Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

# GRÁFICOS

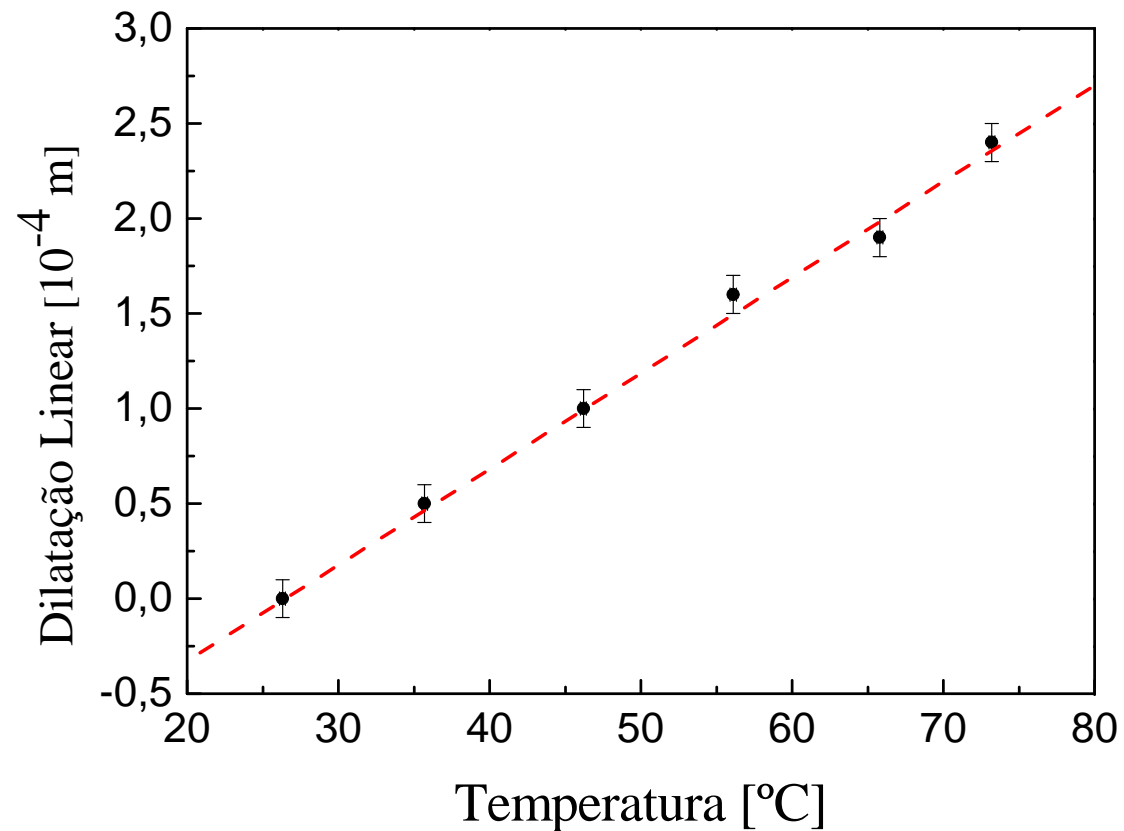
É uma representação ilustrativa que permite ao leitor uma interpretação mais rápida dos dados.

- O gráfico deve estar numerado e ter uma legenda explicativa, sucinta.
- Os eixos do gráfico devem conter legendas que indiquem claramente a grandeza, as unidades e, se houver, o fator exponencial dos dados representados.
- As escalas de cada eixo devem ser escolhidas para visualizar claramente o comportamento externo dos dados. Dependendo da situação, não é obrigatório que a escala abranja a origem (0;0) das coordenadas dos eixos.
- A numeração das escalas deve ser equilibrada, correspondendo a números redondos. Nunca se colocam os valores dos dados experimentais sobre os eixos.

- O tamanho dos símbolos deve ser suficientemente claro para identificar o dado experimental. Quando a incerteza  $\Delta$  do dado é maior que o tamanho do símbolo sobre o gráfico, é conveniente traçar as barras de incerteza de comprimento  $\pm\Delta$ .
- A grandeza representada no eixo horizontal usualmente é escolhida como aquela que é melhor controlada durante o experimento; o aparelho experimental permite variá-la independentemente e tem menor incerteza relativa que a outra grandeza.
- Se o gráfico evidencia uma relação linear entre as grandezas físicas representadas, é possível traçar a reta que mais perfeitamente represente essa relação.

*Exemplo:*

Figura 1 – Variação DL do comprimento de uma barra de alumínio em função da temperatura.



Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

# Relações lineares entre dados experimentais

Muitas vezes, a relação encontrada experimentalmente entre duas grandezas físicas é linear, ou podem ser linearizadas. A curva pode ser expressa pela seguinte equação:

$$y = ax + b$$

Desta forma, deve-se determinar a melhor reta que representa os dados experimentais e calcular os valores de  $a$  (coeficiente angular ou inclinação) e  $b$  (coeficiente linear ou ordenada da origem).

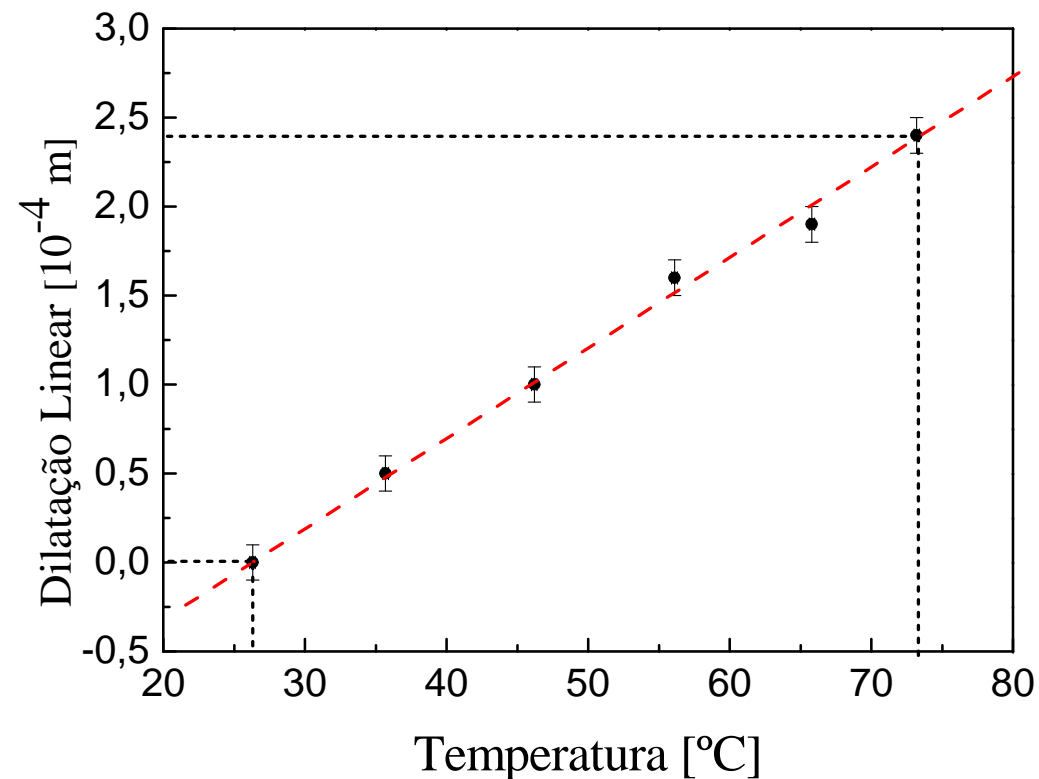
- Traçado gráfico da reta
- Método analítico dos mínimos quadrados



# Método Gráfico

Consiste, simplesmente, em representar os dados experimentais  $(x,y)$  em um gráfico e traçar, manualmente, a reta que passe mais perto da maioria deles.

Figura 1 – Variação DL do comprimento de uma barra de alumínio em função da temperatura.



Fonte: Instituto de Física de São Carlos, 2013.

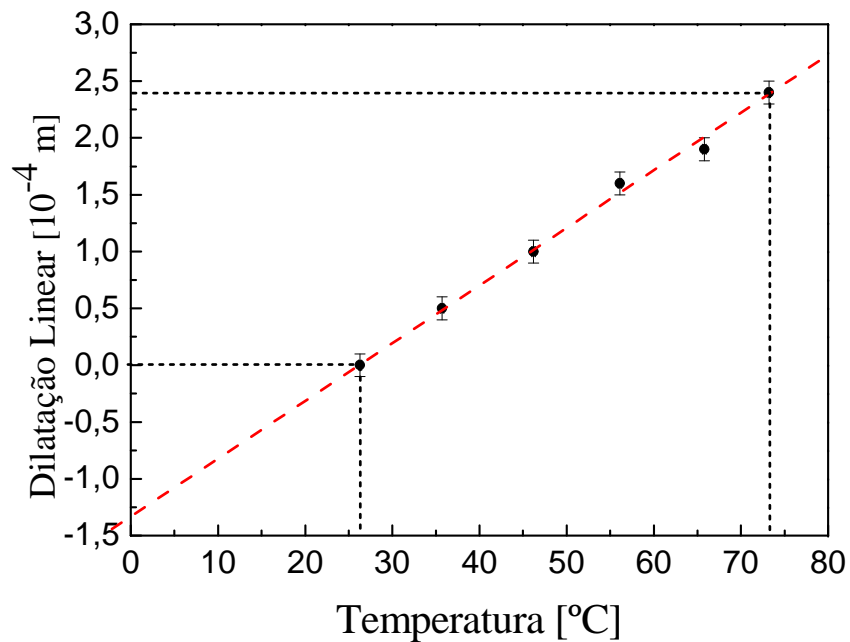
$$y = ax + b$$

Coefficiente angular:

$$a = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Coefficiente linear:

$$b = \frac{Y_1 X_2 - Y_2 X_1}{X_2 - X_1}$$



$$a = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} = \frac{2,4 - 0,0}{73,2 - 26,3} = 0,05$$

$$b = \frac{Y_1 X_2 - Y_2 X_1}{X_2 - X_1} = \frac{0,0 \cdot 73,2 - 2,4 \cdot 26,3}{73,2 - 26,3} = -1,34$$

$$y = 0,05x - 1,34$$

# Método de mínimos quadrados

Este é um método analítico para encontrar a melhor reta que represente o conjunto de  $N$  pares de dados experimentais  $(x_i, y_i)$  com  $i = 1, 2, \dots, N$ , independente de critérios do observador.

O método de mínimos quadrados, ou regressão linear, considera a soma dos quadrados das distâncias:

$$S = \sum_{i=1}^N (y_{Ci} - y_i)^2$$

Em que  $y_{Ci}$  é o valor calculado para o dado  $i$ -ésimo com a equação da melhor reta  $y_{Ci} = ax + b$ . O processo de minimização de  $S$ , como função dos parâmetros da reta fornece as seguintes expressões:

Coeficiente angular:  $a = \frac{\sum(x_i - \bar{x})y_i}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$

Coeficiente linear:  $b = \bar{y} - a\bar{x}$

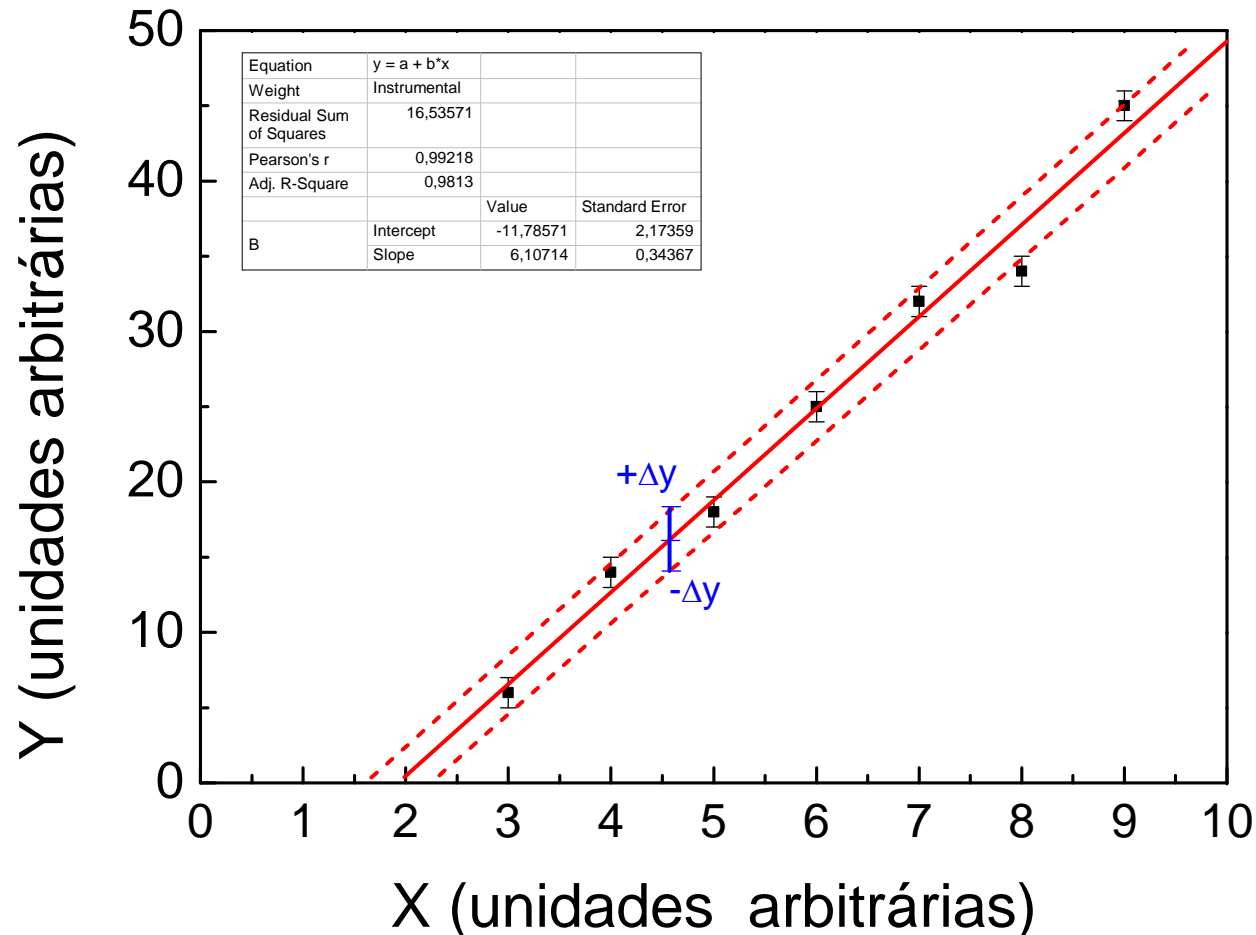
O método também fornece a incerteza destes parâmetros,  $\Delta a$  e  $\Delta b$ , que estão diretamente ligadas à dispersão média  $\Delta y$  dos dados experimentais em relação à reta.

Dispersão média do ajuste: 
$$\Delta y = \sqrt{\frac{\sum(ax_i + b - y_i)^2}{(N-2)}}$$

Incerteza do coeficiente angular: 
$$\Delta a = \frac{\Delta y}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

Incerteza do coeficiente linear: 
$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N \sum(x_i - \bar{x})^2}} \Delta y$$

Figura 2 – Exemplo de duas grandezas físicas x e y medidas experimentalmente. Linha contínua: melhor reta determinada pelo método de mínimos quadrados. Linhas tracejadas: banda de incerteza média do ajuste  $\pm\Delta y$ .



Fonte: Autoria própria.

# Coeficiente de Correlação Linear

- Existe uma correlação entre duas variáveis quando uma delas está, de alguma forma, relacionada com a outra.
- Quando há uma relação de linearidade entre as duas variáveis pode-se utilizar o coeficiente de correlação linear para determinar a correlação linear entre ambas.

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

$$-1 \leq r \leq 1$$

- Quanto mais próximo de -1: maior é a correlação negativa.
- Quanto mais próximo de 1: maior é a correlação positiva.
- Quanto mais próximo de 0: menor é a correlação linear.

## *Exercício:*

Utilizando os dados da Tabela 1 abaixo, traçar o gráfico, fazer o ajuste linear pelo método gráfico e pelo método de mínimos quadrados, e encontrar o coeficiente de correlação entre as duas variáveis.

Tabela 1 – Conjunto de dados experimentais.

X (unidades arbitrárias)	Y (unidades arbitrárias)
3	$6 \pm 1$
4	$14 \pm 1$
5	$18 \pm 1$
6	$25 \pm 1$
7	$32 \pm 1$
8	$34 \pm 1$
9	$45 \pm 1$

Fonte: Autoria própria.

## REFERÊNCIAS

Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Paulo. “Laboratório de Física I: livro de práticas”, Compilado por José F. Schneider. São Carlos, 2013.

VUOLO, J. H. “Fundamentos da teoria de erros”, 2ª Edição da revista e ampliada. Editora Edgard Blücher Ltda.1996.