Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas

TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 02

REGIMES DE AJUSTAMENTO NOMINAL EM UMA MACRODINÂMICA EVOLUCIONÁRIA

Gilberto Tadeu Lima[♦]
Jaylson Jair da Silveira[♣]

São Paulo, março de 2007

♦ Departamento de Economia, FEA-USP, giltadeu@usp.br.
♣ Departamento de Economia, FEARP – USP, jaylson@usp.br.

ÍNDICE

REGIMES DE AJUSTAMENTO NOMINAL EM UMA MACRODINÂMICA EVOLUCIONÁRIA

Abstract: We develop a satisficing evolutionary dynamics to provide microfoundations to the (in)complete nominal adjustment. A firm can either pay a cost to update its information set and establish the optimal price (Nash strategy) or make use, without a cost, of past information and try to set a price which is as close as possible to the optimal one (bounded rationality strategy). In a version without mutation, we show that only pure strategy equilibria (survival of only one strategy) emerge, although complete nominal adjustment and thus money neutrality obtain in either case. As for stability, the equilibrium with extinction of Nash (bounded rationality) firms is a local atractor (repulsor). In a version with mutation, in turn, while there are only mixed strategy equilibra (survival of both strategies), money is likewise neutral. And in case there is only one equilibrium, it is a local atractor. Besides, the mixed strategy equilibria of the version with mutation become two pure strategy equilibria when the mutation rate tends to zero.

Key-words: price rigidity; money neutrality; bounded rationality; satisficing evolutionary dynamics.

Resumo: Elaboramos uma dinâmica evolucionária de *satisficing* para microfundamentar o ajustamento nominal (in)completo. Uma firma pode pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e, conseqüentemente, fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar, sem custo, apenas informações passadas e tentar fixar um preço o mais próximo do ótimo (estratégia de racionalidade limitada). Em uma versão sem mutação, mostramos que só existem equilíbrios de estratégia pura (sobrevivência de uma única estratégia). Em ambos os casos, porém, o ajustamento nominal é completo e a moeda é neutra. Em termos de estabilidade, o equilíbrio com extinção das firmas Nash (de racionalidade limitada), é um atrator (repulsor) local. Na versão com mutação, embora existam apenas equilíbrios de estratégia mista (sobrevivência de ambas as estratégias), a moeda também é neutra. E caso o equilíbrio seja único, ele será um atrator local. Além disso, os equilíbrios de estratégia mista da versão com mutação tornam-se dois equilíbrios de estratégia pura se a taxa de mutação tende a zero.

Palavras-chave: rigidez de preço; neutralidade da moeda; racionalidade limitada; dinâmica evolucionária de *satisficing*.

Classificação JEL: C73; D43; D83.

I. INTRODUÇÃO

Os impactos nominais e reais de variações na demanda agregada é um tema que tem sido extensa e intensamente analisado e debatido na teoria econômica. Na ocorrência de um ajustamento nominal completo, toda a variação na demanda agregada terá sido absorvida sob a forma de uma variação de igual sinal e extensão no nível geral de preços. Logo, a absorção de ao menos parte de uma variação na demanda agregada sob a forma de uma variação no produto necessariamente envolve alguma rigidez nominal dos preços, ou seja, a ocorrência de um ajustamento nominal incompleto.

Pode-se dizer que atualmente a grande maioria dos economistas concorda que uma variação na demanda agregada, gerada, por exemplo, pela política monetária, influencia o produto, ao menos temporariamente, e determina a inflação, pelo menos no longo prazo. Vale dizer, o ajustamento nominal dos preços desencadeado por uma variação monetária, embora não seja instantâneo, finda se completando com o passar do tempo. A neutralidade monetária, portanto, embora possa ser violada no curto prazo, necessariamente prevalece no longo prazo.

Este artigo elabora um modelo macrodinâmico que, baseado no arcabouço de jogos evolucionários, fornece uma microfundamentação ao ajustamento nominal (in)completo. Em uma economia com concorrência monopolística, cada firma pode escolher pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e, conseqüentemente, fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar, sem custo, apenas as informações do passado e tentar fixar um preço o mais próximo possível do ótimo (estratégia de racionalidade limitada), possivelmente incorrendo em perdas de lucro. Supomos que as firmas apresentam um comportamento de *satisficing*[1] ao escolherem entre estas duas estratégias de estabelecimento de preço. A partir de tal premissa comportamental derivamos uma dinâmica evolucionária que, ao interagir com a dinâmica macroeconômica, determina a mudança das proporções em que são adotadas as estratégias de fixação de preços na

[1] Nas palavras do criador do termo (Simon, 1987, p. 243): "A decision maker who chooses the best available alternative according to some criterion is said to optimize; one who chooses an alternative that meets or exceeds specified criteria, but that is not guaranteed to be either unique or in any sense the best, is said to satisfice".

população de firmas. Assim, tal distribução de estratégias co-evolui com as variáveis macroeconômicas de cuja determinação ela participa. Mostramos então que a sobrevivência da estratégia Nash não é condição necessária para o ajustamento nominal completo no longo prazo, isto é, a economia converge para um equilíbrio no qual só há firmas de racionalidade limitada e, mesmo assim, a moeda é neutra no longo prazo.

Mais precisamente, mostramos, em uma versão do modelo sem mutação, que só existem equilíbrios de estratégia pura (sobrevivência de uma única estratégia). Em ambos os casos, porém, o ajustamento nominal é completo e a moeda é neutra. Em termos de estabilidade, o equilíbrio com extinção das firmas Nash (de racionalidade limitada), é um atrator (repulsor) local. Na versão com mutação, por sua vez, embora existam apenas equilíbrios de estratégia mista (sobrevivência de ambas as estratégias), a moeda também é neutra. E caso o equilíbrio seja único, ele será um atrator local.

O restante do artigo está organizado da seguinte maneira. Na próxima seção apresentamos as principais evidências empíricas sobre rigidez de preços levantadas na literatura, bem como uma breve resenha das tentativas de explicação microfundamentada do ajustamento nominal incompleto. Na terceira seção apresentamos um modelo de determinação do nível geral de preços com firmas heterogêneas e derivamos o impacto de variações monetárias para uma dada distribução de estratégias. Na quarta seção derivamos uma dinâmica evolucionária de *satisficing* sem mutação e analisamos as propriedades dos equilíbrios da distribuição de estratégias, além do grau de completude do ajustamento nominal em cada um deles. Na quinta seção o mesmo é feito para uma dinâmica evolucionária de *satisficing* com mutação. Breves considerações finais encerram o artigo.

II. RESENHA DA LITERATURA

Existem várias evidências empíricas de que os preços não contam com a flexibilidade que garantiria ajustamentos nominais instantaneamente completos em resposta a variações monetárias. Taylor (1999) reporta uma série dessas evidências, na sua maioria referente aos Estados Unidos, sintetizando suas principais conclusões como segue. Primeiro, os preços e salários não são perfeitamente flexíveis, tendo suas variações a mesma freqüência média, a saber, anual. Segundo, existe uma enorme heterogeneidade setorial na fixação de preços e salários. Terceiro, essa fixação não é um processo sincronizado, mas, sim, intercalado. Por fim, a freqüência das variações de preços e de salários varia positivamente com a taxa de inflação.[2] Bils & Klenow (2004), por sua vez, utilizando dados norte-americanos de cobertura mais ampla que os empregados em estudos anteriores, detectaram uma maior freqüência nas variações de preços, embora uma freqüência relativamente abaixo daquela que caracterizaria os preços como flexíveis: metade dos preços tinham uma duração mediana de cerca de 4,3 meses. Com a exclusão de reduções de preços temporárias, de natureza promocional, metade dos preços passam a ter uma duração mediana de cerca de 5,5 meses.

Para o Canadá, o estudo empírico de Amirault, Kwan & Wilkinson (2006), baseado em questionário respondido por uma amostra de firmas, detectou que os preços de metade delas têm duração mediana de cerca de três meses, embora a freqüência modal tenha sido a mesma que aquela observada para os Estados Unidos em Bils & Klenow (2004), a saber, uma vez ao ano. Para a área do euro, por sua vez, Álvarez *et alli* (2005), ao agruparem evidências microeconômicas subjacentes a níveis de preços ao consumidor (10 países) e ao produtor (5 países), além de informações coletadas via questionários respondidos por uma amostra de firmas (9 países), detectaram uma série de fatos estilizados, dentre eles: (i) as firmas alteram seus preços, em média, cerca de uma vez ao ano; (ii) existe uma considerável heterogeneidade setorial no ajustamento de preço; (iii) reduções de preço são

[2] Dado o propósito do modelo desenvolvido neste artigo, cabe reportar a seguinte observação de Taylor (1999): "One might hope that a model with homogeneous 'representative' price setting would be a good approximation to this more complex world, but most likely some degree of heterogeneity will be required to describe reality accurately" (p. 1020-21).

comuns, não havendo evidência de forte rigidez à baixa; e (iv) a coexistência de dois tipos de formadores de preços no que tange ao horizonte temporal de consideração relevante, os voltados para frente (*forward looking*) e os voltados para trás (*backward looking*).

As tentativas de explicação microfundamentada do ajustamento nominal incompleto têm sido várias, especialmente na literatura novo-keynesiana. Lucas (1972; 1973) representou uma tentativa pioneira na tradição novo-clássica de explicação da não-neutralidade monetária, baseando-se no suposto de imperfeição informacional sobre o sistema de preços quando da ocorrência de um choque monetário, o que levaria agentes racionais a confundir flutuações no nível geral de preços com flutuações nos preços relativos.

Em seguida vieram contribuições baseadas no reajuste infreqüente de salários – e, por extensão, de preços (em especial, Fischer, 1977; Taylor, 1980). Isso decorreria da existência de contratos salariais formais ou implícitos, com que variações na demanda agregada nominal teriam impactos temporários sobre o produto real. Enquanto as versões destes autores estavam baseadas em regras de preço dependentes do tempo, nas quais os reajustes ocorrem somente em períodos pré-determinados, Caplin & Spulber (1987) empregam uma regra de preço dependente do estado da economia, a chamada regra Ss, para demonstrar que a intercalação dos reajustes de preços pode não ser suficiente para gerar não-neutralidade monetária. De fato, os autores demonstram que mesmo que apenas uma fração das firmas venha a reajustar seus preços em resposta a um choque monetário, elas podem fazê-lo em uma extensão suficiente para provocar um ajustamento nominal completo do nível geral de preços. Porém, a maioria dos desenvolvimentos subseqüentes em nível de impactos da política monetária que emprega um arcabouço de reajustes intercalados acabou optando por regras de reajuste dependentes do tempo. Nesse caso, a escolha tem freqüentemente recaído sobre a formulação de Calvo (1983), na qual o processo de chegada do período específico de reajuste é aleatório.

O ciclo seguinte, por seu turno, foi representado por contribuições baseadas na existência de custos de ajustamento de preços em mercados de concorrência monopolística (em especial, Rotemberg, 1982; Akerlof & Yellen, 1985; Mankiw, 1985; Blanchard & Kiyotaki, 1987). Akerlof & Yellen (1985), por exemplo, desenvolvem um modelo no qual alguns formadores de preço seguem a regra de bolso de manter os preços constantes após um choque de demanda causado por uma variação na oferta monetária. A principal implicação do modelo é que as perdas das firmas que assim reagem a uma variação monetária são de segunda ordem, enquanto que o concomitante impacto sobre o produto é de primeira ordem. Em função da perda representada pelo desvio em relação à otimização completa ser de segunda ordem, os autores rotulam as firmas que assim se comportam de 'quase racionais'.

Mais recentemente, Mankiw & Reis (2002) desenvolveram um modelo dinâmico de ajustamento de preços baseado no suposto de que a informação não se dissemina instantaneamente na população de agentes. Embora os agentes sejam racionais, a existência de custos de aquisição de informação ou de (re)otimização faz com que a difusão de informações sobre as condições macroeconômicas seja lenta. Na presença de custos dessa natureza, os preços, embora estejam sempre variando, nem sempre são estabelecidos com base em todas as informações existentes.[3] Daí, portanto, rotularem sua contribuição de *modelo de informação rígida* e não de *modelo de preço rígido*. Especificamente, assumem que a cada período uma fração da população atualiza seu conjunto informacional sobre o estado corrente da economia e computa preços ótimos com base nesse conjunto atualizado. O restante da população, por sua vez, continua a estabelecer preços com base no conjunto informacional desatualizado. Assim, o modelo combina elementos do modelo de reajuste aleatório de Calvo (1983) com o modelo de informação imperfeita de Lucas (1973).

Convém destacar que a principal motivação dessa contribuição de Mankiw & Reis (2002) era desenvolver um modelo de ajustamento nominal incompleto alternativo ao modelo de rigidez de preço (então) padrão, que gerava uma curva de Phillips Novo-Keynesiana

[3] Como evidência empírica da importância desses custos, Mankiw & Reis citam os resultados reportados e analisados em Zbaracki *et alli* (2004), então em versão não publicada. De fato, Zbaracki *et alli* (2004) fornecem evidência microeconômica de que esses custos associados à (re)otimização são muito mais importantes que os tradicionais custos de menu. Em adição a custos físicos (custos de menu), identificam e mensuram três tipos de custos gerenciais (custos de coleta de informações, tomada de decisão e comunicação) e dois tipos de custos de consumidor (custos de comunicação e negociação). Com base em dados de uma grande empresa manufatureira americana e de seus consumidores, detectam que os custos gerenciais (de consumidor) são mais de seis (vinte) vezes maiores que os custos de menu. No total, os custos de ajustamento de preço perfazem 1,22% das receitas e 20,03% da margem líquida da empresa.

'voltada para frente' – ou seja, a inflação corrente depende de uma medida do hiato de produto corrente e da expectativa corrente de inflação futura (Roberts, 1995). A razão dessa busca de um modelo alternativo se devia ao fato de que essa curva de Phillips gera duas implicações que seriam questionáveis de uma perspectiva empírica, a saber, haveria persistência do nível de preços, mas não da taxa de inflação, e uma desinflação crível seria acompanhada de elevação de produto. De fato, a curva de Phillips derivada do modelo de informação rígida gera implicações mais plausíveis, posto que nela, como em Fischer (1977), as expectativas relevantes para a determinação da inflação corrente são as expectativas passadas das condições econômicas correntes – e não, como no modelo de preço rígido, as expectativas correntes das condições econômicas futuras.[4]

Carroll (2006), por sua vez, propõe uma nova e interessante abordagem do processo de formação de expectativas, baseada na epidemiologia, na qual somente um pequeno conjunto de agentes (previsores profissionais plenamente racionais) formula suas próprias expectativas, as quais então se espalham na população através dos veículos de notícias. Porém, nem todos os demais agentes dedicam atenção constante e cuidadosa ao noticiário macroeconômico. Supõe-se que esses agentes absorvem o conteúdo econômico das notícias de maneira probabilística, de uma maneira análoga à difusão de uma doença na população. Logo, leva algum tempo para que notícias de mudanças nas condições macroeconômicas venham a ser absorvidas pelos demais agentes.

Carroll (2006) mostra que esse modelo tem um bom desempenho empírico na explicação da dinâmica das expectativas de inflação e desemprego. Segundo ele, enquanto Mankiw & Reis (2002) não fornecem microfundamentos explícitos para seu suposto de custos informacionais, seu modelo fornece uma microfundamentação explícita, baseada em

[4] Dado o propósito do modelo desenvolvido neste artigo, é válido reportar uma sugestiva observação de Mankiw & Reis (2002) sobre os microfundamentos do ajustamento nominal incompleto: "In the end, microfoundations for the Phillips curve may require a better understanding of bounded rationality" (p. 1317). A conclusão final dos autores é igualmente sugestiva: "Yet we must admit that information processing is more complex than the time-contingent adjustment assumed here. Models of bounded rationality are notoriously difficult, but it seems clear that when circumstances change in large and obvious ways, people alter the mental resources they devote to learning and thinking about the new aspects of the world. Developing better models of how quickly people incorporate information about monetary policy into their plans, and why their response is faster at some times than others, may prove a fruitful avenue for future research on inflation-output dynamics (p. 1319).

modelos epidemiológicos, para uma equação expectacional agregada. Na verdade, o autor deriva uma equação de expectativas idêntica àquela proposta por Mankiw & Reis (2002), exceto que nesta última os agentes que atualizam expectativas o fazem após formar suas próprias previsões racionais sobre o curso futuro da macroeconomia, e não após se informar sobre as previsões dos profissionais através dos veículos de notícias.

Outra contribuição interessante nessa linha mais recente de modelos de imperfeição informacional foi desenvolvida por Woodford (2003), que se baseia no suposto de que o agente tem uma capacidade limitada de absorção de informação. Posto que os formadores de preços aprendem sobre a política monetária através desse canal de informação limitada, é como se obervassem a política monetária com um erro aleatório e, assim, tivessem que resolver um problema de extração de sinal à Lucas (1973). Portanto, uma diferença básica entre as contribuições de Mankiw & Reis (2002) e de Woodford (2003) diz respeito à maneira pela qual a informação chega aos agentes. Enquanto nesta última os formadores de preço recebem a cada período um sinal com ruído sobre a política monetária, na primeira os formadores de preços adquirem informação perfeita sobre a política monetária em um dado período com um certa probabilidade.[5]

Já na linha de abordagens evolucionárias para as quais o modelo desenvolvido neste artigo pretende contribuir, duas elaborações recentes merecem referência. A primeira delas é a contribuição de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003), que fazem uso do arcabouço de jogos evolucionários para analisar os custos de produto associados a uma desinflação, sendo esta concebida como a transição entre dois equilíbrios estacionários. Na seqüência de uma contração monetária, enquanto uma fração dos agentes passa imediatamente a adotar o novo preço ótimo, correspondente ao novo equilíbrio estacionário de expectativas racionais, a fração complementar continua a adotar a estratégia que era ótima para o comportamento monetário anterior. Porém, esse afastamento tem um custo que é proporcional à fração de

[5] Eichenbaum & Fisher (2004), por sua vez, interpretam o mecanismo de estabelecimento de preços à Calvo (1983) como uma forma de capturar a resposta das firmas a vários custos de variação de preço. Na presença desses custos, as firmas otimizam plenamente seus preços apenas periodicamente, seguindo regras simples de reajuste nos demais períodos. Os tipos de custos associados à otimização que os autores têm em mente são custos de coleta de informações, tomada de decisão, negociação e comunicação, que seriam diferentes dos custos de menu – que se aplicariam a todos os preços. Como evidência empírica desses custos de otimização, os autores citam Zbaracki *et alli* (2004), cujos principais resultados já foram reportados na nota 3.

agentes que passou a estabelecer seus preços conforme o novo comportamento monetário, com que uma dinâmica evolucionária de revisão de estratégias, a chamada dinâmica de replicação, faz com que essa fração complementar que continua a adotar a estratégia anterior tenda a desaparecer assintoticamente.[6] Assim, a população de agentes convergirá para o novo equilíbrio estacionário de expectativas racionais, referente ao novo comportamento monetário, no longo prazo – vale dizer, todos os agentes virão a adotar a nova estratégia de Nash.

A segunda contribuição evolucionária que merece referência é aquela elaborada por Saint-Paul (2005).[7] Buscando apresentar uma alternativa explicativa da rigidez de preços, o autor analisa em que medida, se alguma, uma estratégia rígida de estabelecimento de preço se desenvolve como um resultado de equilíbrio em uma economia habitada por agentes imperfeitamente racionais. Assume-se que esses agentes não são capazes de computar sua regra de formação de preço ótima, tendo que experimentar regras de bolso. Contudo, uma vez que as firmas substituem regras que geram um *payoff* baixo por regras que geram um *payoff* elevado, uma pergunta que desdobra naturalmente é se essa macroeconomia converge para um equilíbrio de expectativas racionais (ou de Nash, na linguagem do presente artigo) simétrico, no qual o ajustamento nominal do nível geral de preços é completo e, portanto, uma variação monetária não afeta o produto. As firmas são afetadas pelo comportamento de outras firmas posto que tal comportamento afeta o nível de preço agregado. Outro ingrediente importante do modelo é um tipo de interação local, que é uma externalidade produtiva local simples que implica que a função *payoff* de um agente depende do preço escolhido por um agente contíguo.

Saint-Paul (2005) demonstra então que embora a estratégia correspondente ao equilíbrio de expectativas racionais esteja entre aquelas que podem ser utilizadas pelos agentes, para um intervalo de parâmetros a economia não converge para aquele equilíbrio. Ao invés disso, a economia converge para um equilíbrio ao qual o nível geral de preços não reage na mesma

---

[6] De acordo com essa dinâmica, estratégias que apresentam desempenho inferior à média têm sua utilização proporcionalmente reduzida.

[7] Embora o autor anuncie que seu artigo é o primeiro a lidar com rigidez do nível de preço com base em um arcabouço de evolução e aprendizado adaptativo, vale fazer referência a Bonomo, Carrasco e Moreira (2003).

proporção a choques monetários contemporâneos, como acontece no equilíbrio de expectativas racionais. Entretanto, a moeda será aproximadamente neutra no longo prazo caso a auto-correlação dos choques monetários seja alta. Sendo assim, a rigidez de preço deriva da combinação de dois fatores, a saber, uma baixa variância das inovações monetárias e um alto grau de interação local entre as firmas. Caso as inovações monetárias sejam muito voláteis, a economia converge então aproximadamente para o equilíbrio de expectativas racionais. Por sua vez, caso o grau de interação local entre as firmas deixe de existir, a economia também converge para o equilíbrio de expectativas racionais.

Portanto, o modelo desenvolvido a partir da seção seguinte compartilha com as contribuições de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) e Saint-Paul (2005) a tentativa de derivação da rigidez de preços e das implicações do ajustamento nominal incompleto em termos de política monetária a partir de princípios evolucionários. Como em Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) utilizamos o arcabouço da teoria dos jogos evolucionários. Todavia, há duas inovações com relação a este trabalho. Primeiramente, ao invés de utilizarmos a *dinâmica de replicação* como representação do processo de aprendizagem subjacente, deduzimos uma dinâmica evolucionária mais geral a partir da hipótese de que as firmas apresentam um comportamento *satisficing* ao decidirem quando atualizar ou não os seus conjuntos informacionais. Em segundo lugar, em nosso modelo a informação necessária para determinar o preço ótimo não se encontra disponível livremente, ou seja, há um custo para adquirir tal informação. O modelo proposto por Saint-Paul (2005) utiliza-se da metodologia computacional baseada em agentes e, portanto, seus resultados são obtidos por simulações numéricas. Tal metodologia permite que o autor trate de uma gama extensa de regras de bolso de determinação de preços, bem como explore explicitamente os efeitos da interação local entre os agentes e de um processo específico para a realização monetária, um AR(1), sobre a rigidez de preços e o ajustamento nominal incompleto. Em nosso caso, utilizamos a estratégia de modelagem padrão baseada em equações diferenciais ordinárias e deduzimos resultados a partir da análise qualitativa do diagrama de fase da dinâmica evolucionária e da linearização em torno do(s) equilíbrio(s).

III. EQUILÍBRIO ESTÁTICO

Blanchard & Kiyotaki (1987) desenvolvem um modelo macroeconômico completo, baseado em uma estrutura de concorrência monopolística, que incorpora formalmente a moeda, podendo então ser utilizado para avaliar os efeitos de uma variação na demanda agregada nominal, aproximada pela oferta monetária. Como admitem os próprios autores, porém, trata-se de um modelo estático no qual é assumido que todos os preços praticados são inicialmente iguais e estabelecidos de forma ótima (Blanchard & Kiyotaki, 1987, p. 663). No modelo desenvolvido a seguir, por sua vez, as firmas podem ou não estabelecer o preço ótimo a depender de suas conveniências explicitamente modeladas. De fato, a proporção entre aquelas que estabelecem o preço ótimo e as demais segue uma dinâmica evolucionária do tipo *satisficing* que co-evolui com as variáveis macroeconômicas de cuja determinação ela participa. Além disso, enquanto no modelo de Blanchard & Kiyotaki (1987) o custo envolvido no estabelecimento do preço ótimo é fixo, no modelo que segue esse custo depende da fração de firmas que o paga.

Passemos então ao modelo. Em cada momento há uma fração k da população de firmas, que pode variar de um momento para outro, que estabelece seu preço sem conhecer todos os preços da economia, ou seja, são firmas de racionalidade limitada, pois decidiram não pagar o custo necessário para conhecer plenamente a estrutura de preços relativos. A fração restante, $1-k$, é formada pelas firmas plenamente informadas que incorreram no custo referente à obtenção desse conhecimento. Estas últimas, seguindo Droste, Hommes & Tuinstra (2002, p. 244), serão denominadas firmas Nash.

Cumpre esclarecer, porém, que o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização é ele próprio concebido no compasso deste artigo como sendo limitadamente racional e evolucionário, e não como sendo derivado de um cálculo preciso de otimização. A razão é que conceber o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização como sendo ele próprio sujeito ao cálculo otimizador nos faria deparar com um problema de auto-referência ou regressão infinita (Conlisk, 1996). Afinal, para otimizar é necessário obter um conhecimento perfeito, o que tem custos. Sendo assim, a otimização correspondente não é ótima quando tal custo é ignorado. Eis a contradição: para não ignorá-lo é necessário incluir o custo de otimização na própria otimização, porém não há como saber o custo da aquisição do conhecimento perfeito antes de conhecê-lo perfeitamente.

Nessa economia, o nível geral de preços, P, vigente em uma dado momento é dado pela média geométrica dos preços praticados pelas firmas Nash, P_n, e o preço estabelecido pelas firmas com racionalidade limitada, P_b, ou seja:

$$(1) \qquad P = P_b^{\,k} P_n^{\,1-k}.$$

Tomando como referência o modelo de Blanchard & Kiyotaki (1987), o preço estabelecido pelas firmas Nash, que conhecem o verdadeiro valor de P, é:

$$(2) \qquad P_n = \alpha P^a M^{1-a},$$

onde $\alpha > 0$ e $0 < a < 1$ representam constantes. Ou seja, esse preço depende do estoque nominal de moeda, M, bem como do nível geral de preços.

Substituindo (1) em (2), obtemos o preço estabelecido pelas firmas Nash levando em consideração o preço estabelecido pelas firmas de racionalidade limitada e a fração destas (vale dizer, a distribuição de estratégias de estabelecimento de preços) na economia:

$$(3) \qquad P_n = (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)},$$

onde $\xi(k) \equiv 1/[1 - a(1-k)]$. Na linguagem de Droste, Hommes & Tuinstra (2002, p. 244), a estratégia de fixação de preços das firmas Nash é algo como um equilíbrio de Nash em um jogo de estabelecimento de preços que é 'contaminado' com firmas de racionalidade limitada.

Introduzindo a decisão ótima (3) em (1), podemos expressar o nível geral de preços como uma função do preço fixado pelas firmas de racionalidade limitada e da distribuição de estratégias de estabelecimento de preços na economia, a saber:

$$(4) \qquad P = [(\alpha_0 M)^{(1-a)(1-k)} P_b^k]^{\xi(k)},$$

onde $\alpha_0 = \alpha^{\frac{1}{1-a}}$. Como é bem conhecido, em uma economia formada somente por firmas com informação perfeita teríamos $P = \alpha_0 M$, que é o valor do nível geral de preços no equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita. Isto segue de (4) fazendo $k = 0$, ou seja, assumindo que só existem firmas Nash, ou que, para qualquer $k \in (0,1]$, as firmas de racionalidade limitada fixem $P_b = \alpha_0 M$.

Analisemos o impacto de variações monetárias nesse curto prazo, ou seja, para uma dada, porquanto pré-determinada, distribuição de estratégias de formação de preços – e que não é, portanto, necessariamente aquela correspondente ao equilíbrio evolucionário dinâmico. Essa análise será feita através da elasticidade do nível geral de preços em relação ao estoque nominal de moeda. Usando (4), essa elasticidade é dada por:

$$(5) \qquad \frac{\partial P}{\partial M}\frac{M}{P} = 1 - \frac{k}{1-a(1-k)} \equiv \varepsilon(k).$$

Note que $\varepsilon(0) = 1$ e $0 < \varepsilon(k) < 1$ para todo $k \in (0,1)$. Portanto, caso existam apenas firmas Nash, $k = 0$, a economia apresenta, como esperado, ajustamento nominal completo no curto prazo. Além disso, o ajustamento nominal será igualmente completo no curto prazo caso existam somente firmas de racionalidade limitada, $k = 1$. Nessa situação, a eq. (4) já gera $P = \alpha_0 M$ e, portanto, uma elasticidade unitária é imediatamente obtida, com a eq. (5) perdendo validade. Porém, quando há uma fração intermediária de firmas de racionalidade limitada, $0 < k < 1$, o ajustamento nominal é incompleto. Nessa situação, uma expansão (contração) do estoque nominal de moeda, ao acarretar uma elevação (contração) menos que proporcional do nível geral de preços, gera uma expansão (contração) do produto. Além disso, segue de (5) que:

$$(6) \qquad \varepsilon'(k) = \frac{(1-a)}{[1-a(1-k)]^2} < 0,$$

vale dizer, a incompletude do ajustamento nominal no curto prazo será tanto maior quanto maior for a fração de firmas de racionalidade limitada – lembrando, porém, como visto acima, que o ajustamento nominal será igualmente completo caso existam somente firmas de racionalidade limitada.

IV. UMA DINÂMICA EVOLUCIONÁRIA SEM MUTAÇÃO

Embora a distribuição de firmas esteja dada no curto prazo, ela varia ao longo do tempo conforme uma dinâmica evolucionária. Inicialmente, suporemos que o processo de escolha de estratégia de fixação de preço por parte das firmas baseia-se exclusivamente em considerações em termos de benefício esperado. Na linguagem dos jogos evolucionários, supomos que as firmas não são mutantes, conforme melhor definiremos na seção seguinte. Para tanto, suporemos que as firmas incorrem em uma perda quadrática ao não estabelecerem otimamente seus preços. Assim, usando (3), a perda média de uma firma de racionalidade limitada pode ser expressa como segue:

$$(7) \qquad L_b = -\beta(P_b - P_n)^2 = -\beta[P_b - (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)}]^2 \equiv L_b(k, P_b),$$

a qual pode ser tomada como o *payoff* esperado da estratégia representada por *não incorrer no custo de atualização do conjunto informacional*, que é o custo envolvido na inferência do nível geral de preços.

Por seu turno, as firmas Nash, por estabelecerem o preço ótimo, não incorrem em perda por dele se desviarem. Para estabelecerem o preço ótimo, entretanto, arcam com um custo de inferência do nível geral de preços. Suporemos não somente que esse custo é crescente com o grau de dispersão dos preços com relação ao preço ótimo, mas, inclusive, que essa dispersão é crescente com a fração de firmas que não incorrem no custo envolvido na inferência do nível geral de preços. Formalmente, podemos captar esse efeito supondo que o custo de inferir perfeitamente o nível geral de preços é uma função continuamente diferenciável da fração de firmas de racionalidade limitada, $c(k)$, tal que $c(0) > 0$, $c'(k) > 0$ e $c''(k) > 0$ para todo $k \in [0,1]$. Assim, a perda total das firmas Nash, posto que incorrem em custos de inferência não nulos, é dada por:

$$(8) \qquad L_n(k) = -c(k),$$

a qual pode ser interpretada como o *payoff* esperado da estratégia representada por *incorrer no custo de atualização do conjunto informacional* e, portanto, de inferência perfeita do nível geral de preços.

Considera-se que uma firma *i*, ao observar sua perda $L_i < 0$, que é igual a $L_b(k, P_b)$ se for de racionalidade limitada, ou a $L_n(k) = -c(k)$ se for Nash, a compara com um nível de perda $\overline{L}_i \leq 0$ que seria considerado por ela como o máximo tolerado, daqui em diante denominado *perda tolerada*.[8] Se $\overline{L}_i \leq L_i$ a firma *i* não cogitaria mudar de estratégia referente à atualização do seu conjunto informacional. Entretanto, caso a perda tolerada seja ultrapassada a firma *i* torna-se uma potencial revisora de estratégia.[9]

A perda tolerada de uma firma depende, entre outras coisas, de especificidades do seu processo de formação de preços. Assumiremos que essa perda tolerada é determinada aleatoriamente de maneira independente entre as firmas e no tempo. Mais precisamente, supomos que a perda tolerada $\overline{L}_i$ é uma variável aleatória com função de distribuição de probabilidades $F : \Re_- \rightarrow [0,1]$ continuamente diferenciável. Assim sendo, a probabilidade de selecionar aleatoriamente uma firma *i* cuja perda tolerada $\overline{L}_i$ seja menor ou igual a perda incorrida L_i é dada por $\Pr(\overline{L}_i \leq L_i) = F(L_i)$ e, portanto, a probabilidade de uma firma *i*, tomada aleatoriamente, incorrer em uma perda cujo módulo seja superior ao módulo da perda tolerada é:

$$(9) \qquad \Pr(L_i < \overline{L}_i) = 1 - F(L_i)\,.$$

Em outras palavras, esta é a probabilidade com a qual é encontrada aleatoriamente uma firma *i* não satisfeita com sua perda e que está revisando sua escolha relativa à atualização de seu conjunto informacional.

Por outro lado, a probabilidade de uma firma *i* vir a escolher a estratégia alternativa àquela que vinha seguindo é igual à freqüência com que essa estratégia alternativa é adotada pela população de firmas. Por conseguinte, considerando (8) e (9), o influxo estimado para a subpopulação de firmas de racionalidade limitada, ou seja, o fluxo estimado de firmas Nash que se tornarão firmas de racionalidade limitada é:

---

[8] Em Vega-Redondo (1996, p. 91), um nível de referência do *payoff* desse tipo é denominado *target level of satisfaction*.

[9] A derivação da *satisficing dynamics* exposta adiante segue a estratégia de derivação de uma *satisficing dynamics* geral encontrada em Vega-Redondo (1996, p. 91).

(10) $[1-F(L_n(k))]k(1-k)$.

Analogamente, considerando as eqs. (7) e (9), o efluxo da subpopulação de firmas de racionalidade limitada, ou seja, o fluxo estimado de firmas de racionalidade limitada que se transformarão em firmas Nash é dado por:

(11) $[1-F(L_b(k,P_b))](1-k)k$.

A diferença entre o influxo (10) e o efluxo (11) nos dá, portanto, a taxa de variação da freqüência com que a estratégia de não atualizar o conjunto informacional é jogada na economia em um dado momento:

(12) $\dot{k}=k(1-k)[F(L_b(k,P_b))-F(L_n(k))]$.

Essa equação diferencial representa uma *dinâmica de seleção* ou *dinâmica evolucionária*,[10] que apresenta a propriedade de monotonicidade nos *payoffs*[11] se $F'(L_i)>0$ para todo $L_i \in \Re_-$. Supondo isto, a proporção com que a estratégia de não atualizar o conjunto informacional é adotada aumenta (diminui) se, e somente se, o *payoff* desta estratégia supera o (é superado pelo) *payoff* da estratégia de atualizar o conjunto informacional, ou seja, se $L_b(k,P_b)>L_n(k)$, pois neste caso $F(L_b(k,P_b))-F(L_n(k))>(<)0$, uma vez que $F'(L_i)>0$ para todo $L_i \in \Re_-$. Em outras palavras, a proporção de firmas de racionalidade limitada aumenta (diminui) caso o módulo da perda esperada destas firmas seja menor (maior) do que o custo de adquir a informação necessária para estabelecer o preço ótimo, isto é, se o diferencial de perdas entre as estratégias, que é dado por

(13) $\psi(k,P_b)\equiv L_b(k,P_b)-L_n(k)=c(k)-\beta[P_b-(\alpha P_b^{ak}M^{1-a})^{\xi(k)}]^2$,

for estritamente positivo (negativo).

Note que a dinâmica evolucionária (12) é parametrizada pelo preço estabelecido pelas firmas de racionalidade limitada. Suporemos que este preço segue um processo adaptativo:

---

[10] Uma exposição e análise detalhada de dinâmicas dessa natureza pode ser encontrada, por exemplo, em Ponti (2002), Vega-Redondo (1996, cap. 4) ou Weibull (1995, cap. 4).

[11] Tal propriedade desempenha um papel na modelagem de processos evolucionários em ambientes sociais análogo ao mecanismo de seleção natural em ambientes biológicos.

(14) $$\dot{P}_b = -\gamma(P_b - P_n) = -\gamma[P_b - (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)}],$$

onde $\gamma > 0$ é uma constante. A transição de estado da economia é, portanto, determinada pelo sistema (12)-(14), cujo espaço de estados é $\Theta = \{(k, P_b) \in \Re^2 : 0 \le k \le 1, P_b > 0\}$.

Para um dado valor de $k \in [0,1]$, teremos $\dot{P}_b = 0$ se, e somente se,

(15) $$P_b - (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)} = 0,$$

ou seja, se, e somente se, $P_b = \alpha_0 M$. Este preço, como já destacado, é o de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita.

Quando $k = 0$ ou $k = 1$ segue de (12) que $\dot{k} = 0$. Logo, temos dois equilíbrios com extinção de estratégia, um equilíbrio $(k, P_b) = (0, \alpha_0 M)$ no qual só há firmas Nash, e um outro equilíbrio $(k, P_b) = (1, \alpha_0 M)$ no qual restam apenas firmas de racionalidade limitada. Posto que $P = \alpha_0 M$ quando $P_b = \alpha_0 M$, inferimos então que não só no equilíbrio em que apenas a estratégia Nash sobrevive, mas, inclusive, no equilíbrio onde ocorre sua extinção, o preço que emerge é o preço do equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita.

Em função da suposição de existência de um custo de atualização do conjunto informacional estritamente positivo para qualquer distribuição de estratégias de fixação de preços na economia, não existe um equilíbrio de estratégia mista, isto é, sem extinção de estratégia. Com efeito, suponha, por absurdo, que existe um $k^* \in (0,1)$ tal que $c(k^*) > 0$ e $\dot{k} = 0$. Considerando o sistema (12)-(14), $(k, P_b) = (k^*, \alpha_0 M)$ será um equilíbrio se, e somente se:

(16) $$\psi(k^*, \alpha_0 M) = c(k^*) - \beta\{\alpha_0 M - [\alpha(\alpha_0 M)^{ak^*} M^{1-a}]^{\xi(k^*)}\}^2 = 0.$$

Como $L_b(k^*, \alpha_0 M) = -\beta\{\alpha_0 M - [\alpha(\alpha_0 M)^{ak^*} M^{1-a}]^{\xi(k^*)}\}^2 = 0$, então $\psi(k^*, \alpha_0 M) = c(k^*)$. Assim, $\psi(k^*, \alpha_0 M) = 0$ se, e somente se, $c(k^*) = 0$, o que contradiz a suposição inicial de que $c(k^*) > 0$.

Analisemos agora as propriedades de estabilidade local desses dois equilíbrios de estratégia pura. A matriz jacobiana da linearização em torno do equilíbrio $(0,\alpha_0 M)$ do sistema (12)-(14) é:

$$(17) \qquad J(0,\alpha_0 M) = \begin{bmatrix} F(0)-F(-c(0)) & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix},$$

cujos autovalores são $\lambda_1 = F(0)-F(-c(0)) > 0$ e $\lambda_2 = -\gamma < 0$. Segue-se, portanto, que o equilíbrio $(0,\alpha_0 M)$, caracterizado pela extinção das firmas de racionalidade limitada, é um ponto de sela. O ramo estável dessa sela é o subespaço positivamente invariante $\{(k,P_b)\in\Theta : k=0\}$, pois para todo estado pertencente a este subespaço temos $\dot{k}=0$ e $\dot{P}_b > 0 (<0)$ para $P_b < (>) \alpha_0 M$. Logo, para qualquer $(k,P_b)\in\Theta - \{(k,P_b)\in\Theta : k=0\}$ a economia não converge para o equilíbrio $(0,\alpha_0 M)$. Vale dizer, se existirem inicialmente firmas de racionalidade limitada, esse tipo de comportamento não desaparecerá (cf. Figura 1).

A matriz jacobiana da linearização em torno do equilíbrio $(1,\alpha_0 M)$ do sistema (12)-(14) é:

$$(18) \qquad J(1,\alpha_0 M) = \begin{bmatrix} F(-c(1))-F(0) & 0 \\ 0 & -(1-a)\gamma \end{bmatrix},$$

cujos autovalores são $\lambda_1 = F(-c(1))-F(0) < 0$ e $\lambda_2 = -(1-a)\gamma < 0$. Assim, o equilíbrio $(1,\alpha_0 M)$, caracterizado pela extinção das firmas Nash, é um atrator local (cf. Figura 1).

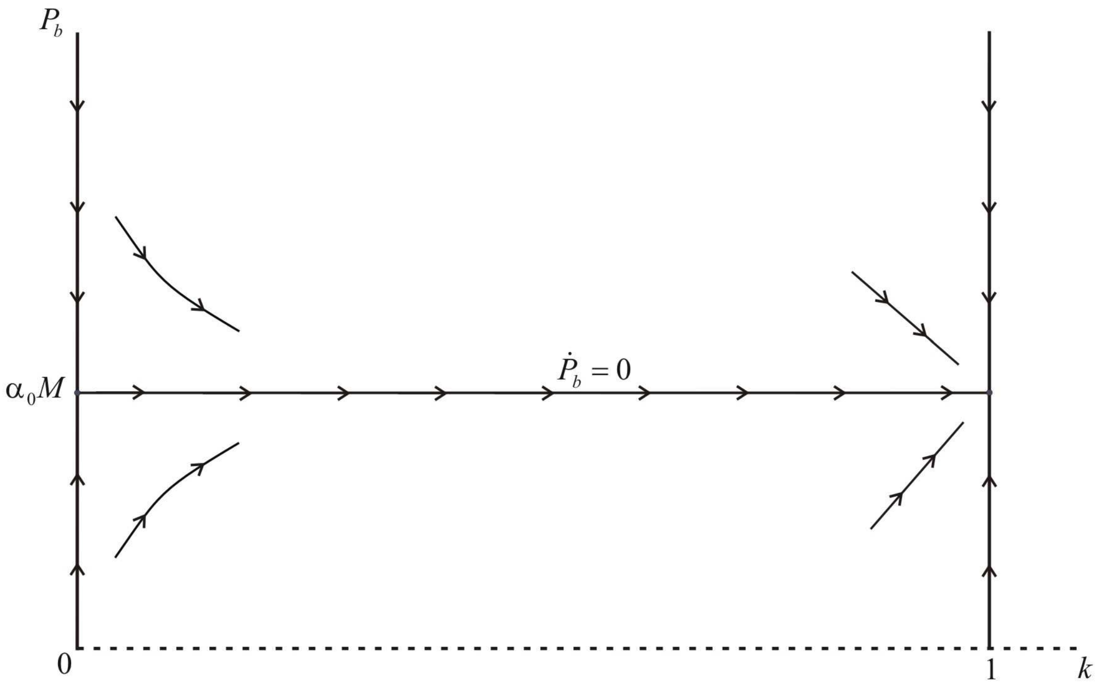

Figura 1. *Diagrama de Fase da Dinâmica Evolucionária sem Mutação*

Dessa análise de estabilidade local via linerização em torno dos dois equilíbrios de estratégia pura, podemos inferir que esse jogo evolucionário de estabelecimento de preços necessariamente leva a macroeconomia para um estado equivalente ao equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita. Assim sendo, não somente é desnecessário que ocorra a extinção das firmas de racionalidade limitada para que o preço de equilíbrio de Nash simétrico venha a prevalecer, como, inclusive, esse preço virá a prevalecer mesmo que apenas as firmas de racionalidade limitada sobrevivam. Adaptando a descrição de Samuelson (1997) de situações em que embora as decisões não sejam guiadas pela racionalidade plena, mas, sim, por regras de bolso, mesmo assim o equilíbrio é alcançado por meio de uma dinâmica evolucionária[12], pode-se dizer que, nesse caso em que sobrevivem apenas as firmas de racionalidade limitada, o preço de equilíbrio de Nash simétrico emerge não porque as firmas são plenamente racionais, mas, sim, tais firmas é que parecem ser plenamente racionais porque um equilíbrio foi alcançado.

---

[12] Nas suas palavras: "The behavior that persists in equilibrium then looks as if it is rational, even though the motivations behind it may be quite different. An equilibrium does not appear because agents are rational, but rather agents appear rational because an equilibrium has been reached" (Samuelson, 1997, p. 3).

Conforme derivado na seção anterior, portanto, embora o ajustamento nominal do nível geral de preços em resposta a uma variação monetária possa vir a ser incompleto no curto prazo, ele necessariamente se completará no equilíbrio de longo prazo. Sendo assim, embora a neutralidade monetária possa vir a ser violada no curto prazo, caso coexistam firmas Nash e de racionalidade limitada, essa coexistência – e a não-neutralidade da moeda dela decorrente – não prevalecerá no longo prazo.

V. UMA DINÂMICA EVOLUCIONÁRIA COM MUTAÇÃO

Para testar a robustez dos resultados obtidos na seção anterior, suporemos que a dinâmica evolucionária (12), que representa o mecanismo de seleção atuante nesse ambiente econômico, passa a operar na presença de uma forma de perturbação análoga ao processo de mutação em ambientes naturais. Na seção anterior, supusemos que a escolha de estratégia de estabelecimento de preço baseava-se somente em considerações em termos de benefício esperado, inexistindo agentes mutantes, ou seja, firmas que escolhessem estratégias de forma aleatória sem levar em consideração o diferencial de perdas esperado entre estratégias de estabelecimento de preços.

Porém, a maneira pela qual incorporamos a possibilidade de mutação difere daquela adotada em Saint-Paul (2005). Como sintetizado na seção II, Saint-Paul modela uma macroeconomia habitada por firmas imperfeitamente racionais que não são capazes, por hipótese, de computar sua regra de formação de preço ótima, tendo então que experimentar regras de bolso. Este processo de experimentação acontece da seguinte forma. Cada firma escolhe aleatoriamente uma regra a ser utilizada durante um determinado tempo, após o qual experimenta com certa probabilidade uma nova regra. Esta nova regra é escolhida de uma dentre duas maneiras. A nova regra é selecionada aleatoriamente entre as regras disponíveis ou resulta de uma mutação local da regra em uso. Esta mutação é gerada por uma perturbação aleatória na regra em uso.

Na formulação desenvolvida neste artigo, por sua vez, as firmas podem estabelecer o preço ótimo incorrendo no custo de atualização do conjunto informacional, de forma que podem coexistir firmas de racionalidade limitada e firmas Nash. Nesta seção, além disso, a dinâmica de seleção (12) passa a operar com um ruído, dado que algumas firmas escolhem sua estratégia de estabelecimento de preço independente de considerações em nível de benefício esperado. Logo, enquanto em Saint-Paul (2005) todas as firmas escolhem uma nova regra sem considerações de *payoff*, por um processo aleatório local (perturbação na regra em uso) ou global (seleção eqüiprovável entre as regras disponíveis), nesta seção apenas uma fração das firmas escolhe sua estratégia sem considerações de *payoff*, fazendo-o através de um processo aleatório global.

Mais precisamente, seja $\theta \in (0,1)$ o número (medida) de firmas mutantes que escolhem uma estratégia em um dado momento independentemente das perdas (*payoffs*). Assim, uma firma mutante escolhe uma das duas estratégias de fixação de preços, de Nash e de racionalidade limitada, com igual probabilidade. Logo, $\theta\frac{1}{2}$ é o número de mutantes que mudará de estratégia. Dado que θk é o número de firmas de racionalidade limitada que são mutantes, o fluxo líquido (positivo ou negativo) de mutantes que se tornarão firmas de racionalidade limitada em um dado momento é dado por:

$$(19) \qquad \theta\frac{1}{2} - \theta k = \theta\left(\frac{1}{2} - k\right)$$

Seguindo Gale, Binmore & Samuelson (1995), esse ruído pode ser acrescentado à dinâmica de seleção (12) dando origem a seguinte dinâmica evolucionária com mutação:

$$(12.a) \qquad \dot{k} = (1-\theta)k(1-k)[F(L_b(k, P_b)) - F(L_n(k))] + \theta\left(\frac{1}{2} - k\right).$$

A transição de estado da economia passa, então, a ser determinada pelo sistema (12.a)-(14), cujo espaço de estados ainda é $\Theta = \{(k, P_b) \in \Re^2 : 0 \le k \le 1, P_b > 0\}$.

Diferentemente da dinâmica analisada na seção anterior, o sistema (12.a)-(14) não apresenta equilíbrios de estratégia pura, pois quando $k = 0$ ou $k = 1$ segue de (12.a) que $\dot{k} = \theta / 2 > 0$ e $\dot{k} = -\theta / 2 < 0$, respectivamente.

Como já demonstrado, para um dado *k* em (14), a condição $\dot{P}_b = 0$ é satisfeita se, e somente se, $P_b = \alpha_0 M$. Posto que $L_b(k, \alpha_0 M) = -\beta\{\alpha_0 M - [\alpha(\alpha_0 M)^{ak} M^{1-a}]^{\xi(k)}\}^2 = 0$ e $L_n(k) = -c(k)$, (12.a) torna-se:

$$(12.b) \qquad \dot{k} = (1-\theta)k(1-k)[F(0) - F(-c(k))] + \theta\left(\frac{1}{2} - k\right), \text{ para } P_b = \alpha_0 M .$$

Considerando esta equação, obtemos $\dot{k} = 0$ se, e somente se,

(20) $$(1-\theta)k(1-k)[F(0)-F(-c(k))]=\theta\left(k-\frac{1}{2}\right)$$

Tomando o limite de ambos os lados de (20) quando a taxa de mutação tende a zero ($\theta \to 0^+$) obtemos:

(21) $$k(1-k)[F(0)-F(-c(k))]=0\,,$$

igualdade que é satisfeita, para $c(k)>0$, se $k=0$ ou $k=1$, pois $F(0)-F(-c(k))>0$. Ou seja, se a taxa de mutação é zerada reaparecem os dois equilíbrios de estratégia pura da dinâmica evolucionária sem mutação, conforme a seção IV.

Dado que, por hipótese, $\theta \in (0,1)$, para qualquer $k \in (0,1)$ a condição (20) pode ser reescrita como segue:

(20.a) $$\phi(k)=F(0)-F(-c(k))-\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)\frac{(k-1/2)}{k(1-k)}=0\,.$$

Observe que $\phi(k)>0$ para qualquer $k \in (0,1/2]$, em particular, $\phi(1/2)=F(0)-F(-c(1/2))>0$. Ademais, $\lim_{k\to 1^-}\phi(k)=F(0)-F(-c(1))-\infty=-\infty$. Inferimos, então, pelo teorema do valor intermediário, que existe pelo menos um $k^* \in (1/2,1)$ tal que $\phi(k^*)=0$. Logo, a dinâmica evolucionária com mutação (12.a)-(14) apresenta pelo menos um equilíbrio $(k,P_b)=(k^*,\alpha_0 M)$, no qual preponderam firmas de racionalidade limitada. Cabe destacar que, à semelhança da dinâmica sem mutação, o preço no estado estacionário é o preço de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de fixação de preços com informação perfeita, de maneira que esse estado é caracterizado por ajustamento nominal completo do nível de preço e, portanto, pela neutralidade monetária.

Além disso, se existir um único equilíbrio de estratégia mista $(k,P_b)=(k^*,\alpha_0 M)$ devemos ter:

(22) $$\phi'(k^*)=F'(c(k^*))c'(k^*)-\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)\left[\frac{k^*(1-k^*)+(1/2-k^*)(1-2k^*)}{[k^*(1-k^*)]^2}\right]<0\,,$$

pois sendo $\phi(1/2) = c(1/2) > 0$ e $\lim_{k \to 1^-} \phi(k) = -\infty$, a função $\phi(k)$ intercepta o eixo k em k^* de cima para baixo.

Como já demonstrado, quando $\theta \to 0^+$ há uma bifurcação, caracterizada pelo desaparecimento do(s) equilíbrio(s) de estratégia mista e emergência de dois equilíbrios de estratégia pura. Além disso, se todos as firmas fossem mutantes ($\theta = 1$), então a dinâmica evolucionária com ruído (12.a) seria dada por $\dot{k} = \theta(1/2 - k)$, cujo equilíbro seria $k = 1/2$. Vale dizer, se todas as firmas escolhessem sua estratégia de estabelecimento de preços independentemente das perdas (*payoffs*), mais precisamente, se escolhessem uma estratégia aleatoriamente e com igual probabilidade, a distribuição de estratégias de equilíbrio seria caracterizada por parcelas iguais dos dois tipos de firmas.

Supondo que existe um único equilíbrio de estratégia mista, passemos ao estudo de suas propriedades de estabilidade local. A matriz jacobiana da linearização em torno de um equilíbrio $(k^*, \alpha_0 M)$ do sistema (12.a)-(14) é:

$$(23)\quad J(k^*, \alpha_0 M) = \begin{bmatrix} (1-\theta)((1-2k^*)(F(0) - F(-c(k^*)) + k^*(1-k^*)F'(\cdot)c'(k^*)) - \theta & 0 \\ 0 & -(1-a)\gamma\xi(k^*) \end{bmatrix},$$

cujos autovalores são $\lambda_1 = (1-\theta)((1-2k^*)(F(0) - F(-c(k^*)) + k^*(1-k^*)F'(-c(k^*))c'(k^*)) - \theta$ e $\lambda_2 = -(1-a)\gamma\xi(k^*) < 0$. Podemos demonstrar que se existe um único equilíbrio e, portanto, vale a condição (22), então $\lambda_1 < 0$.[13] Ou seja, se existe um, e somente um, equilíbrio de

---

[13] Com efeito, segue de (21):

$$\frac{\theta(k^* - 1/2)}{k^*(1-k^*)}(1-2k^*) + (1-\theta)k^*(1-k^*)F'(c(k^*))c'(k^*) - \theta < 0.$$

Do que segue:

$$\frac{1}{[F(0) - F(-c(k))]}\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)\frac{(k^* - 1/2)}{k^*(1-k^*)}(1-\theta)[F(0) - F(-c(k))](1-2k^*) + (1-\theta)k^*(1-k^*)F'(\cdot)c'(k^*) - \theta < 0.$$

Utilizando a (18.a), segue então que: $(1-\theta)[F(0) - F(-c(k))](1-2k^*) + (1-\theta)k^*(1-k^*)c'(k^*) - \theta < 0.$

estratégia mista na dinâmica evolucionária com mutação este é um atrator local (cf. Figura 2). Assim sendo, mesmo na presença desse comportamento mutante há convergência para o equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita. Todavia, com a inclusão de mutantes o equilíbrio de Nash é alcançado sem extinção de uma das estratégias.

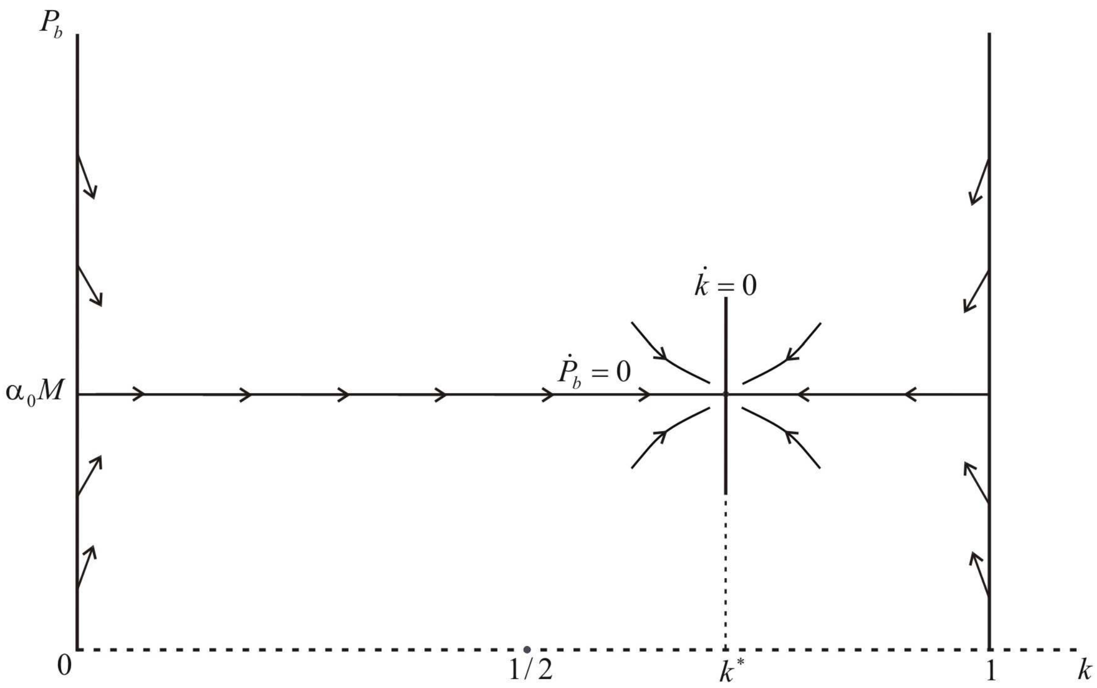

Figura 2. *Diagrama de Fase da Dinâmica Evolucionária com Mutação*

VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo desenvolveu uma dinâmica evolucionária com o intuito de prover uma microfundamentação ao ajustamento nominal (in)completo. Para tanto, assumimos que a informação necessária para determinar o preço ótimo não está disponível livremente, ou seja, há um custo para adquirir tal informação. Porém, o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização foi concebido como sendo limitadamente racional e evolucionário, e não como sendo derivado ele próprio de um cálculo preciso de otimização. A evolução dessa escolha foi formalizada como um processo de aprendizagem individual do tipo *satisficing*, no qual cada firma vai ajustando sua estratégia de formação de preços em um ambiente macroeconômico em constante mudança levando em consideração seus sucessos e falhas passadas em termos de desvio em relação a uma perda de lucro considerada tolerável.

Analisamos então o impacto de variações monetárias no curto prazo, ou seja, para uma dada, porquanto pré-determinada, distribuição de estratégias de formação de preços – e que não é, portanto, necessariamente aquela correspondente ao equilíbrio evolucionário dinâmico. Caso existam apenas firmas Nash a macroeconomia apresenta, como esperado, ajustamento nominal completo no curto prazo. Além disso, o ajustamento nominal no curto prazo será igualmente completo caso existam apenas firmas de racionalidade limitada. Quando há coexistência de firmas Nash e de racionalidade limitada, porém, o ajustamento nominal é incompleto. Nessa situação, uma expansão (contração) do estoque nominal de moeda, ao acarretar uma elevação (contração) menos que proporcional do nível geral de preços, gera uma expansão (contração) do produto, com a incompletude do ajustamento nominal sendo tanto maior quanto maior for a fração de firmas de racionalidade limitada.

A partir da premissa de que as firmas seguem um comportamento *satisficing* ao escolher entre estratégias de estabelecimento de preço, derivamos uma dinâmica evolucionária que, ao interagir com a dinâmica macroeconômica, determinou a co-evolução da distribuição dessas estratégias e das variáveis macroeconômicas. Mostramos que a sobrevivência da estratégia Nash não é condição necessária para o ajustamento nominal completo no longo prazo, isto é, a economia pode convergir para um equilíbrio evolucionário no qual só há firmas de racionalidade limitada e, mesmo assim, a moeda será neutra no longo prazo.

Para testar a robustez deste resultado incorporamos à dinâmica evolucionária uma forma de experimentação análoga ao processo de mutação em ambientes naturais. Relaxamos a hipótese de que a escolha de estratégia de estabelecimento de preço baseia-se somente em considerações em termos de benefício esperado, assumindo que existem firmas mutantes que escolhem estratégias de forma aleatória sem levar em consideração o diferencial de perdas esperado entre estratégias de formação de preços. Nesta dinâmica evolucionária com mutação, demonstramos que existem apenas equilíbrios de estratégia mista, no qual preponderam firmas de racionalidade limitada. Cabe destacar que, à semelhança da dinâmica evolucionária sem mutação, porém, o preço nesses estados estacionários é o preço de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preço com informação atualizada, com que esses estados são caracterizados por ajustamento nominal completo do nível geral de preços e, portanto, pela neutralidade monetária.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akerlof, G. & Yellen, J. (1985) "A near-racional model model of the business cycle, with wage and price inertia, *Quarterly Journal of Economics*, 100(5), pp. 823-38.

Álvares, L., Dhyne, E., Hoeberichts, M., Kwapil, C., Bihan, H., Lünemann, P., Martins, F., Sabbatini, R., Stahl, H., Vermeulen, P. & Vilmunen, J. (2005) "Sticky prices in the Euro area: a summary of new micro evidence", European Central Bank Working Paper Series No. 563, December.

Amirault, D., Kwan, C. & Wilkinson, G. (2006) "A survey of price-setting behaviour of Canadian companies", Bank of Canada Working Paper 2006-35, September.

Bils, M. & Klenow, P. (2004) "Some evidence on the importance of sticky prices", *Journal of Political Economy*, 112(5).

Blanchard, O. & Kiyotaki, N. (1987) "Monopolistic competition and the effects of aggregate demand, *American Economic Review*, 77(4), pp. 647-66.

Bonomo, M., Carrasco, V. & Moreira, H. (2003) "Aprendizado evolucionário, inércia inflacionária e recessão em desinflações monetárias", *Revista Brasileira de Economia*, 57(4), out/dez., pp. 663-681.

Calvo, G. (1983) "Staggered prices in a utility maximizing framework, *Journal of Monetary Economics*, 12, September, pp. 383-398.

Caplin, A. & Spulber, D. (1987) "Menu costs and the neutrality of money", *Quarterly Journal of Economics*, 102(4), 703-25.

Carroll, C. (2006) "The epidemiology of macroeconomic expectations", in L. Blume & S. Durlauf (eds) *The Economy as an Evolving Complex System, III*, Oxford: Oxford University Press.

Conlisk, J. (1996) "Why bounded rationality?", *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV, June, pp. 669-700.

Droste, E., Hommes, C. & Tuinstra, J. (2002) "Endogenous fluctuations under evolutionary pressure in Cournot competition", *Games and Economic Behavior*, 40, pp. 232-69.

Eichenbaum, M. & Fisher, J. (2004) "Evaluating the Calvo model of sticky prices", NBER Working Paper 10617, June.

Fischer, S. (1977) "Long-term contracts, rational expectations and the optimal money supply rule", *Journal of Political Economy*, 85(1), pp. 191-205.

Gale, J., Binmore, K. & Samuelson, L. (1995) "Learning to be imperfect: the ultimatum game", *Games and Economic Behavior*, 8, pp. 56-90.

Lucas, R. E., Jr. (1972) "Expectations and the neutrality of money", *Journal of Economic Theory*, 4, April, pp. 103-24.

Lucas, R. E., Jr. (1973) "Some international evidence on output-inflation tradeoffs", *American Economic Review*, 63, June, pp. 326-34.

Mankiw, N. (1985) "Small menu costs and large business cycles", *Quarterly Journal of Economics*, 10(2), pp. 529-38.

Mankiw, N. & Reis, R. (2002) "Sticky information versus sticky prices: a proposal to replace the New Keynesian Phillips curve", *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), pp. 1295-1328.

Ponti, G. (2002) "Continuous-time evolutionary dynamics: theory and practice", *Research in Economics*, 54, pp. 187-214.

Roberts, J. (1995) "New Keynesian economics and the Phillips curve", *Journal of Money, Credit and Banking*, 27, November, pp. 975-84.

Rotemberg, J. (1982) "Sticky prices in the United States", *Journal of Political Economy*, 90(6), pp. 1187-1211.

Saint-Paul, G. (2005) "Some evolutionary foundations for price level rigidity", *American Economic Review*, 95(3), June, pp. 765-779.

Samuelson, L. (1997) *Evolutionary games and equilibrium selection*, Cambridge, MA: The MIT Press.

Simon, H. (1987) "Satisficing", in J. Eatwell, M. Milgate & P. Newman (eds) *The New Palgrave*, London: Macmillan.

Taylor, J. (1980) "Aggregate dynamics and staggered contracts", *Journal of Political Economy*, 88(1), pp. 1-23.

Taylor, J. (1999) "Staggered price and wage setting in macroeconomics", in J. Taylor & M. Woodford (eds) *Handbook of Macroeconomics*, *Volume I*, New York: Elsevier Science, pp. 1009-1050.

Weibull, J. W. (1995) *Evolutionary game theory*, Cambridge, MA: The MIT Press.

Woodford, M. (2003) "Imperfect common knowledge and the effects of monetary policy", in P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz & M. Woodford (eds) *Knowledge, Information and Expectations in Modern Macroeconomics: Essays in Honor of Edmund Phelps*, Princeton: Princeton University Press, pp. 25-58.

Vega-Redondo, F. (1996) *Evolution, games and economic behaviour*, Oxford, UK: Oxford University Press

Zbaracki, M., Ritson, M., Levy, D., Dutta, S. & Bergen, M. (2004) "Managerial and customer costs of price adjustment: direct evidence from industrial markets", *The Review of Economics and Statistics*, 86(2), May, pp. 514-533.