



PEF2602
Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Treliças - I

(Aula 5 - 19/09/2016)

Professores

*Ruy Marcelo O. Pauletti & Leila Meneghetti Valverdes
2º Semestre 2016*



*Pontes em arcos treliçados sobre o rio Karun, Irã (2012)
Vão principal (300m)*



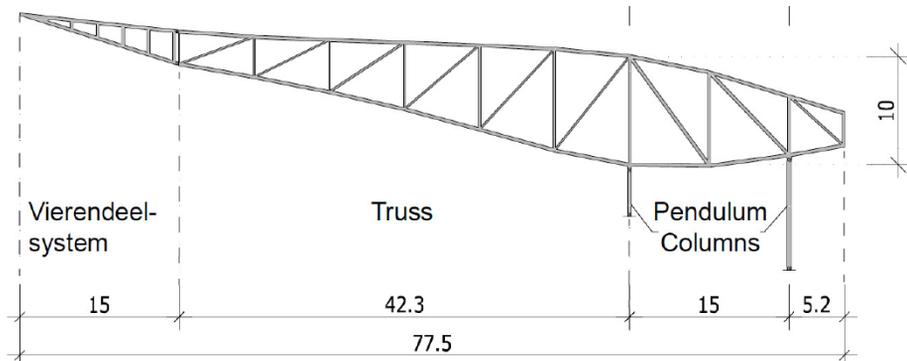
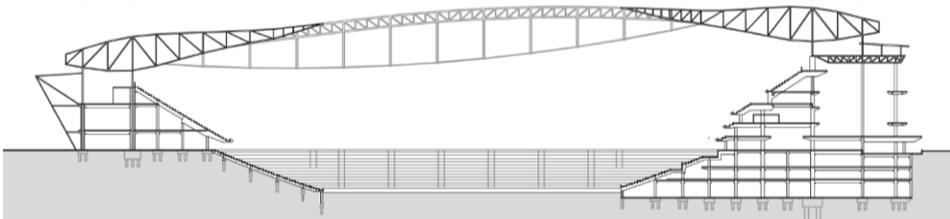
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados





Arena Corinthians (São Paulo, 2014)

PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Treliças da Cobertura da Arena Corinthians (São Paulo, 2014)

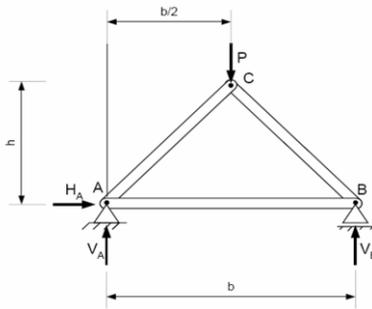
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



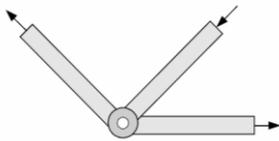


www.officeoftheowner.com.br
Arena Corinthians
12/07/2013

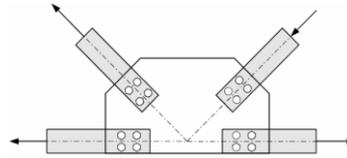
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Módulo básico de uma treliça plana (Triângulo)



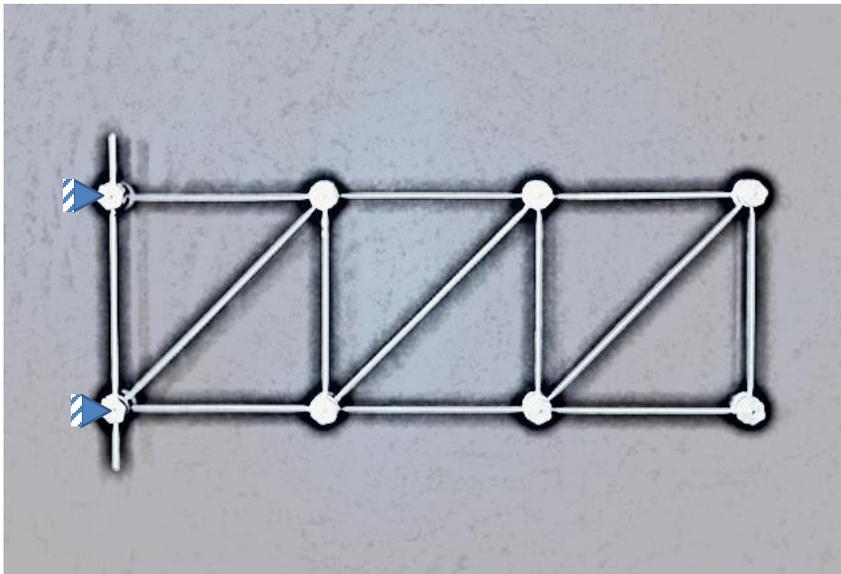
Nó ideal: articulação



Nó usual: rígido, mas com os eixos das barras convergindo para os nós

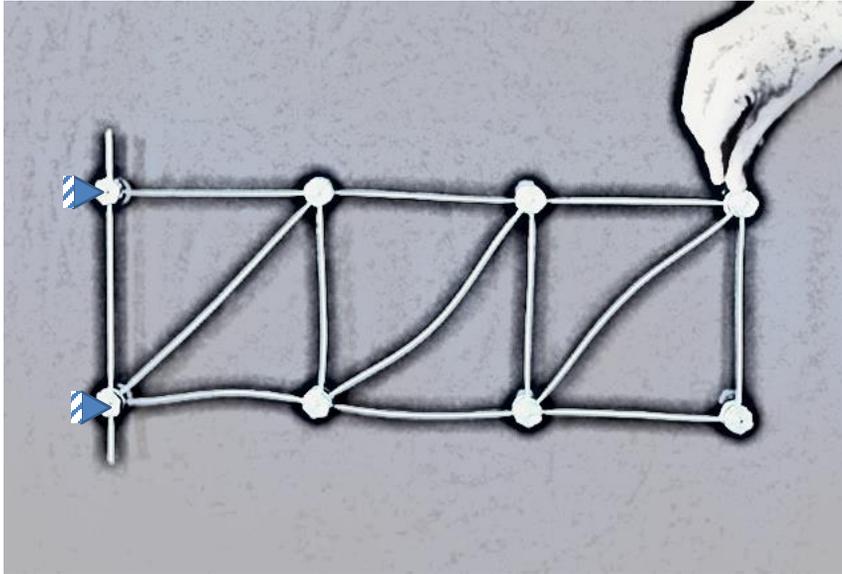


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

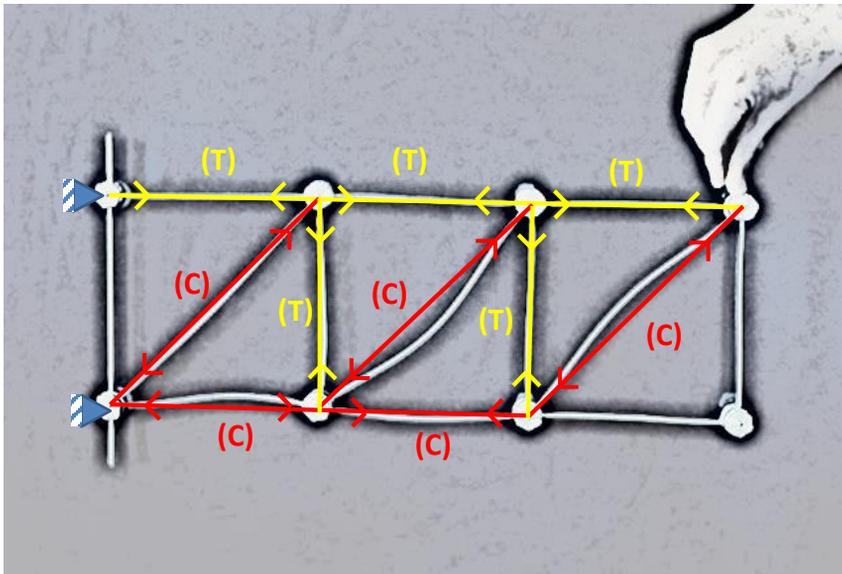


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



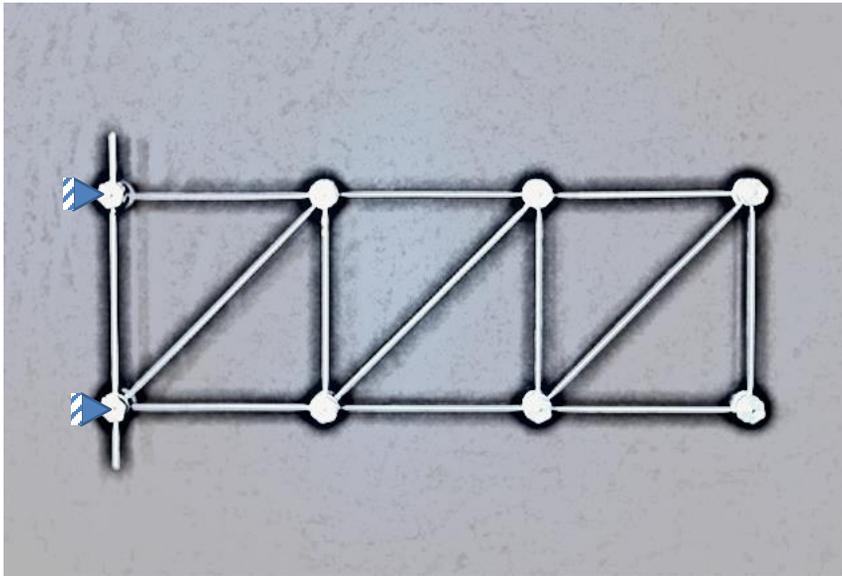


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

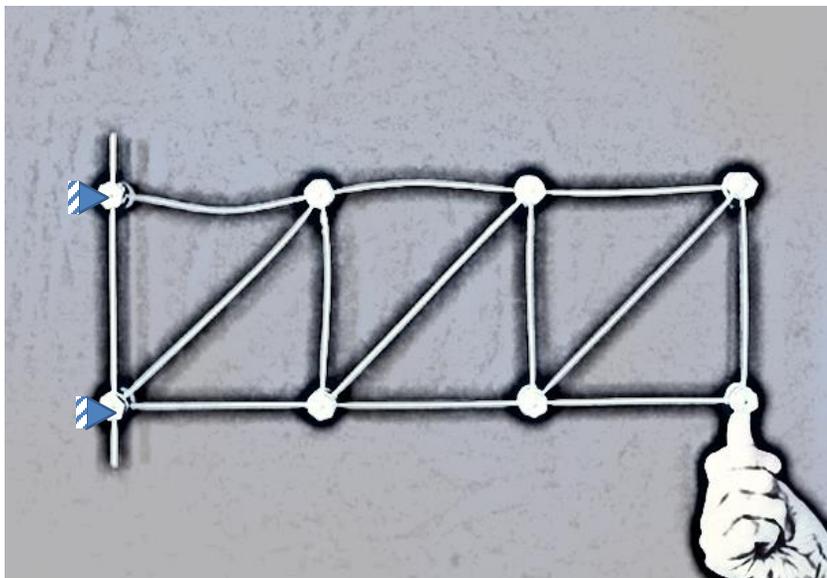


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



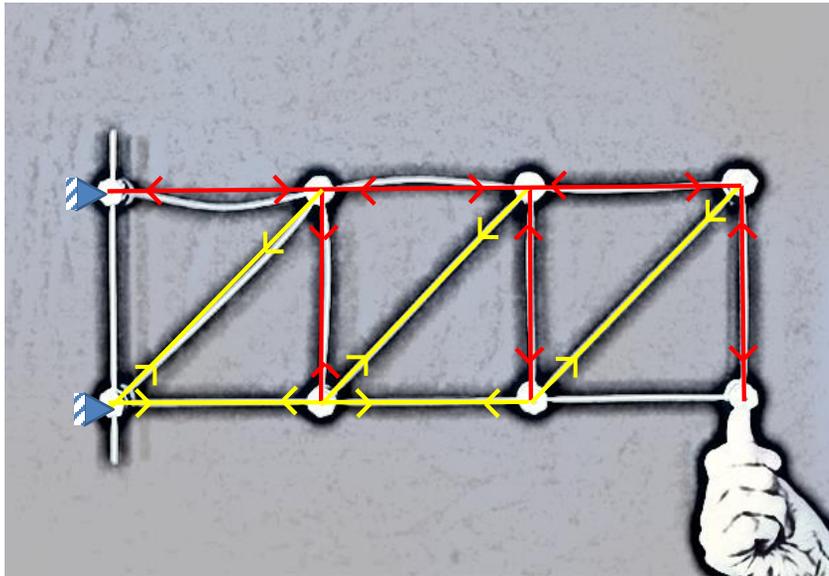


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

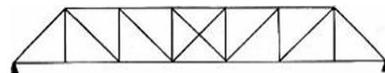


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

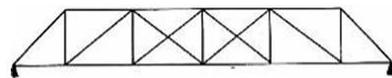
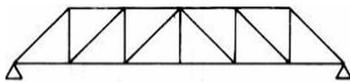




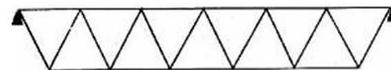
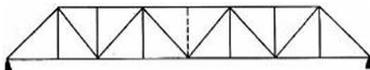
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Treliça Pratt



Treliça Howe

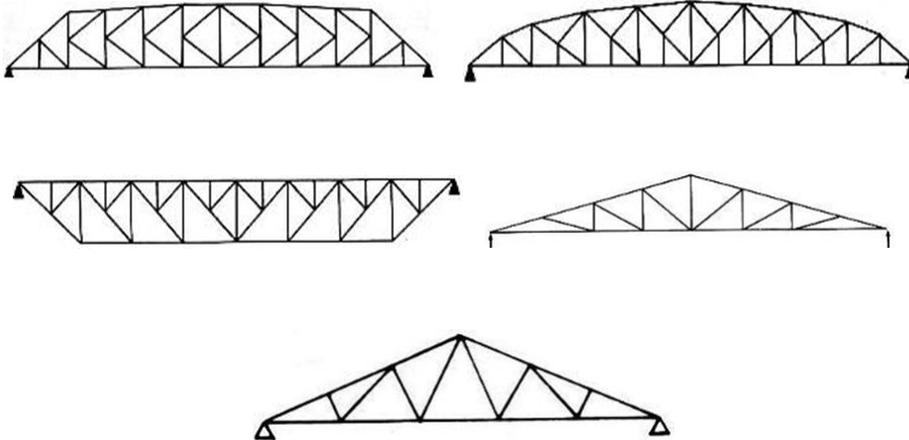


Treliça Warren



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



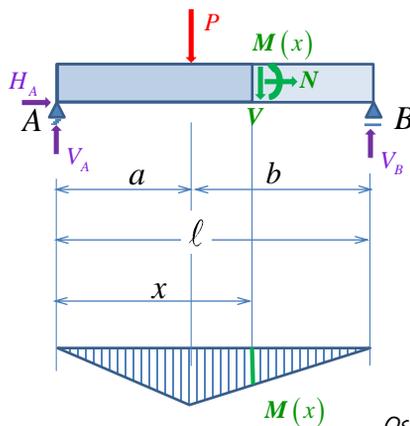


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



TRELIÇAS – Método de Ritter

Recordando das VIGAS:



Equilíbrio:

$$\begin{cases} \sum_i F_H^i = H_A = 0 \\ \sum_i F_V^i = V_A + V_B - P = 0 \\ \sum_i M^i(A) = V_B \ell - Pa = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \dots \\ & V_B = \frac{Pa}{\ell} \\ & \dots \\ & V_A = \frac{P(\ell - a)}{\ell} = \frac{Pb}{\ell} \end{aligned}$$

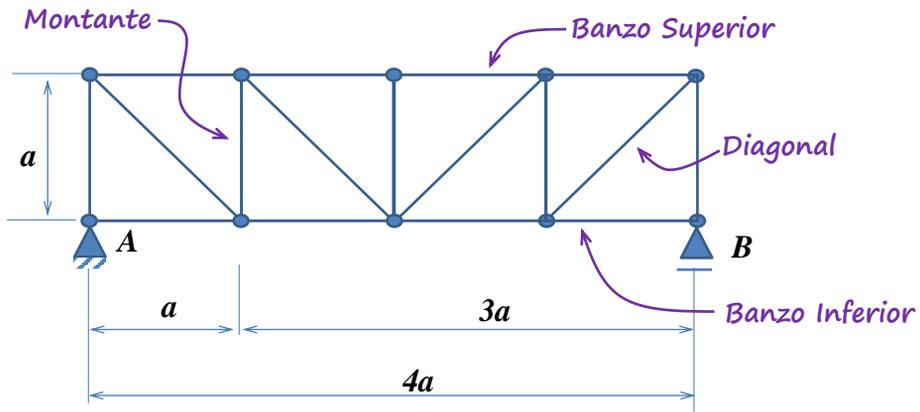
Os esforços solicitantes são determinados imaginando-se seções de corte genéricas!



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



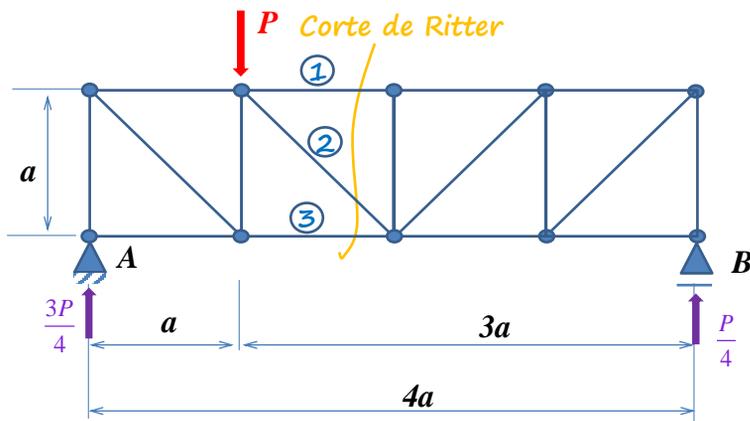
TRELIÇAS – Método de Ritter



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



TRELIÇAS – Método de Ritter



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



TRELIÇAS – Método de Ritter

$\sum_i F_H^i = N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 = 0$

$$N_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} N_2 + N_3 = 0$$

$\sum_i F_V^i = \frac{3}{4}P - P - N_2 \sin \alpha = 0$

$$N_2 = -\frac{\sqrt{2}P}{4}$$

Compressão!

$\sum_i M_{(D)}^i = N_3 a - \frac{3P}{4}a = 0$

$$N_3 = \frac{3P}{4}$$

Tração!

$$N_1 = -\frac{P}{4}$$

Compressão!

PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

TRELIÇAS – Método de Ritter

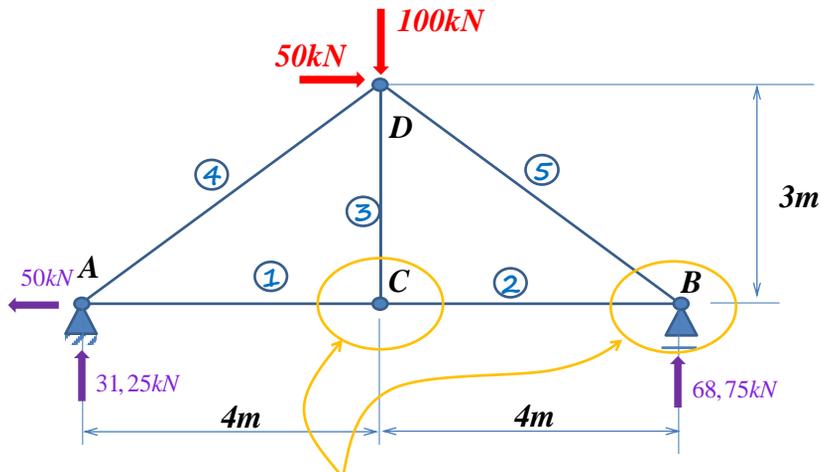
Forças incógnitas saindo do corte!

Notas:

- Até 3 barras podem ser determinadas por cada corte de Ritter!
- Podem ser cortadas quantas barras forem necessárias!



TRELIÇAS – Método dos Nós



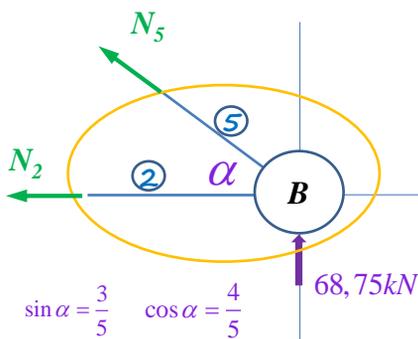
Cortes de Ritter em torno dos nós!



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Corte de Ritter em torno do nó B:



$$\sum_i F_H^i = -N_2 - N_5 \cos \alpha = 0$$

$$N_2 = -\frac{4}{5} N_5$$

$$\sum_i F_V^i = N_5 \sin \alpha + 68,75 = 0$$

$$N_5 = -\frac{5}{3} 68,75 = -114,5833 \text{ kN}$$

Compressão!

$$N_2 = -\frac{4}{5} \times (-114,5833) = +91,667 \text{ kN}$$

Tração!

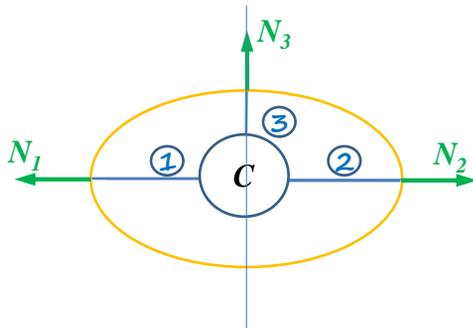
$$\sum_i M_{(B)}^i = 0$$

Trivial! ⇒ O Método dos nós gera apenas duas equações de equilíbrio de forças para cada nó!



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Corte de Ritter em torno do nó C:

$$\sum_i F_V^i = N_3 = 0$$

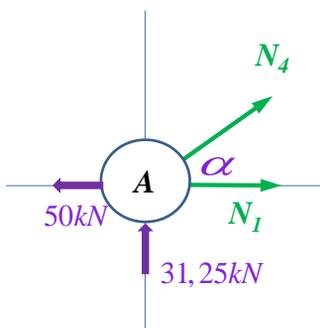
Pode-se concluir por simples inspeção!

$$\sum_i F_H^i = N_2 - N_1 = 0$$

$$N_1 = N_2 = +91,667 \text{ kN}$$



PEF2602: Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

Nó A:

$$\sum_i F_V^i = N_4 \sin \alpha + 31,25 = 0$$

$$N_4 = -\frac{5}{3} 31,25 = -52,083 \text{ kN}$$

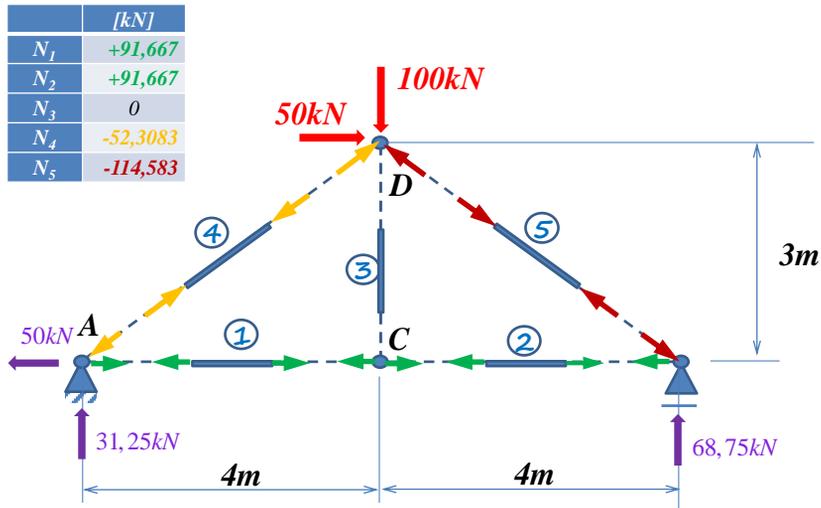
Sobram 3 equações de equilíbrio nodal: que servem de verificação:

- Equilíbrio horizontal do nó A
- Equilíbrio horizontal e vertical do nó D



PEF2602: Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

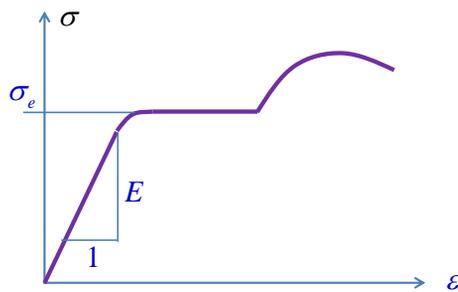




PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Dimensionamento:



$$E = 210GPa$$

$$\sigma_{lim} = \sigma_e = 250MPa$$

$$s = 2 \text{ (coeficiente de segurança)}$$

Tensão admissível:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{lim}}{s} = \frac{250}{2} = 125MPa$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



1. Barras Tracionadas: $\sigma = \frac{N}{A} \leq \bar{\sigma}$

1.1. Adotando barra circular, de diâmetro 'd':



$$A = \frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{N}{\bar{\sigma}}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{4N}{\pi\bar{\sigma}}} = \sqrt{\frac{4 \times 91,667 \times 10^3}{\pi \times 125 \times 10^6}} = 0,0306m = 3,06cm$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



1.2. Escolha de um perfil comercial:



$$A \geq \frac{N}{\bar{\sigma}} = \frac{91,667 \times 10^3}{125 \times 10^6} = 7,33 \times 10^{-4} m^2 = 7,33 cm^2$$

Catálogo Vallourec & Mannesmann:

Diâmetro externo	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície	Raio de inércia	Momento elástico de resistência	Momento plástico de resistência
D	T	M	A	I	i	W _{el}	W _{pl}
mm	mm	kg/m	cm ²	cm ⁴	cm	cm ³	cm ³
48,3	2,9	3,25	4,14	10,7	1,61	4,43	5,99
	5,6	5,90	7,51	17,4	1,52	7,21	10,3
	6,3	6,53	8,31	18,7	1,50	7,76	11,2
60,3	3,2	4,51	5,74	23,5	2,02	7,78	10,4
	3,6	5,03	6,41	25,9	2,01	8,58	11,6
	4,0	5,55	7,07	28,2	2,00	9,34	12,7
	4,5	6,19	7,89	30,9	1,98	10,2	14,0
76,1	3,2	5,75	7,33	48,8	2,58	12,8	17,0
	3,6	6,44	8,20	54,0	2,57	14,2	18,9
	4,0	7,11	9,06	59,1	2,55	15,5	20,8



2. Barras Comprimidas:

2.1. Adotando seção quadrada maciça, de lado 'a':



$$A = a^2 \quad I = \frac{a^4}{12}$$

(Nota: não é uma escolha prática, é apenas para exercitar as fórmulas!)

1º Critério: Tensão Normal: $|\sigma_{\max}| = \frac{N_{\max}^c}{A} \leq \bar{\sigma}$

$$N_{\max}^c = -114,4583 \text{ kN} \quad |\sigma| = \frac{|-114,4583 \times 10^3|}{a^2} \leq 125 \times 10^6$$

$$a \geq \sqrt{\frac{114,4583 \times 10^3}{125 \times 10^6}} = 0,0303 \text{ m} = 3,03 \text{ cm}$$



PEF2602: Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



2. Barras Comprimidas:

2º Critério: Estabilidade

$$|N| \leq \frac{P_{\text{crit}}}{s}$$

$$P_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 EI}{\ell_{fl}^2} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$$



$$|N_{\max}^c| \leq \frac{1}{s} \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} \quad I = \frac{a^4}{12} \geq \frac{s \ell^2 |N_{\max}^c|}{\pi^2 E}$$

$$a \geq \sqrt[4]{\frac{12 s \ell^2 |N_{\max}^c|}{\pi^2 E}} = \sqrt[4]{\frac{12 \times 2 \times 5^2 \times 114,4583 \times 10^3}{\pi^2 \times 210 \times 10^9}} = 0,076 \text{ m}$$

$$a \geq 7,6 \text{ cm}$$



PEF2602: Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



2. Barras Comprimidas:

2.1. Escolha de um perfil comercial:



1º Critério: Tensão Normal:

$$\frac{N_{\max}^c}{A} \leq \bar{\sigma}$$

$$A \geq \frac{N_{\max}^c}{\bar{\sigma}}$$

$$A \geq \frac{|-114,4583 \times 10^3|}{125 \times 10^6} = 9,157 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,157 \text{ cm}^2$$

2º Critério: Estabilidade

$$|N_{\max}^c| \leq \frac{1}{s} \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$$

$$I \geq \frac{s \ell^2 |N_{\max}^c|}{\pi^2 E}$$

$$I \geq \frac{2 \times 5^2 \times 114,4583 \times 10^3}{\pi^2 \times 210 \times 10^9} = 2,76 \times 10^{-6} \text{ m}^4 = 276 \text{ cm}^4$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



2. Barras Comprimidas:

2.1. Escolha de um perfil comercial:



$$A \geq 9,157 \text{ cm}^2$$

$$I \geq 276 \text{ cm}^4$$

Perfis MSH de seção circular

D	T	M	A	I
mm	mm	kg/m	cm ²	cm ⁴
76,1	3,2	5,75	7,33	48,8
	3,6	6,44	8,20	54,0
	4,0	7,11	9,06	59,1
	4,5	7,95	10,1	65,1
	17,5	25,3	32,2	151
	20,0	27,7	35,2	156
88,9	3,6	7,57	9,65	87,9
	4,0	8,38	10,7	96,3
	17,5	30,8	39,3	265
	20,0	34,0	43,3	279
	25,0	39,4	50,2	295

Perfis MSH de seção circular

D	T	M	A	I	
mm	mm	kg/m	cm ²	cm ⁴	
101,6	4,0	9,63	12,3	146	
	8,8	20,1	25,7	279	
	10,0	22,6	28,8	305	
	114,3	4,0	10,9	13,9	211
	4,5	12,2	15,5	234	
	5,0	13,5	17,2	257	
	5,6	15,0	19,1	283	
139,7	4,5	15,0	19,1	437	
	5,0	16,6	21,2	481	
	5,6	18,5	23,6	531	
	6,3	20,7	26,4	589	



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

