**Introdução à Probabilidade e Estatística I
Exercícios para revisão e autoteste**“Probabilidade – Um curso moderno com aplicações”; Sheldon Ross **AXIOMAS DA PROBABILIDADE**

**1.** Em um experimento, um dado é rolado continuamente até que um 6 apareça, momento em que o experimento é interrompido. Qual é o espaço amostral do experimento? Chame de Em o evento em que o dado é rolado n vezes para que o experimento seja finalizado. Que pontos do espaço amostral estão contidos em En? O que é ( $\bigcup\_{1}^{\infty }En$ )c?

**2.** Um sistema é formado por 5 componentes; cada um deles ou está funcionando ou esta estragado. Considere um experimento que consiste em observar a condição de cada componente e represente o resultado do experimento como o vetor (x1,x2,x3,x4,x5), onde xi é igual a 1 se o componente *i* estiver funcionando e a 0 se *i* estiver estragado.
a) Existem quantos resultados no espaço amostral desse experimento?
b) Suponha que o sistema irá funcionar se os componentes 1 e 2 estiverem funcionando, ou se os componentes 3 e 4 estiverem funcionando, ou se os componentes 1,3 e 5 estiverem funcionando. Seja W o evento em que o sistema irá funcionar. Especifique todos os resultados em W.
c) Seja A o evento em que os componentes 4 e 5 estão estragados. Quantos resultados estão contidos no evento A?
d) Escreva todos os resultados no evento AW.

**3.** O administrador de um hospital codifica os pacientes baleados atendidos no pronto socorro de acordo com o fato de eles terem ou não plano de saúde ( 1 se tiverem e 0 se não tiverem) e de acordo com a sua condição que é classificada como boa (b), razoável (r) ou séria (s). Considere o experimento que consiste em codificar um paciente baleado.
a) Forneça o espaço amostral desse experimento.
b) Seja A o evento em que o paciente está em uma condição série. Especifique os resultados de A.
c) Seja B o evento em que o paciente não possui seguro. Especifique os resultados em B.
d) Forneça todos os resultados do evento Bc U A.

**4.** Certa cidade com população de 100.000 habitantes possui 3 jornais: I, II e III. As proporções de moradores que leem esses jornais são as seguintes:
I: 10% I e II: 8% I, II e III: 1%
II: 30% I e III:2%
III:5% II e III: 4%
a) Determine o número de pessoas que leem apenas um jornal.
b) Quantas pessoas leem pelo menos dois jornais?
c) Se I e III são jornais matutinos e II é um jornal vespertino, quantas pessoas leem pelo menos um jornal matutino mais um jornal vespertino?
d) Quantas pessoas não leem jornal?
e) Quantas pessoas leem apenas um jornal matutino e um vespertino?

**5.** Dois dados simétricos têm dois de seus lados pintados de vermelho, dois de preto, um de amarelo e outro de branco. Quando esse par de dados é rolado, qual é a probabilidade de que ambos os dados saiam com uma face de mesmo cor para cima?

**6.** Rola-se um par de dados honestos. Qual a probabilidade do segundo dado sair com um valor maior do que o primeiro?

**7.** Um par de dados é rolado até que saia uma soma igual a 5 ou 7. Determine a probabilidade de que um resultado igual a 5 ocorra primeiro.

**8.** Um grupo de indivíduos contendo m meninos e g garotas é alinhado de forma aleatória; isto é, supõe-se que cada uma das (m+g)! permutações seja igualmente provável. Qual a probabilidade de que a pessoa na i-ésima posição, 1<i<(m+g), seja uma garota?

**9.** Em uma floresta vivem 20 renas, das quais 5 são capturadas, marcadas e então soltas. Certo tempo depois, 4 das renas são capturadas. Qual a probabilidade de que 2 dessas 4 renas tenham sido marcadas? Que suposições você está fazendo?

**10.** Sete bolas são retiradas aleatoriamente de uma urna que contém 12 bolas vermelhas, 16 bolas azuis e 18 bolas verdes. Determine a probabilidade de que:
a) 3 bolas vermelhas, 2 bolas azuis e 2 bolas verdes sejam sacadas;
b) pelo menos duas bolas vermelhas sejam sacadas;
c) todas as bolas sacadas sejam da mesma cor;
d) exatamente 3 bolas vermelhas ou exatamente 3 bolas azuis sejam sacadas.

**11.** Um armário contém 10 pares de sapatos idênticos. Se 8 sapatos são selecionados aleatoriamente, qual é a probabilidade de:
a) nenhum par completo se formar?
b) ser formado exatamente 1 par completo?

**12.** Um popular jogo de dados é jogado da seguinte maneira: um jogador rola dois dados. Se a soma dos dados é igual a 2, 3 ou 12, o jogador perde; Se a soma dos dados é igual a 7 ou 11, ele vence. Para qualquer resultado diferente, esquece-se a primeira maneira de definir a vitória/derrota e o jogador continua a rolar os dados até que o resultado inicial saia novamente ou que saia um 7. Se o 7 aparecer primeiro, o jogador perde; se o resultado inicial for repetido antes que o 7 apareça, o jogador vence. Calcule a probabilidade de um jogador vencer nesse jogo de dados.

**13.** Suponha que um experimento seja realizado n vezes. Para qualquer evento E do espaço amostral, suponha que n(E) represente o número de vezes em que o evento E ocorre e defina f(E)= n(e)/n.

**14.** Determine a expressão mais simples para os seguinte eventos:
a) (E U F)(E U Fc)
b) (E U F)(Ec U F)(E U Fc)
c) (E U F)(F U G)

**15.** Seja S um dado conjunto. Se, para algum k>0, S1,S2,...,Sk são conjuntos de S não nulos e mutuamente exclusivos de forma que = S, então chamamos o conjunto (S1,S2,...,Sk) uma partição de S. Suponha que Tn represente o número de diferentes partições de (1,2,...,n). Assim, T1=1 (a única partição é S1= {1}); T2=2( as duas partições são {[1,2]} e {[1],[2]} ).
a) Mostre, calculando todas as partições, que T3=5 e T4=15.
b) Mostre que Tn+1 = 1 + $\sum\_{k=1}^{n}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n}{k}\right)Tk$; use essa equação para computar T10.

**16.** Considere um experimento cujo espaço amostral é formado por um número infinito porém contável de pontos. Mostre que nem todos os pontos podem ser igualmente prováveis. Todos os pontos podem ter uma probabilidade de ocorrência positiva?

**SOLUÇÕES**

1. S = {(n,x1,...,xn-1), n ≥ 1, xi ≠ 6 , i=1,...,n-1}, com a interpretação de que o resultado é (n,x1,...,xn-1) com o 6 saindo na rodada n. O evento ( $\bigcup\_{1}^{\infty }En$ )c é quando o 6 nunca aparece.

2. a) 25=32
 c) 8
 d) AW= {(1,1,1,0,0),(1,1,0,0,0)}

3. a) S = {(1,g),(0,g),(1,f),(0,f),(1,s,(0,s)}
 b) A = {(1,s),(0,s)}
 c) B = {(0,g),(0,f),(0,s)}
 d) {(1,s),(0,s),(1,g),(1,f)}

4. a) 20.000
 b) 12.000
 c) 11.000
 d) 68.000
 e) 10.000

5. 4/36 + 4/36 + 1/36 + 1/36 = 10/36 = 5/18.

6. 5/12.

7. P(En) = (26/36)n-1(6/36), $\sum\_{n=1}^{\infty }P(En)$ = 2/5.

8. $\frac{g\left(m+g-1\right)!}{\left(m+g\right)!}$ = $\frac{g}{m+g}$

9. $\frac{70}{323}$

11. a) $\frac{20.18.16.14.12.10.8.6}{20.19.18.17.16.15.14.13}$

 b) $\frac{\left(\begin{array}{c}10\\1\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}9\\6\end{array}\right)\frac{8!}{2!}}{20.19.18.17.16.15.14.13}$ . 26

14. a) E
 b) EF
 c) EG U F