

# Universidade de São Paulo

## Instituto de Física

### Física Moderna I

### Aula 12

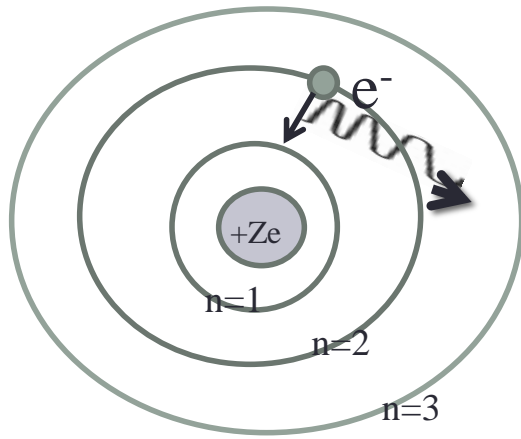
- **Profa. Márcia de Almeida Rizzutto**
- **Pelletron – sala 114**
- **rizzutto@if.usp.br**
  
- **1o. Semestre de 2014**
- **Monitor: Gabriel M. de Souza Santos**

Página do curso:

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2905>

09/04/2014

# O Modelo de Bohr



- Órbita circular
- $L = m_e v r = n \hbar$
- Energia total constante

$$v = \frac{E_i - E_f}{h}$$

- Energia é quantizada

E a energia do elétron em uma destas órbitas é dada pela soma da energia cinética e potencial:

$$E_n = \frac{1}{2} m_e v_e^2 - \frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 r}$$

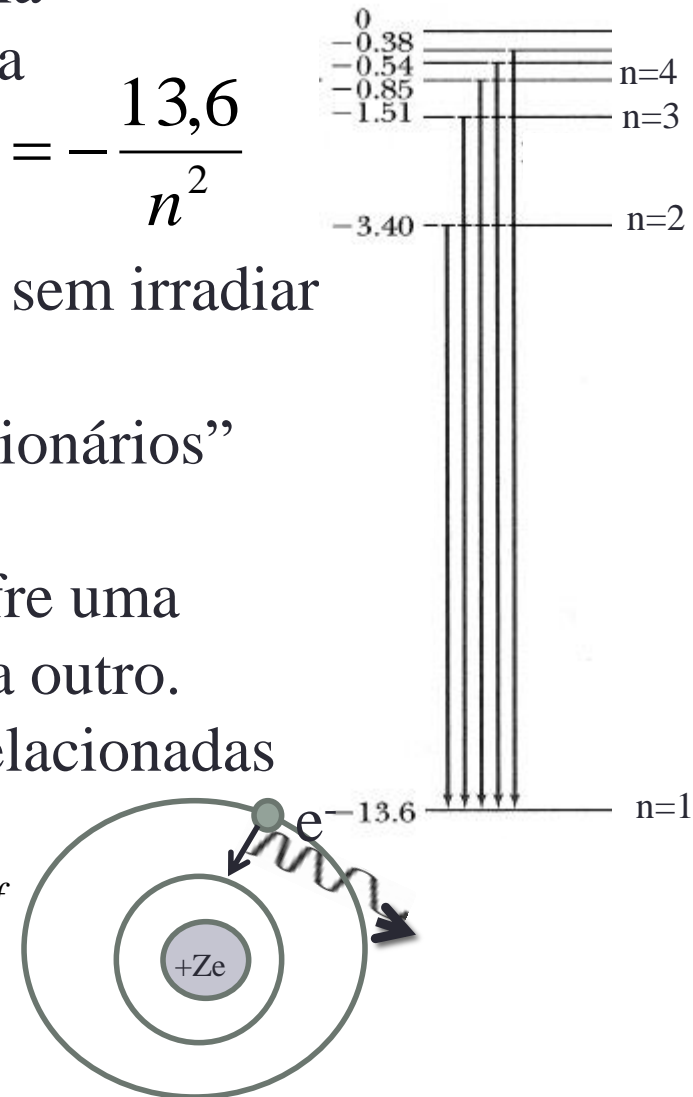
$$E_n = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 e^4 m_e}{\hbar^2 n^2} = -\frac{E_o}{n^2}$$

$$E_o = -13,6 \text{ eV para o H}$$

# Postulados do Modelo de Bohr

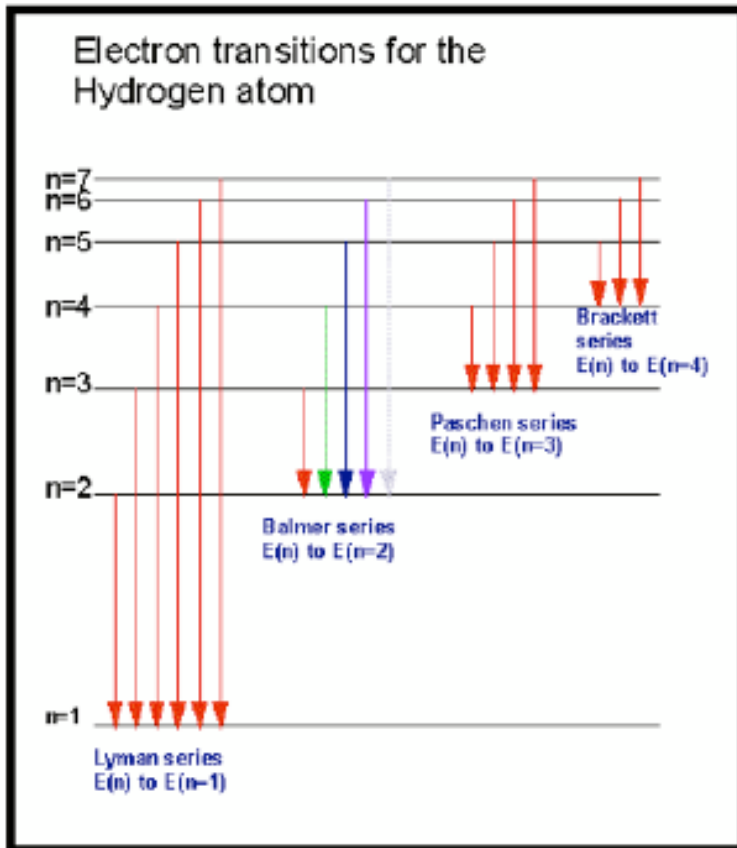
- A quantização do momento angular orbital do elétron implica na quantização da energia
- $n=1$  estado fundamental – menor energia
- Hidrogênio (energia de ionização)  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$
- Níveis discretos de energia
- Os elétrons se movem em certas órbitas sem irradiar energia
- átomo só pode existir em “estados estacionários” com energias quantizadas,  $E_n$ , definidas
- Átomos irradiam quando um elétron sofre uma transição de um estado estacionário para outro.
- A frequência da radiação emitida esta relacionadas às energias das órbitas:

$$h\nu = E_{ni} - E_{nf}$$



# Espectros Atômicos

- Podemos compreender as várias linhas do espectro do Hidrogênio como transições entre os estados de discretos de energia dos átomos deste elemento:



- Essas transições fazem com que os fótons de energia possam comprimento de onda bem definidos quando emitidos

$$h\nu = E_{ni} - E_{nf}$$

# Correção de massa

- O valor da constante de Rydberg obtido por Bohr foi muito próximo do valor experimental

$$R = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{4\pi c \hbar^3}$$

- Para haver o acordo entre os valores há necessidade de uma pequena correção
- Na suposição de Bohr o núcleo estava imóvel (significa que sua massa era considerada infinita)
- Mas na realidade ambos, o elétron e o núcleo orbitam em torno de seu centro comum de massa, correção de massa, uso massa reduzida no lugar da massa do elétron:



$m = m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$   
 $M = m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$$\mu = \frac{mM}{m + M}$$

- $L = m_e v r = n \hbar$
- energia

$$E_n = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{e^2 m_e}{\hbar^2 n^2}$$

# Estados de energia do átomo

- O modelo de Bohr prevê que a energia total de um elétron em um átomo é quantizada
- A teoria de Planck da radiação de corpo negro também previa que no processo de emissão e absorção de radiação, os átomos nas paredes da cavidade se comportavam como se tivessem estados de energia quantizados.



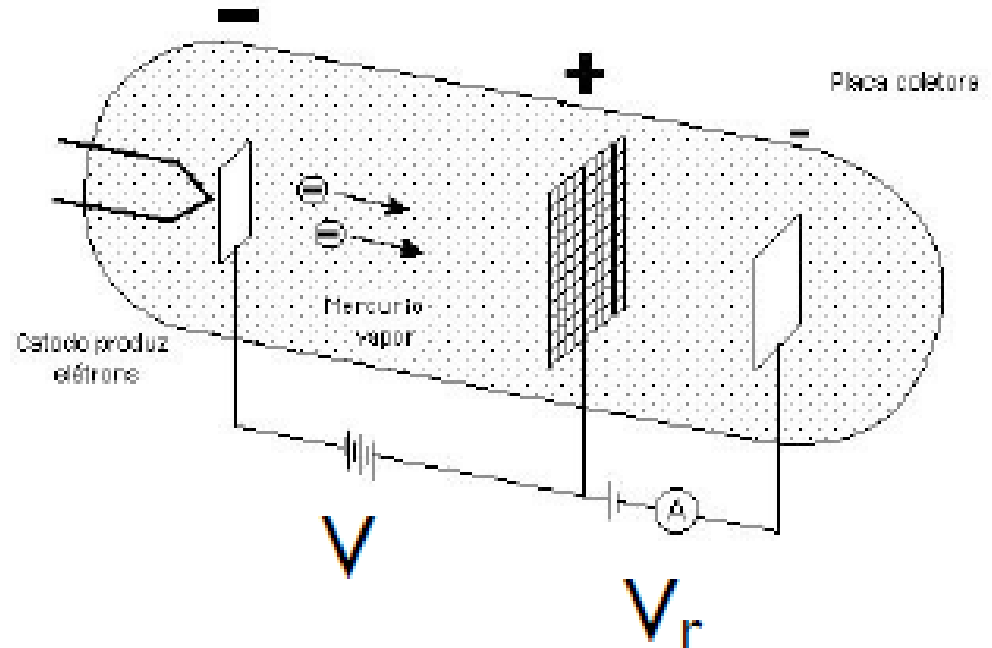
- Portanto cada átomo pode ter certos estados de energia, separados de forma discreta



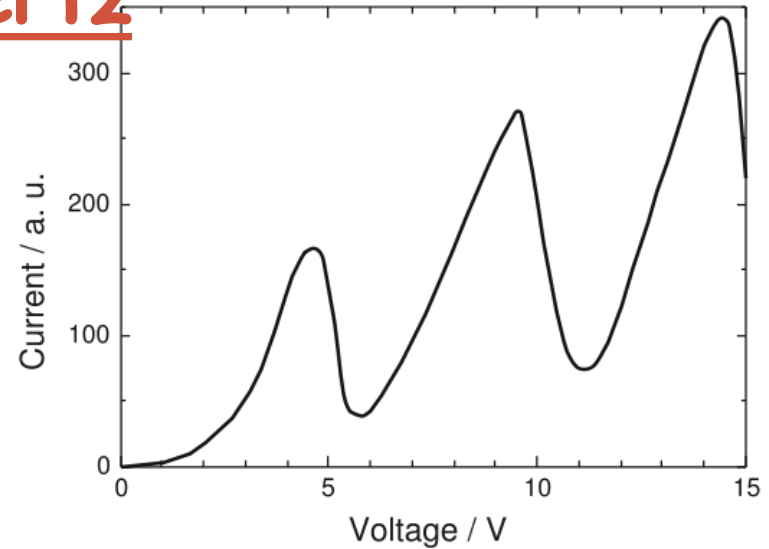
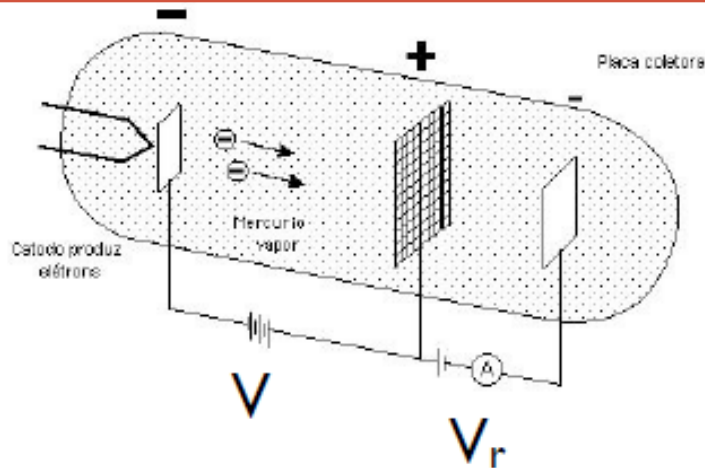
- Franck e Hertz em 1914 realizaram um experimento que confirmou a hipótese de Bohr que os estados de energia interna de um átomo são quantizados.

# Experimento de Frank - Hertz

- Ampola de vidro com gás a baixa pressão (gás de átomos para investigar).
- Catodo aquecido que produz elétrons.
- Elétrons são acelerados por um potencial  $V$  e atraídos pela grade polarizada positiva.
- Os elétrons que passam pela grade só chegam a placa P se tiverem energia suficiente para vencer o potencial retardador  $V_r$ .



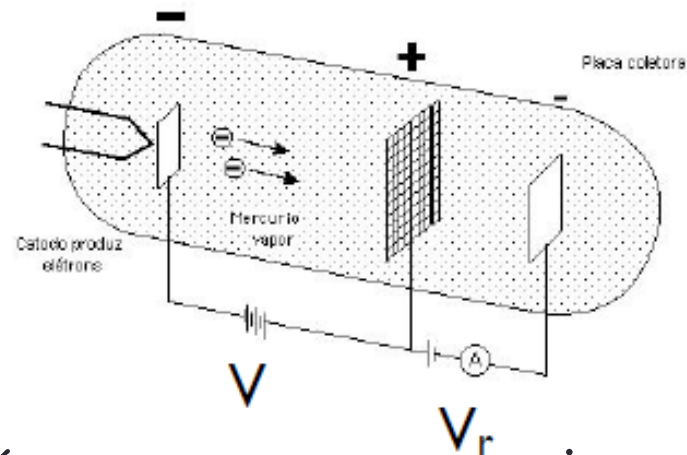
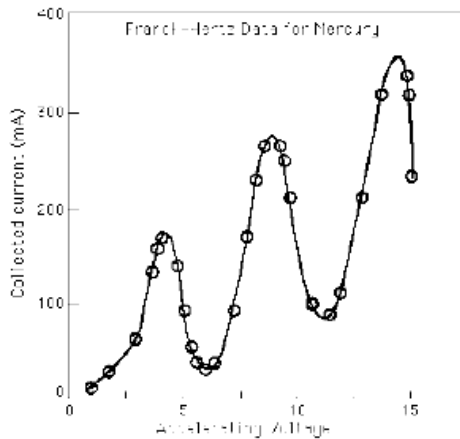
# Experimento de Franck - Hertz



- Os elétrons acelerados pela tensão  $V$  que colidem com os elétrons dos átomos do gás não podem transferir energia para esses elétrons a menos que tenham adquirido energia cinética  
 $eV = E_2 - E_1 = 4,9eV$  (gráfico mostra primeiro pico).
- Assim, qualquer colisão entre um elétron incidente com energia menor que  $4,9eV$  e um elétron do gás será elástica: a energia cinética do elétron incidente será a mesma após a colisão e portanto este elétron vencerá o potencia retardador e chegará a placa.
- Se  $eV \geq 4,9eV$ , o elétron incidente poderá transferir  $4,9eV$  ao elétron do gás (fazer o elétron ir para o estado excitado), o espalhamento é inelástico e o elétron perde toda a sua energia e não consegue vencer o potencia  $V_r$  e a corrente cai.



# Experimento de Franck - Hertz



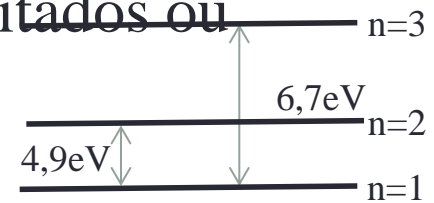
- Uma parcela significativa dos elétrons com esta energia excita os átomos de Hg e ao fazê-lo perdem sua energia cinética
- Se  $V$  for apenas ligeiramente superior a  $4,9V$  o processo de excitação deve ocorrer exatamente em frente a grade.
- Após este processo os elétrons não conseguem ganhar energia cinética suficiente para superar o potencial retardador e atingir a placa.
- Para  $V$  um pouco maior os elétrons podem ganhar energia cinética após o processo de excitação e atingir a placa

# Experimento de Franck - Hertz

- Significa que o primeiro estado excitado do Hg tem energia 4,9 eV acima do estado fundamental

$$\frac{hc}{\lambda} = 4,9 \quad \lambda = 2536\text{\AA} = 253,6\text{nm}$$

- Experimentalmente temos uma linha espectral do mercúrio com este comprimento de onda
- Novas quedas de corrente indicam a promoção dos elétrons do estado fundamental para outros níveis de energia excitados ou
- Excitações múltiplas causadas pelo mesmo elétron  $2 \times 4,9 = 9,8\text{V}$  (metade do caminho até a grade)



- Este experimento forneceu evidências da quantização de energia dos átomos
- Forneceu um método de para medida direta das diferenças de energia entre os estados quânticos dos átomos.

# Limitações do modelo de Bohr

- O modelo de Bohr pode ser aplicado a qualquer átomo de elétron único (como H), mesmo que a carga nuclear é maior que a carga de 1 próton (+e) por exemplo  $\text{He}^+$  e  $\text{Li}^{++}$ .
- A única mudança necessária é o cálculo da força Coulombiana onde  $e^2$  é substituído por  $Z^2$  para levar em conta a carga nuclear de  $+Ze$ .

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \text{ou} \quad E_n = -\frac{E_0 Z^2}{n^2}$$

## Exemplo

- O modelo de Hélio tem 2 elétrons orbitando em torno de núcleo de carga  $2e$ . Já que os elétrons interagem com o núcleo mas também com cada um, este átomo não pode ser tratado com a teoria simples de Bohr. No entanto se o átomo perder um de seus elétrons por ionização, o átomo agora terá apenas um elétron orbitando em torno do núcleo, neste caso a teoria de Bohr pode ser aplicada. Quais são as energia dos estados estacionários deste átomo de hélio ionizado?

$$E_n = -\frac{E_0 Z^2}{n^2} = -\frac{4 \times 13,6 \text{ eV}}{n^2} = -\frac{54,4 \text{ eV}}{n^2}$$

# Limitações do modelo de Bohr

- Apesar de bem sucedido em vários aspectos (explicação do espectro de linhas do átomo de H), o modelo de Bohr mostra algumas deficiências:
  - Como interpretar fisicamente a quantização do momento angular
  - Com o aumento da precisão dos espectrógrafos óticos, foi observado que cada uma das linhas originalmente considerada como única, poderia ser resolvida em 2 ou mais linhas... (grupos de linhas muito próximas com mesma comprimento de onda).
- Arnold Sommerfeld adaptou a teoria da relatividade para as hipóteses de Bohr e foi capaz de levar em conta algumas das aberturas das linhas dos espectros medidos.
- Trabalhou com órbitas elípticas (mas antes de descrevermos as regras de quantização de Wilson e Sommerfeld) vamos trabalhar com as ondas de de Broglie.

# Hipóteses de de Broglie

- A hipótese de de Broglie em sua tese de doutorado de 1924, era que o comportamento dual (onda-partícula) da radiação eletromagnética poderia ser aplicado a matéria
- Vimos que podemos associar a um fóton uma frequência de uma onda luminosa que governa seu movimento  $E = h\nu$
- E um momento do fóton é relacionado ao comprimento de onda

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

- Então segundo de Broglie se ondas de luz tem propriedades de partículas, partículas devem ter propriedades de onda. E propôs que ambas as relações cima são validas também para partículas.
- Deste modo, o comprimento de onda (não relativístico) associado a partícula d emassa  $m$  e velocidade  $v$  é:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

# De Broglie

- Pergunta:

- Qual deve ser o comprimento de onda de Broglie associado a um elétron de 1eV?  $1eV = 1,6 \times 10^{-19} J$

$$E = \frac{1}{2}mv^2, p = mv$$

$$p = \sqrt{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 9,1 \times 10^{-31} kgJ}$$

$$v^2 = \frac{2E}{m_e}$$

$$p = 5,4 \times 10^{-25} kg.m / s$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,6 \times 10^{-34} J.s}{5,4 \times 10^{-25} kg.m / s}$$

$$p = m_e \sqrt{\frac{2E}{m_e}} = \sqrt{2Em_e}$$

$$\lambda = 1,2 \times 10^{-9} m$$

- Este valor de comprimento de onda é muito menor que o da luz visível ( $10^{-7}m$ )
- Para a escala macroscópica esta partícula não apresenta nenhuma propriedade de onda possível de ser notada

# De Broglie

- Pergunta:

- Se uma bola de golfe tem um comprimento de onda de de Broglie de  $10^{-10}m$  (igual a o tamanho de um átomo típico) qual deve ser o momento e a velocidade associada a ela (massa =  $0.050kg$ )?

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{1 \times 10^{-10} \text{ m}}$$

$$p = 6,6 \times 10^{-24} \text{ kg.m / s}$$

$$v = \frac{p}{m} = \frac{6,6 \times 10^{-24} \text{ kg.m / s}}{0,050 \text{ kg}}$$

$$v = 1,3 \times 10^{-22} \text{ m / s}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2, p = mv$$

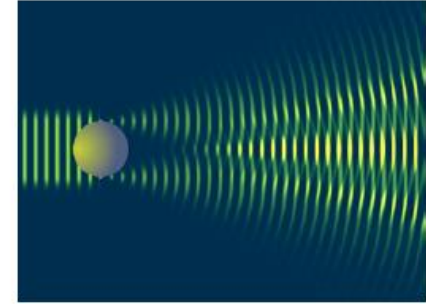
$$v^2 = \frac{2E}{m_e}$$

$$p = m_e \sqrt{\frac{2E}{m_e}} = \sqrt{2Em_e}$$

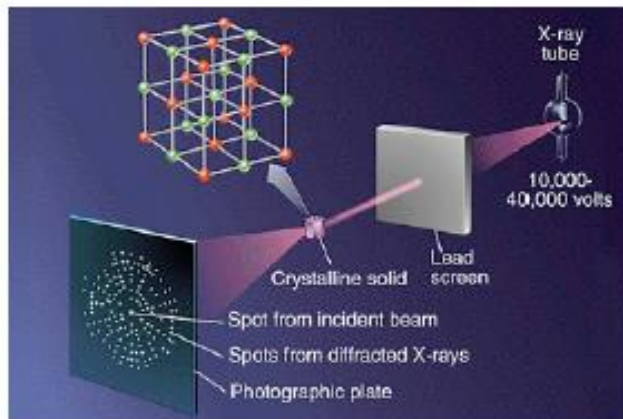
- destes valores podemos observar que mesmo a bola de golfe com muito baixa velocidade, o comprimento de onda é pequeno. Se pensarmos em uma velocidade de  $10m/s$  o comprimento de onda é infinitesimal (impossível de ser observada)

# Difração de elétrons

- Como podemos verificar se a hipótese de Broglie esta correta?
- Podemos observar a difração de elétrons:



- Em 1927 Davisson e Germer mostraram que a natureza ondulatória da matéria poderia ser testada:
- Experimento: feixe de elétrons de determinada energia incidindo sobre um sólido cristalino (monocristal para difratar as partículas)



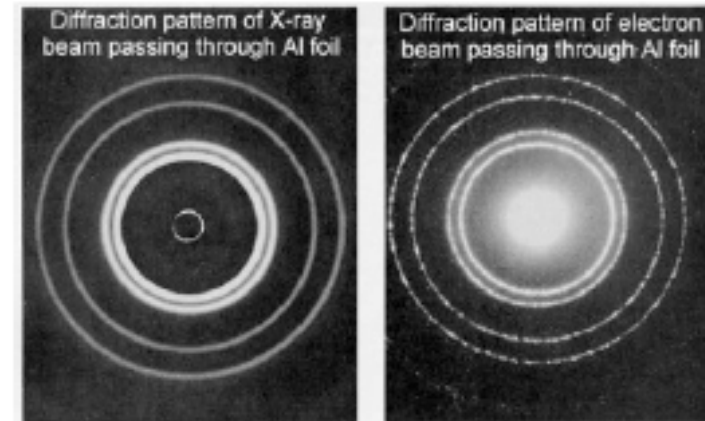
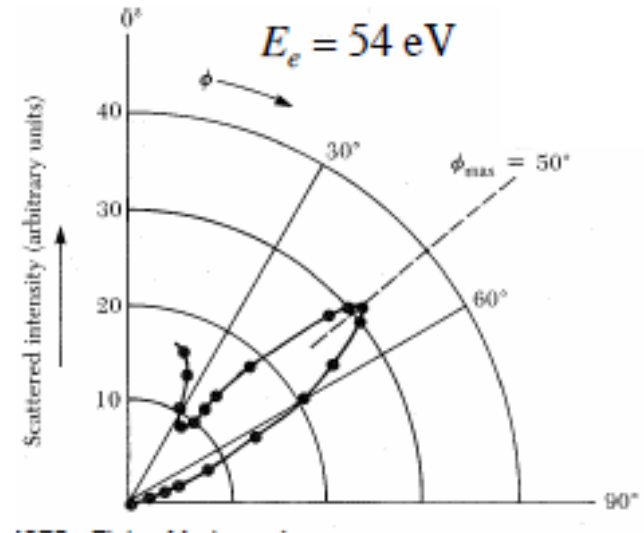
Os átomos do cristal agem como um arranjo tridimensional de centros de difração, espalhando os elétrons em certas direções características.



# Difração de elétrons

- Eles observaram que, para elétrons com energia de 54 eV, a quantidade de elétrons espalhados apresentava picos em função do ângulo, como no caso de uma figura de difração
- O primeiro pico se encontrava em  $50^\circ$

A existência deste pico mostra qualitativamente o postulado de Boglie porque ele só pode ser explicado com uma interferência construtiva de ondas espalhadas pelo arranjo periódico dos átomos nos planos do cristal



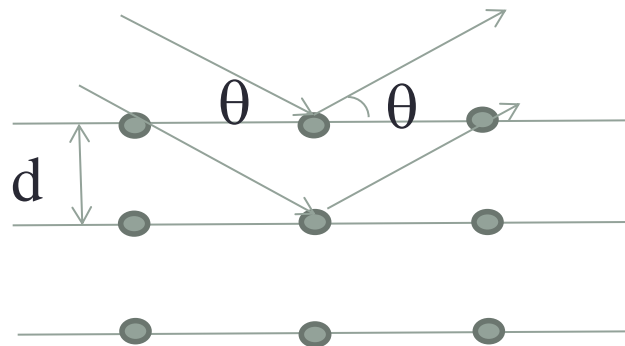
# Difração de elétrons

Os ângulos do feixe de elétrons emergente correspondem a uma interferência construtiva de acordo com a condição de Bragg:

$$2d\sin\theta = n\lambda$$

$d$  é o espaçamento entre os planos de um cristal

$\theta$  é o ângulo de reflexão



A partir do conhecimento de  $d$  e da medida de ângulo  $\theta$ , Davisson determinou o comprimento de onda do elétron e encontrou este valor de acordo com o comprimento de onda calculado por de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$