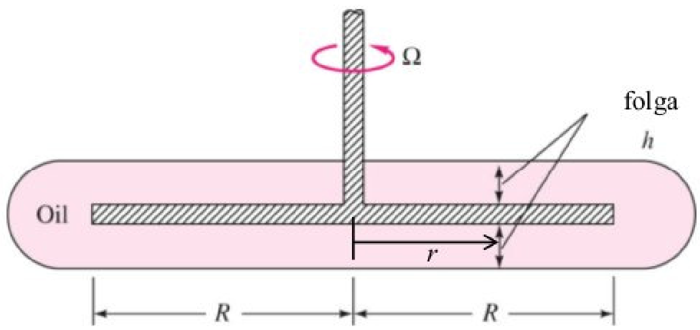
MECÂNICA DOS FLUIDOS: NOÇÕES, LABORATÓRIO E APLICAÇÕES
(PME 3332)
Gabarito Primeira Prova - 2016

1. (4 pontos) Um disco de raio R rota a uma velocidade angular constante Ω no interior de um reservatório em forma de disco cheio com óleo de viscosidade μ com uma folga h, como mostra a figura. Considerando um perfil linear de velocidade e desprezando a tensão de cisalhamento nas bordas externas do disco:

a) Determinar a tensão de cisalhamento em uma superfície em função da posição radial r.
b) Determinar o elemento de torque dT em uma superfície gerada por um anel de raio r e espessura dr.
c) Calcular o torque total viscoso T e a potência W no disco.

Lei de viscosidade de Newton: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$.



Solução:

a)A velocidade tangencial em um ponto qualquer da superfície rotativa é dada por $V(r)=\Omega r$. Considerando um perfil linear de velocidades entre a superfície rotativa e a superfície fixa, a tensão de cisalhamento resulta:

$$\boxed{\tau=\mu\frac{\Omega r}{h}}$$

b)Considerando um elemento de área dado por uma coroa de círculo $dA=2\pi r\,dr$, teremos um torque equivalente a esse elemento de área multiplicado pela tensão de cisalhamento e pelo braço de alavanca *r*. O resultado tem que ser multiplicado por dois pois o disco rotativo tem dois lados. Assim:

$$dT=2\times\mu\frac{\Omega r}{h}\times r\times 2\pi r\,dr\text{, logo }\boxed{dT=\frac{4\pi\mu\Omega}{h}r^3\,dr}$$

c)O torque total resulta:

$$T=\frac{4\pi\mu\Omega}{h}\int_0^R r^3\,dr\text{, logo }\boxed{T=\frac{\pi\mu\Omega R^4}{h}}$$

A potência é dada por $W=T\,\Omega$, logo $\boxed{W=\frac{\pi\mu\Omega^2 R^4}{h}}$

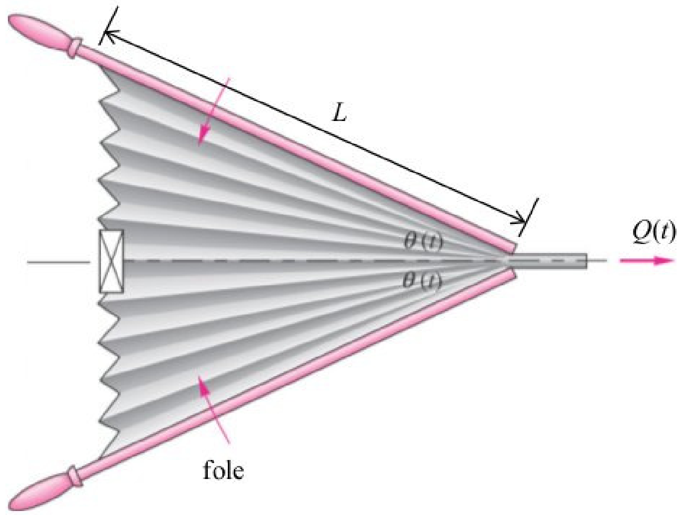
2. (4 pontos) Um fole pode ser modelado como um volume em forma de cunha, como na figura. A válvula de retenção do lado esquerdo (pregueado) fica fechada durante o sopro. Se b é a largura do fole, normal ao papel, e L é o comprimento do fole:

a) Definir um volume de controle para aplicar a conservação da massa.

b) Supondo que a superfície do fole forma aproximadamente um arco de circunferência no movimento e que a largura do jato de saída é muito pequena, deduzir uma expressão para a vazão volumétrica $Q(t)$ na saída, em função da velocidade angular $\dfrac{d\theta}{dt}$ durante o sopro.

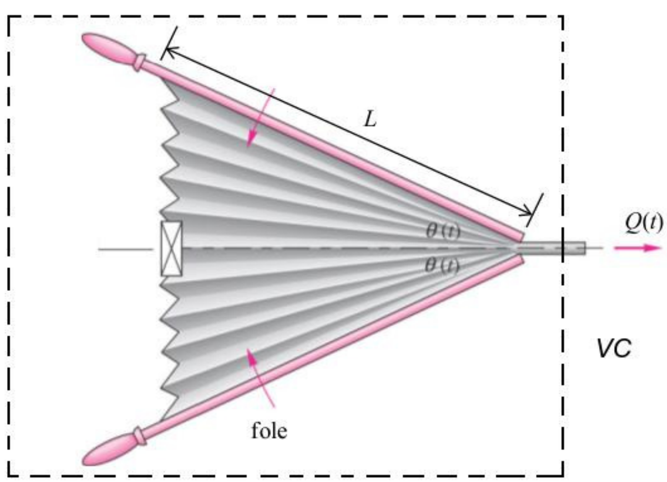
Lei de conservação da massa em forma integral:

$$0=\int_{\upsilon}\frac{\partial\rho}{\partial t}\,d\upsilon+\int_{A}\rho\,(\boldsymbol{V}.\vec{\boldsymbol{n}})\,dA \quad \text{ou} \quad 0=\frac{d}{dt}\int_{\upsilon}\rho\,d\upsilon+\int_{A}\rho\,(\boldsymbol{V}_r.\vec{\boldsymbol{n}})\,dA$$



Solução:

Consideremos um volume de controle fixo envolve a fole de forma que a superfície de controle é atravessada pelo bico:



Nesse caso, o volume de ar no fole, se o aproximarmos pela fração de uma circunferência de raio L vezes a largura b, é dado por :

$\forall = \pi L^2 \dfrac{2\theta(t)}{2\pi} b$, logo $\forall = \theta(t)\, b\, L^2$.

Da equação da continuidade:

$$\frac{dm_{\forall C}}{dt} + \int_{SC} \rho\, \vec{v}.\vec{n}\, dS = 0$$

Isso resulta:

$\rho \dfrac{d\theta}{dt} b L^2 + \rho Q = 0$, onde Q é a vazão volumétrica através do bico.

Considerando escoamento incompressível:

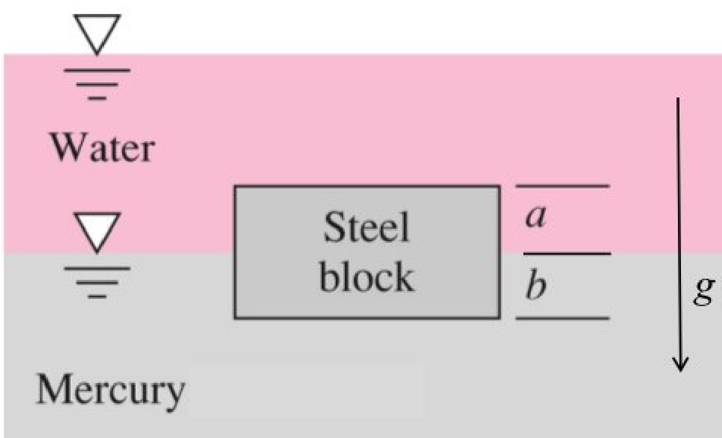
$$\boxed{Q = -b L^2 \frac{d\theta}{dt}}$$

3. (2 pontos) Um bloco uniforme de aço, de massa específica ρ_s, flutuará em uma interface mercúrio-água (de massas específicas respectivamente ρ_m e ρ_w), como mostra a figura:

a) Determinar qual é a razão entre as distâncias $\dfrac{a}{b}$ para essa condição.

b) Supondo que os fluidos e o material do bloco sejam diferentes, que condições devem satisfazer as correspondentes massas especificas para que o bloco fique em equilíbrio na interface entre os fluidos?

Lei de Stevin: $p + \rho g z = cte$



Solução:

a)Na face superior do bloco, temos uma pressão que chamaremos de P_1. Na face inferior, temos uma pressão que chamaremos de P_2, e que pela lei de Stevin é dada por:

$$P_2 = P_1 + \rho_w \, g \, a + \rho_m \, g \, b$$

Suponha que as superfícies inferior e superior do bloco tenham uma área A. O peso do bloco é equilibrado pela diferença de pressões entre as faces inferior e superior:

$$\rho_s \, g \, A(a+b) = (P_2 - P_1) \, A$$

Logo:

$$\rho_s \, (a+b) = \rho_w \, a + \rho_m \, b$$

Assim:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{\rho_m - \rho_s}{\rho_s - \rho_w}}$$

b)O fluido superior tem massa específica menor que o fluido inferior. Para ficar em equilíbrio na interface, a massa especifica do sólido deve ser maior que a massa específica do fluido superior e menor que a massa específica do fluido inferior. Assim:

$$\boxed{\rho_w < \rho_s < \rho_m}$$