

# Universidade de São Paulo Instituto de Física

## FÍSICA MODERNA I

---

### AULA 11 - REVISÃO

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto  
Pelletron – sala 114  
rizzutto@if.usp.br

1o. Semestre de 2014

Monitor: Gabriel M. de Souza Santos

Página do curso:

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2905>

28/03/2014

# Conteúdo

- **Panorama da Física no final do século XIX**
- **Natureza Ondulatória da Radiação eletromagnética**
  - Radiação Térmica – Hipótese de Planck
- **Dualidade onda – partícula: Radiação eletromagnética e as propriedades corpusculares**
  - Efeito fotoelétrico
  - Efeito Compton
  - Produção e aniquilação de pares
  - Difração de raios-X
- **Dualidade onda – partícula: Matéria e as propriedades corpusculares**
  - Natureza atômica da matéria
  - Modelo de Thomson
  - Modelo de Rutherford
  - Modelo de Bohr
- **Dualidade onda – partícula: Matéria e as propriedades ondulatórias**
  - Postulado de de Broglie
  - Difração de elétrons,
  - Difração de Bragg
  - Princípios de incerteza
- **Teoria de Schroedinger da Mecânica Quântica**
  - Equação de Schroedinger – equação de onda para o elétron
  - Autofunções e autovalores
  - Valores esperados
  - Potenciais nulo, degrau e poço quadrado
- **Átomo de Hidrogênio**

# BIBLIOGRAFIA

- 1) Física Quântica, Eisberg e Resnick (ER);  
Capítulo 1, 2 e 4 (até 4.7)
- 2) Modern Physics for scientists and engineers, T. Thornton e Andrew Rex (TR);  
Capítulo 1, 3 e 4 (até 4.6)
- 3) Modern Physics de Serway, Moses e Moyer (SMM);  
Capítulo 3 e 4 (até 4.4), 10.1 e 10.2 (estatística)
- 4) Física Moderna, Paul A. Tipler e Ralph A. Liewellyn (TL);  
Capítulo 3 e 4 (até 4.4), 8.1 (Parte estatística)
- 5) Notas de aula do Professor Roberto V. Ribas (RR)  
Capítulo 1,2, 3 e 4 (até 4.3)
- 6) Modern Physics, Kenneth Krane (KK)  
Capítulo 3 e 6 (até 6.5)
- 7) Física Moderna, Francisco Caruso e Vitor Oguri (FV)  
Capítulo 2, 4, 7, 8, 10, 11 e 12 (partes destes capítulos)

# Revisão

- **Contribuição da Química para o conhecimento do átomo**

Evidências químicas e físicas para uma descrição atômica da matéria.

- **Hipótese de Avogrado, conceito de molécula e Tabela periódica**

- **Panorama da Física no final do século XIX**

- Meio para propagação das ondas eletromagnéticas (éter?)
- Raios-X (Röntgen, nov/1895)
- Radioatividade (Becquerel, fev/1896)
- Elétron (J.J. Thomson, 1897)
- Radiação de corpo negro - A radiação eletromagnética numa cavidade. A hipótese de Planck e a constante  $h$ .
- A natureza ondulatória das radiações eletromagnéticas - experimentos de Hertz
- Interação da radiação com a matéria: fotoelétrico, compton...
- Modelos atômicos: Thomson, Rutherford e Bohr

# Estimativa da ordem de grandeza do tamanho e massa de um átomo

- 1 mol de cada substância consiste de  $N_A = 6,03 \times 10^{23}$  moléculas

Hipótese: é possível considerar que num líquido o espaçamento entre as moléculas seja comparável com seu tamanho

Densidade da água:  $1 \text{ g/cm}^3$

1 mol de água ( $\text{H}_2\text{O}$ ) = 18g então tenho  $18 \text{ cm}^3 = N_A$  moléculas

$$\text{Então o volume de cada molécula} = \frac{18 \text{ cm}^3}{N_A} = \frac{18 \text{ cm}^3}{6 \times 10^{23}} = 3 \times 10^{-23} \text{ cm}^3 \sim d^3$$

O tamanho da molécula  $\sim 3 \times 10^{-8} \text{ cm} = 3 \times 10^{-10} \text{ m} = 3 \text{ \AA}$

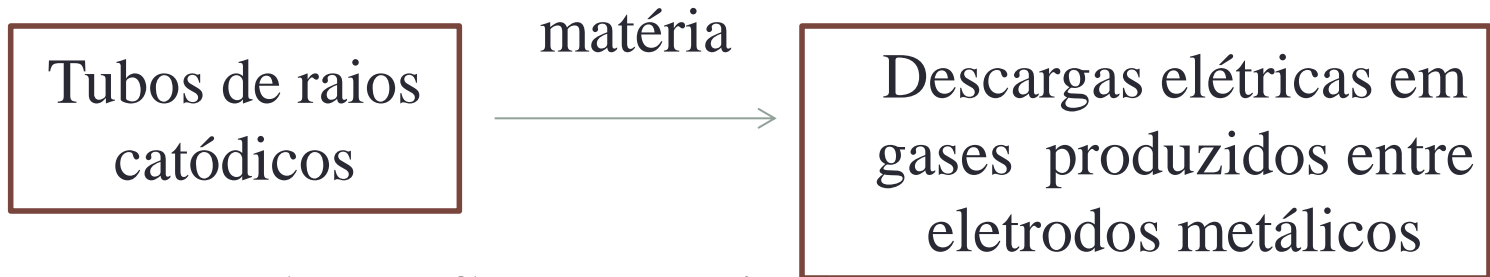
Como tenho 3 átomos na molécula de  $\text{H}_2\text{O}$  logo o tamanho de cada átomo  $\sim 1 \text{ \AA}$

E a massa? 1 mol de  $\text{H}_2 = 2 \text{ g} = 2 N_A$

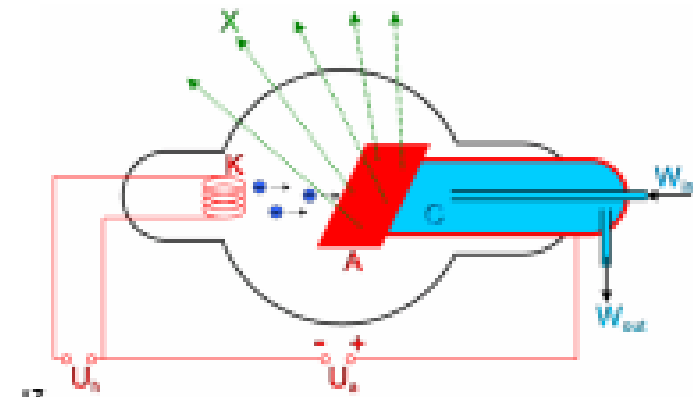
$$m_H = \frac{1}{N_A} \text{ g} = \frac{1}{6 \times 10^{23}} \text{ g} = 0,167 \times 10^{-23} \text{ g} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

# Evidências experimentais que sugeriram a divisibilidade do átomo - existência de uma subestrutura (no entanto só compreendido no século XX)

A partir de 1857, aperfeiçoamento das técnicas experimentais com trabalhos de vidros e máquina de fazer vácuo - condições de realizar experimentos para compreensão da estrutura da



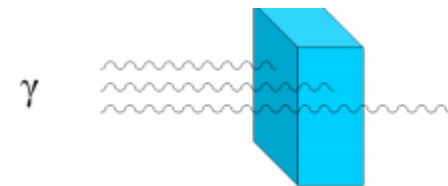
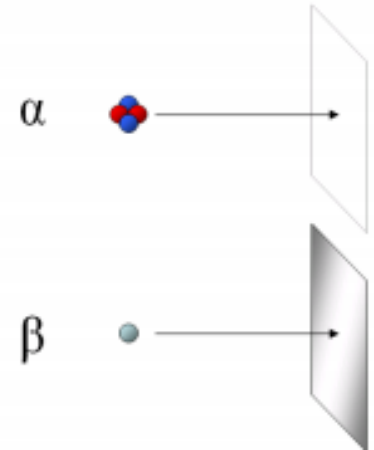
**W. Röntgen** estudava a fluorescência de certas substâncias e queria testar os raios catódicos interagindo com estas substâncias, no entanto os raios possuem alcance de poucos centímetros no ar. Mas o cartão fluorescente foi atingido a alguns metros. **Descoberta dos raios X em 1895**



Tubo moderno de raios X

# Tipos de radiação

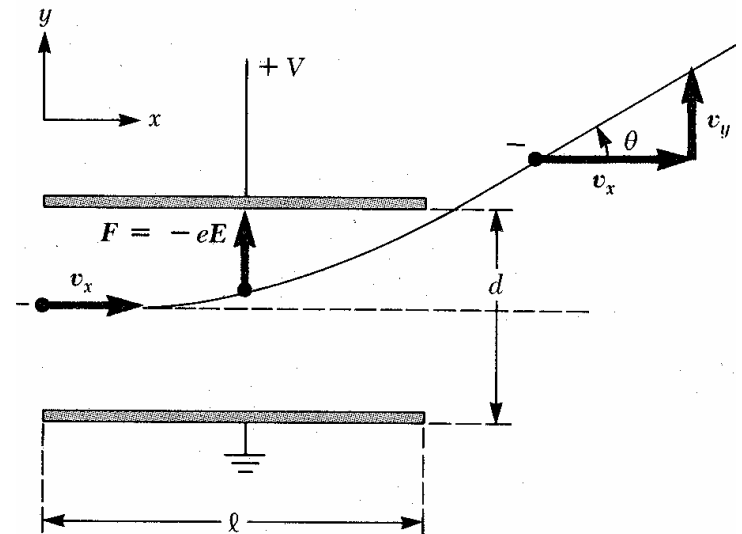
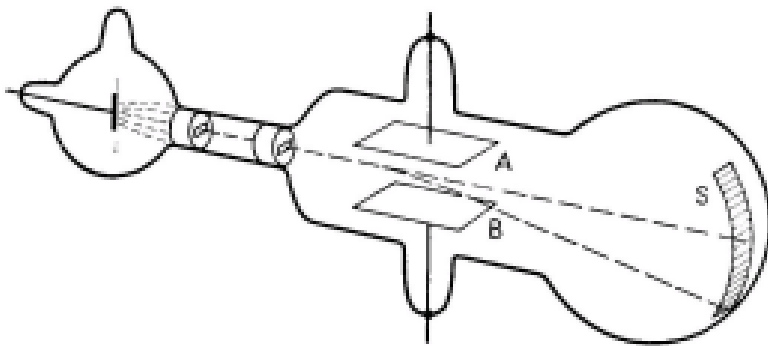
- Rutherford(1899) caracteriza dois tipos: alfa ( $\alpha$ ) e beta ( $\beta$ ). Diferença entre elas: ionização e o poder de penetração.  $\alpha$ : altamente ionizante – blindadas por folha de papel.  $\beta$ : menos ionizantes – capazes de atravessar fina (radiografia pode ser feita com raios  $\beta$ )
- Villard (1900) encontrou uma terceira componente dessas radiações - poder de penetração muito maior
- Pierre e Madame Curie (1902) mostraram que os raios  $\beta$  são elétrons
- Rutherford (1908) mostra que a radiação  $\alpha$  é equivalente ao elemento He.



# Medida experimental da $e/m$

**J.J. Thomson** uso de campos elétricos e magnéticos + tubo de raios catódicos

**Thomson (1897)** a partir da deflexão dos “raios catódicos”, do valor da tensão aplicada as placas internas do tubo, da distância entre estas placas ( $d$ ), dos comprimentos destas ( $\ell$ ) e do valor do campo magnético aplicado, foi possível obter a razão  $e/m$





# Radiação de corpo negro

- Para um corpo estar em equilíbrio térmico com o ambiente é preciso que o corpo absorva energia térmica na mesma taxa que a emite

Um bom emissor térmico será também um bom absorvedor

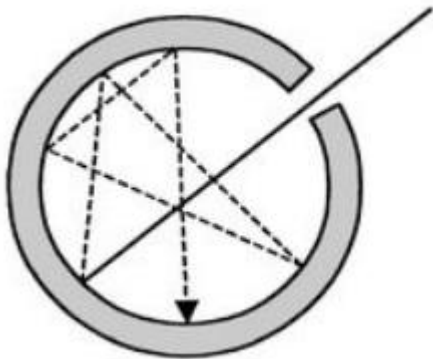


Caso + simples

**Corpo Negro**



Corpo ideal que absorve toda a radiação e não reflete nada, a radiação vinda do exterior entre na cavidade e é refletida várias vezes na parede até ser absorvida totalmente.

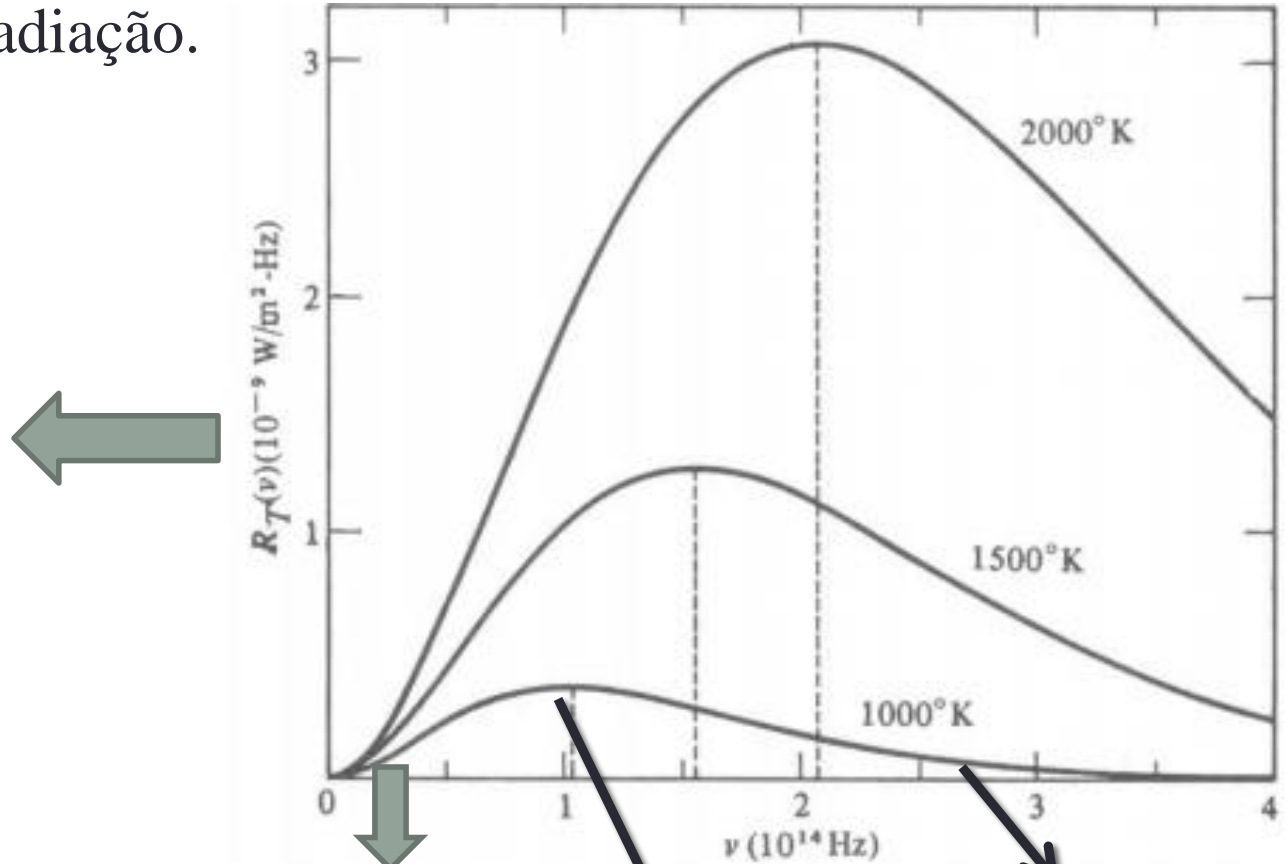


Verifica-se que todos os corpos negros à mesma temperatura emitem radiação térmica com o mesmo espectro

# Radiação de corpo negro

- A Radiância espectral:  $R_T(\nu)$  de um corpo em função da frequência da radiação.

A frequência em que a radiância é máxima varia linearmente com a temperatura. Potência total emitida por metro quadrado (área sob a curva) aumenta rapidamente com a temperatura



Potência irradiada é nula

Potência irradiada é máxima em

$$\nu = 1,1 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Potência irradiada cai

$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  (constante de Stefan-Boltzman) medida experimental

- Lei de Stefan:  $R_T = \sigma T^4$ ;
- Lei de deslocamento de Wien:  $\nu_{\max} \propto T$ , ou  $\lambda_{\max} T = b$ ;
- Cavity com pequena janela como equivalente de um corpo negro  $\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$ ;

O número de onda dentro da cavidade  $N(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \nu^2 d\nu$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{N(\nu)d\nu\bar{\varepsilon}}{\text{vol}}$$

$$\bar{\varepsilon} = kT$$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT d\nu$$

Calculo da densidade de energia usando ondas estacionárias

$$\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT.d\nu$$

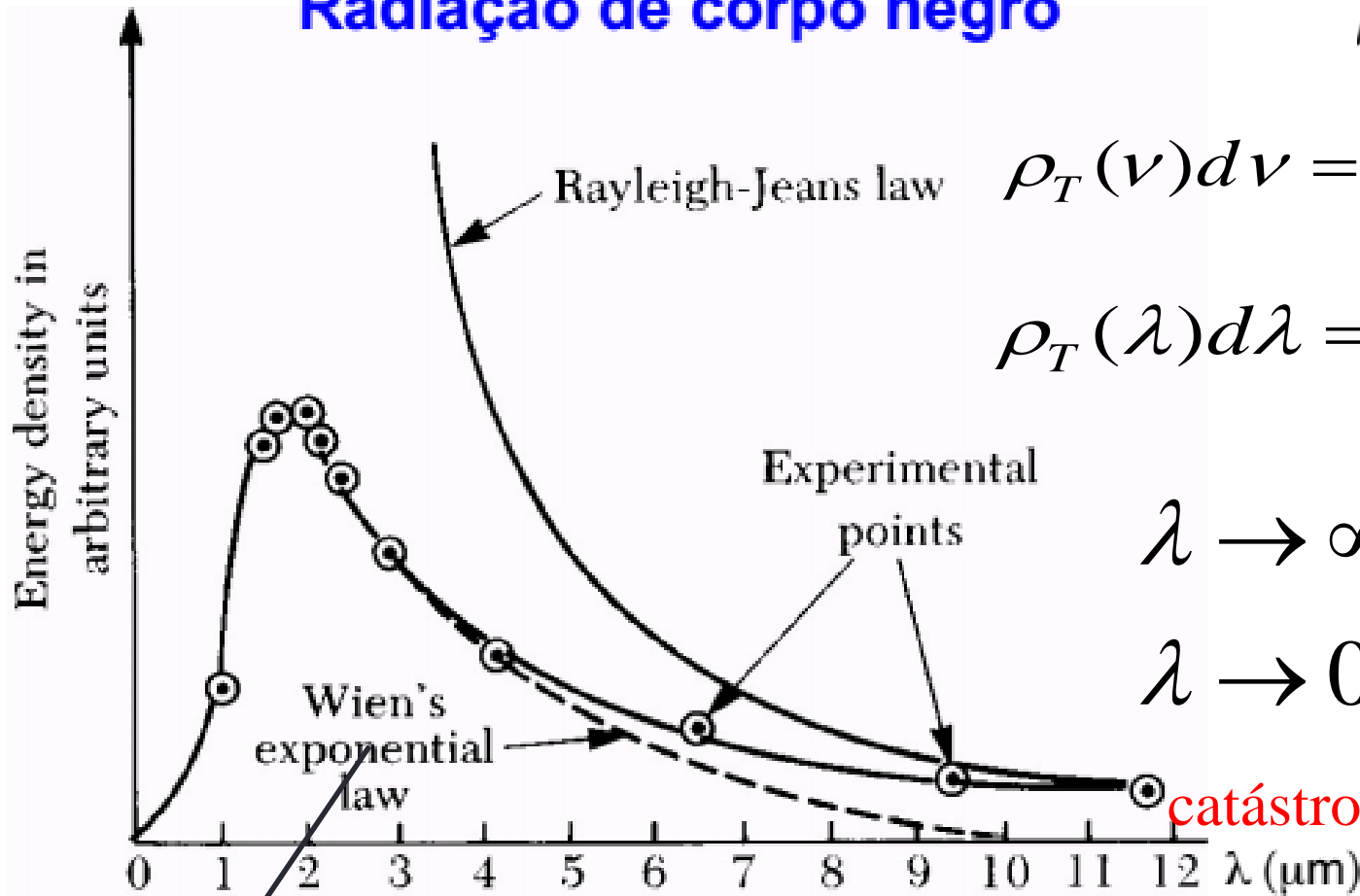
$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT.d\lambda$$

$$\lambda \rightarrow \infty, \rho(\lambda) \rightarrow 0$$

$$\lambda \rightarrow 0, \rho(\lambda) \rightarrow \infty$$

**catástrofe do ultravioleta**

## Radiação de corpo negro



$$u(\nu, T) = A \nu^3 e^{-\beta \nu / T}$$

Baseada na distribuição de velocidades de um gás de moléculas

Energia por unidade de volume por unidade de frequência da radiação dentro de uma cavidade de corpo negro

# Teoria de Planck da radiação da cavidade

- Discrepância entre teoria e dados experimentais
- Baixas frequências o modelo é satisfatório



$$\bar{\varepsilon}_{\nu \rightarrow 0} \rightarrow kT$$

Energia total media  
tende a  $kT$  para baixas  
frequências ou altos  
comprimentos de onda

- Porém para altas frequências ou pequenos comprimentos de onda o modelo falha, gostaríamos de ter

$$\bar{\varepsilon}_{\nu \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

- Nova proposta: tratar a energia como uma variável discreta e não mais contínua (sempre considerado na física clássica). A parede aquecida do corpo negro (cavidade), possui ressoadores vibrando com várias frequências diferentes cada um emitindo luz com mesma frequência que a frequência de vibração

$$\varepsilon_0 = 0, \varepsilon_1 = \Delta\varepsilon, \varepsilon_2 = 2.\Delta\varepsilon, \dots$$

# Teoria de Planck da radiação da cavidade

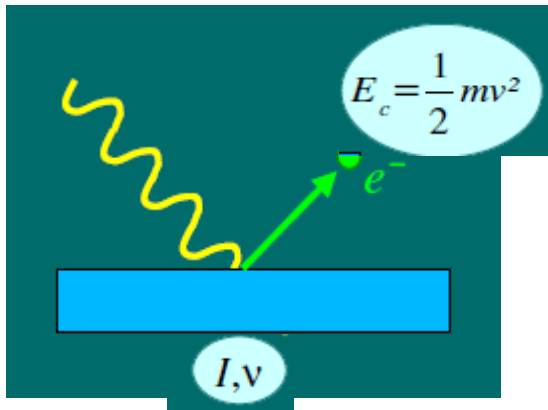
Proposta: a energia dos osciladores seria uma variável discreta, podendo adquirir valores  $E_n = nh\nu$ . Assim,  $\Delta E = h\nu$ . De forma que  $\langle \varepsilon \rangle \sim kT$  para  $\Delta E$  pequeno ( $\nu \rightarrow 0$ ); e  $\langle \varepsilon \rangle \sim 0$  para  $\Delta E$  grande ( $\nu \rightarrow \infty$ ); com  $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J.s.

Assim, 
$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

A densidade de energia na cavidade, em função da frequência ou do comprimento de onda fica:

$$\rho_T(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \text{ ou } \rho_T(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{hc}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

# Efeito Foto-elétrico



- Quando a radiação eletromagnética incide sobre um material há emissão de elétrons

- Este efeito foto-elétrico contradiz as previsões da teoria ondulatória (puramente) da radiação eletromagnética (clássica)

## Previsões:

1) A energia cinética dos elétrons ( $E_c$ ) deveria aumentar com a intensidade ( $I$ ) da onda E-M.

2) Deveria “demorar” para haver emissão de elétrons, dependendo de  $I$ .

3)  $E_c$  não deveria depender de forma descontínua da frequência ( $\nu$ ) da onda E-M.

## Observações experim.:

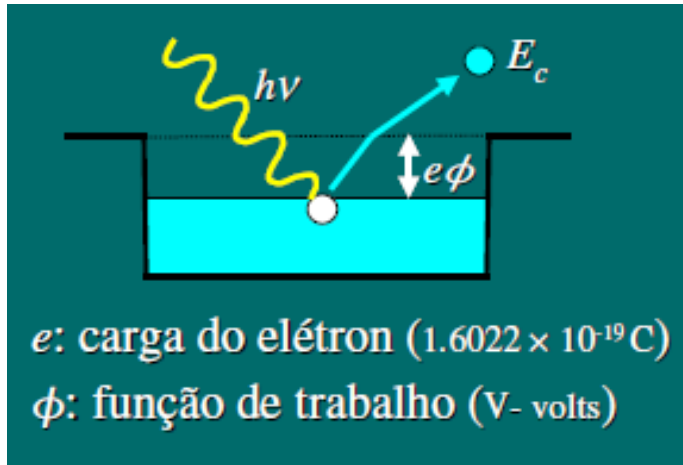
✗  $\Rightarrow$  1)  $E_c$  não varia com  $I$ .

✗  $\Rightarrow$  2) Não há atraso perceptível.

✗  $\Rightarrow$  3) Para frequências baixas ( $\nu < \nu_0$ ) não ocorre e.f.e.

# Teoria Quântica

□ A energia do fóton ao incidir sobre uma superfície metálica, é totalmente absorvida por um elétron, o qual pode ser ejetado da superfície com energia cinética de:



$$E_c^{máx} = h\nu - e\phi$$

□ Isto explica por que a energia máxima dos elétrons independe da intensidade da fonte, pois aumentar a intensidade da fonte significa aumentar o número de fótons que vai aumentar o número de elétrons (corrente fotoelétrica), mas a energia máxima de cada elétron é a mesma

□ No entanto se a frequência da radiação ( $h\nu$ ) for menor que  $e\phi$ , isto é: nenhum elétron terá energia para escapar do metal

frequência de corte



$$\nu_0 = \frac{e\phi}{h}$$

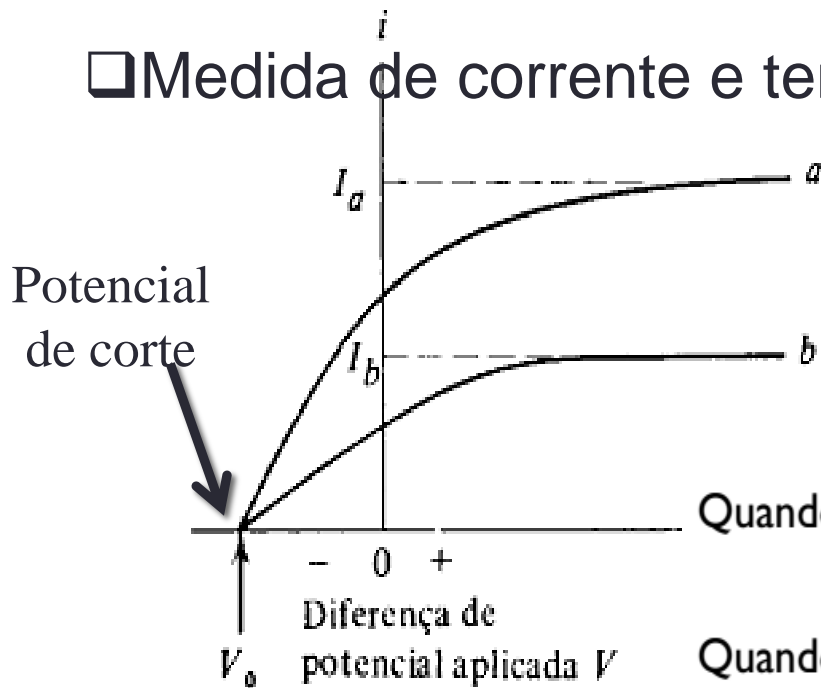
$$h\nu < e\phi$$

□ Não há atrasos na emissão dos fotoelétrons, mesmo baixa I (há fótons incidente) ejetando elétrons, o elétron não fica acumulando energia para depois escapar.

- 1) ✓
- 2) ✓
- 3) ✓



☐ Medida de corrente e tensão



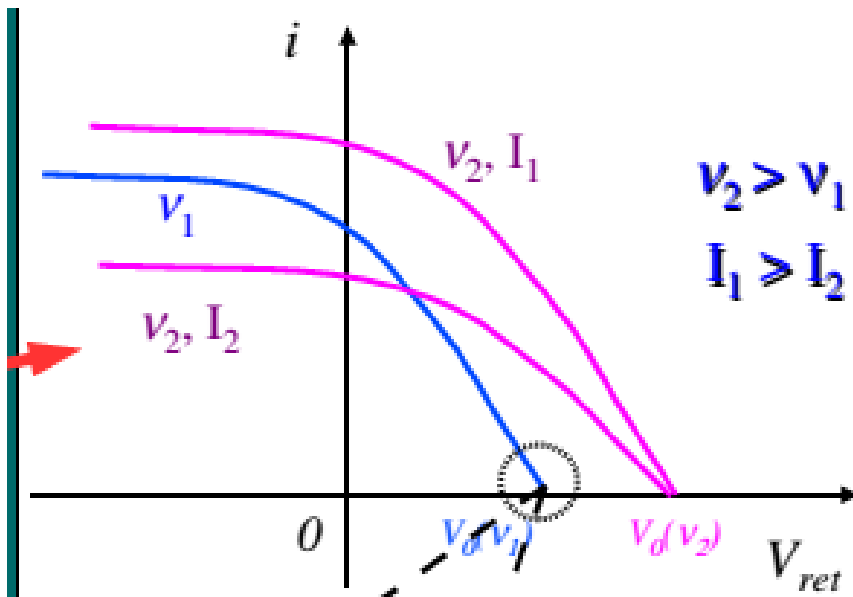
Quando  $V > 0 \Rightarrow i \rightarrow i_{\max}$

Quando  $V < 0 \Rightarrow i \rightarrow 0$

☐ Variando a tensão  $V$  de freamento é possível determinar a tensão  $V_0$  na qual a corrente fotoelétrica é nula

☐ Este valor de  $V_0$  independe da intensidade de luz incidente

$$I_b < I_a$$



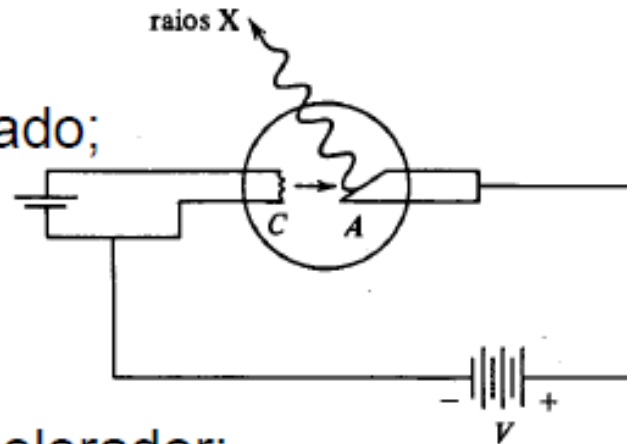
☐ O efeito fotoelétrico é um efeito de superfície.

☐ Este experimento do efeito fotoelétrico mostrou que a radiação eletromagnética comportava-se como corpúsculo.

# Produção de Raios-X

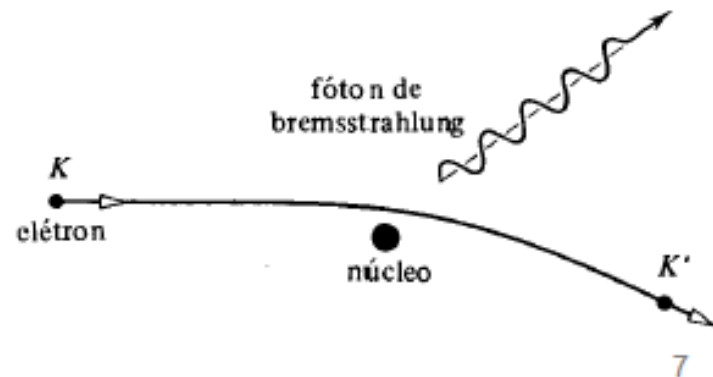
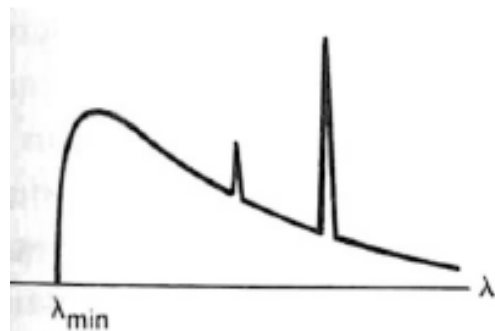
Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- comportamentos observados:
  - espectro contínuo com  $\lambda_{\min}$  bem definido e função do potencial acelerador;
  - picos de energia bem definida sobrepostos ao espectro contínuo e dependentes do material do anodo.



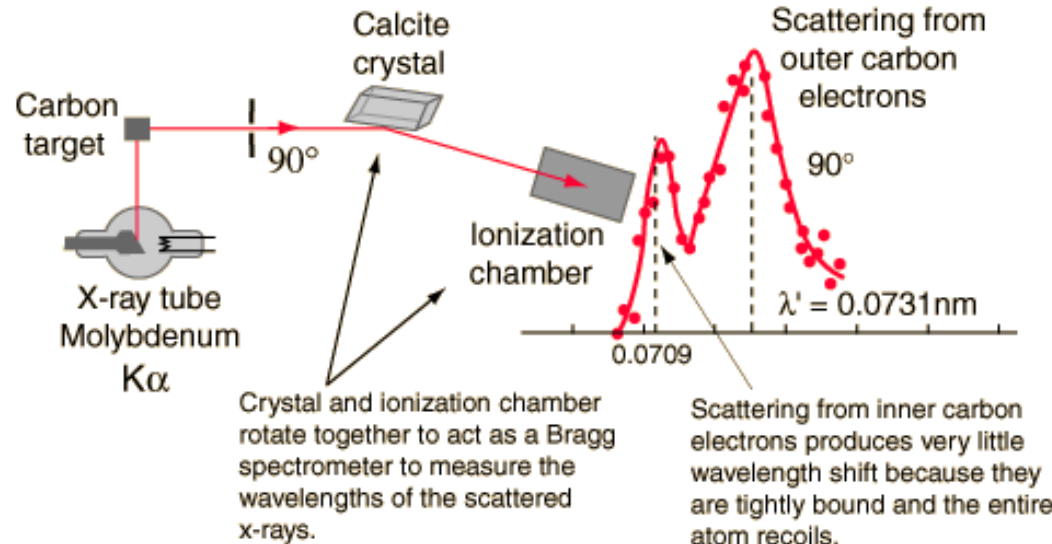
• modelo quântico: fóton.  $E_{\gamma} = h\nu = K - K' \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = K - K'$

$\therefore E_{\gamma, \max} \Rightarrow \lambda_{\min} \Rightarrow K' = 0 \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{K} = \frac{hc}{eV}$

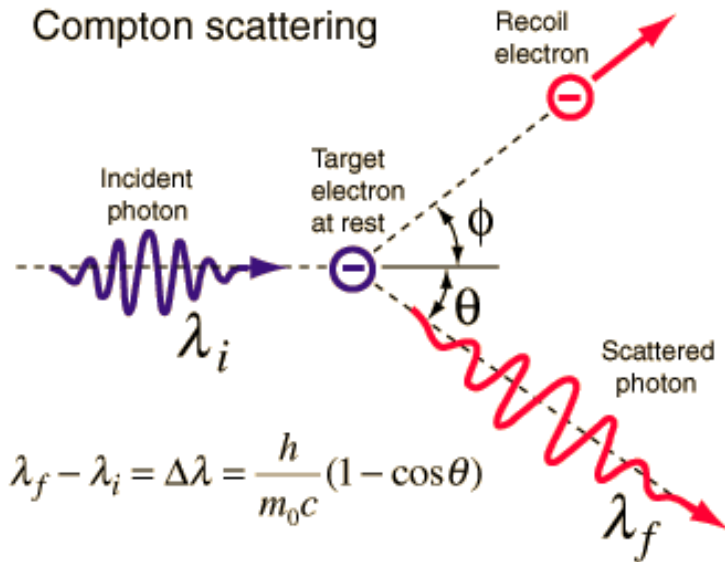


# O experimento de Compton

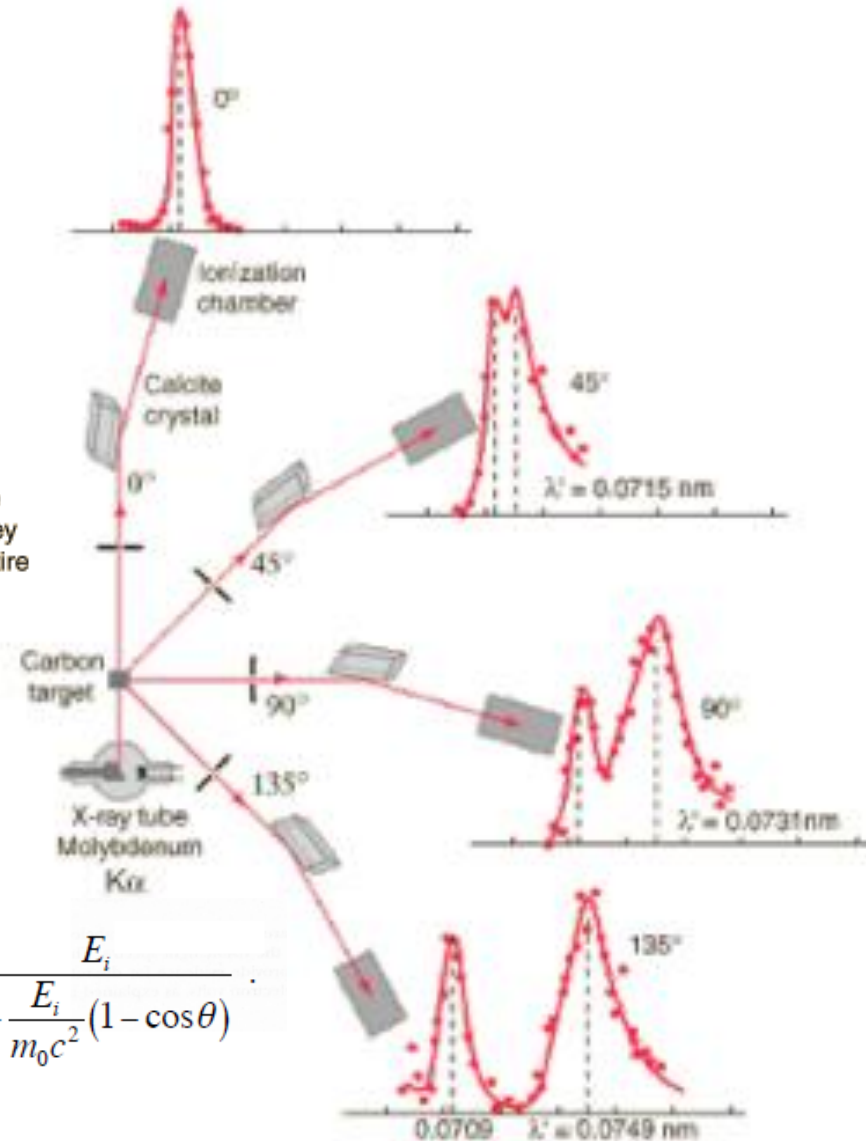
□ Arthur H. Compton (1923)



Compton scattering

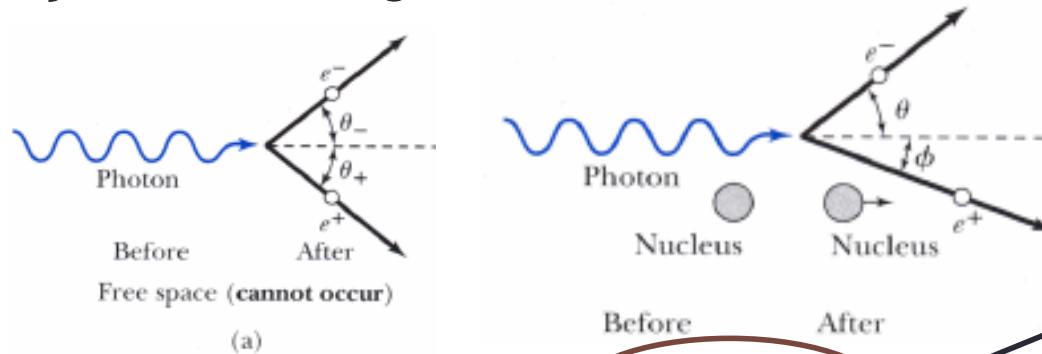


$$E_f = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_0 c^2} (1 - \cos\theta)}$$



# Produção de Pares

❑ A conservação de energia neste caso:



$$h\nu = E_+ + E_- + KE(\text{núcleo})$$

$$h\nu = (m_0c^2 + K_+) + (m_0c^2 + K_-)$$

$$h\nu = 2m_0c^2 + K_+ + K_-$$

Muito pequena por causa da grande massa do núcleo

Onde K são as energias cinéticas do  $e^-$  e do  $e^+$

❑ A energia do fóton deve ser de no mínimo igual a  $2m_e c^2$  para criar as massas :

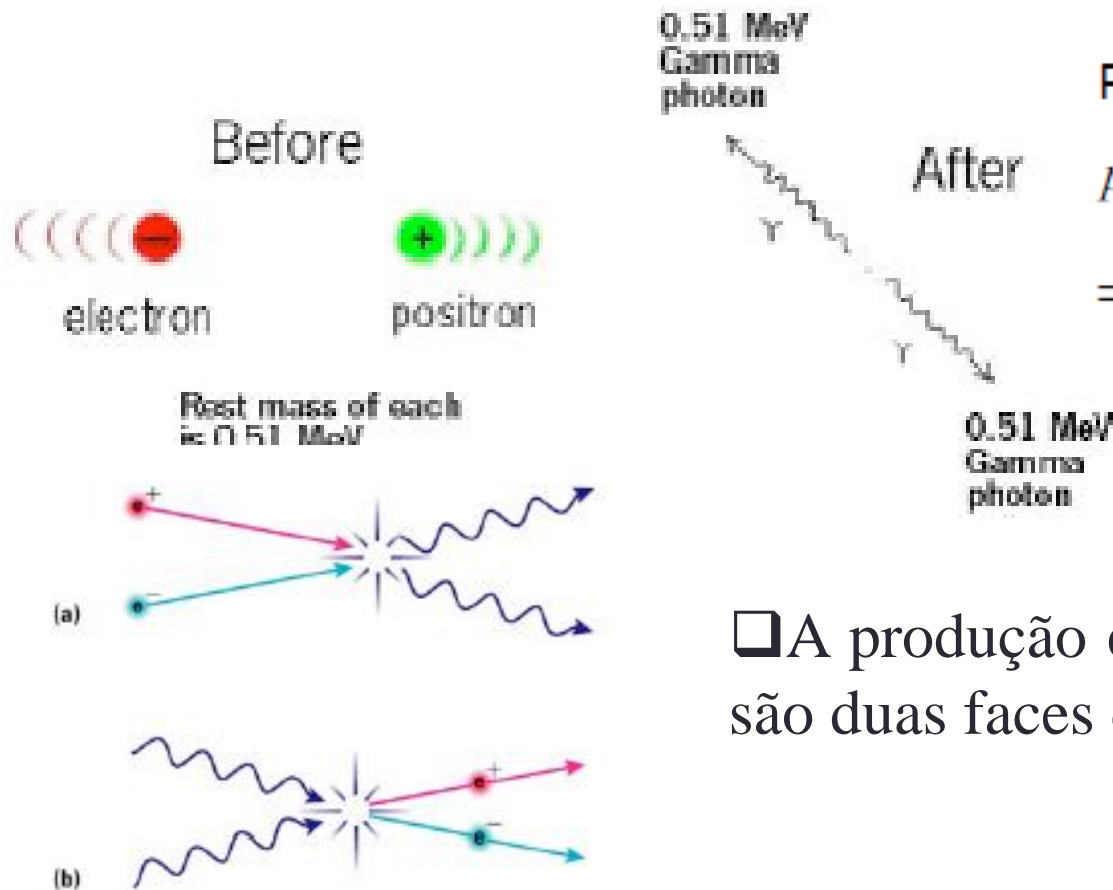
$$h\nu > 2m_e c^2 = 1.022MeV$$

❑ A probabilidade de produção de par aumenta drasticamente :

- 1) ENERGIA DO FÓTON
- 2) AUMENTO DO NÚMERO ATÔMICO Z DO NÚCLEO PRÓXIMO

# Aniquilação de Pares

- Da mesma maneira que podemos criar um par elétron-pósitron o processo inverso pode acontecer:
- Um elétron e um pósitron se aproximam por pouco tempo ( $10^{-10}$ s) e podem se aniquilar e produzir fótons



Par  $e^+$ ,  $e^-$  em repouso  $\Rightarrow$

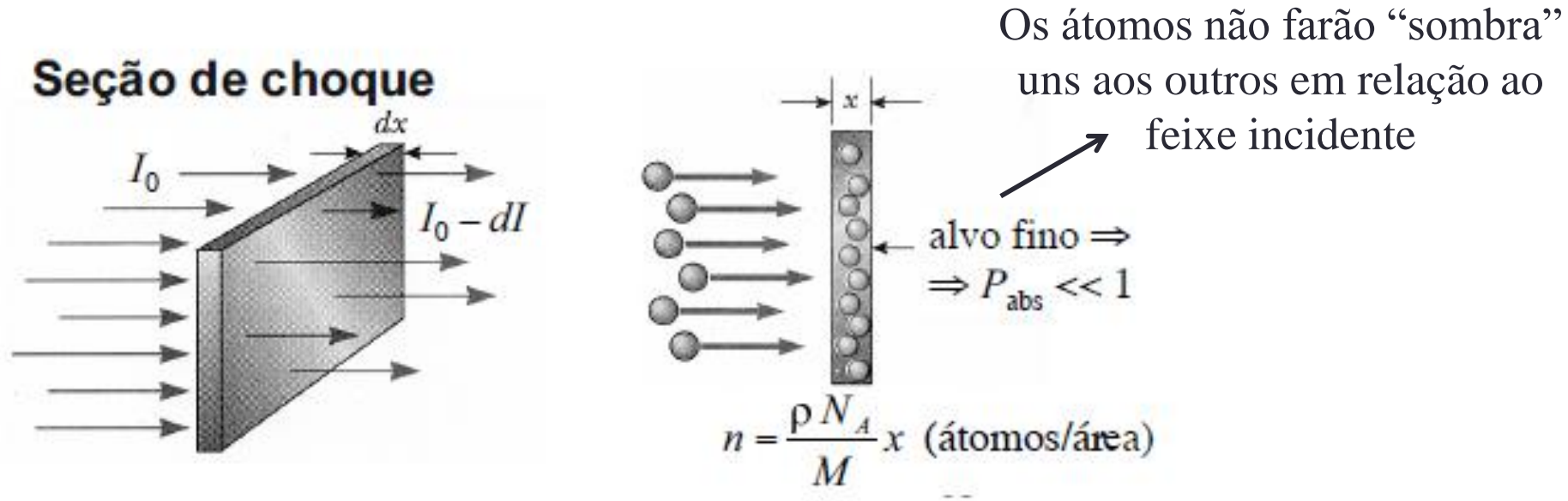
$$P_{\text{inicial}} = P_{\text{final}} = 0 \Rightarrow \frac{hv_1}{c} = \frac{hv_2}{c}$$

$$\Rightarrow E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2} = m_0c^2$$

- A produção e a aniquilação de pares são duas faces de um mesmo processo

# Seção de Choque

□ Seção de choque define a probabilidade de interação do fóton com um material por algum processo.



□ O número de absorções fotoelétricas  $N_{\text{Fe}}$  que ocorrem:

$$N_{\text{Fe}} = \sigma_{\text{Fe}} \cdot I_0 \cdot n$$

→ Feixe com  $I_0$  fótons

←  $\sigma_{\text{Fe}}$

→  $n$  átomos por unidade de área

É a seção de choque: probabilidade de um certo tipo de átomo sofrer uma certo tipo de interação (no caso fotoelétrica)

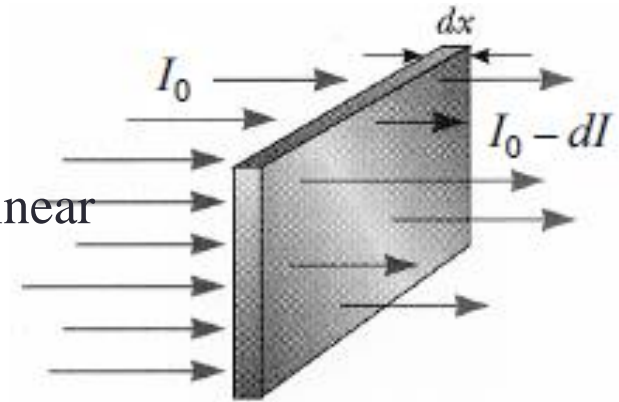
# Seção de Choque de absorção de fótons na matéria

$$dI = -I_0 \mu dx$$

Coeficiente de absorção linear

Decréscimo do número de fótons .

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$



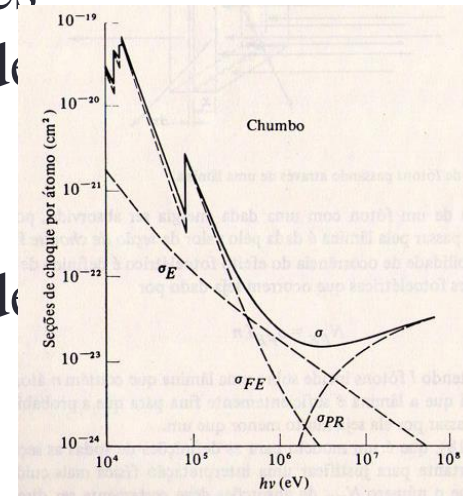
❑ após atravessar uma espessura  $x$  de um absorvedor o feixe o intensidade inicial cai exponencialmente para  $I$ .

❑ Como a absorção do feixe é causada pelos três processos de interação. O coeficiente de absorção pode ser decomposto em três termos:

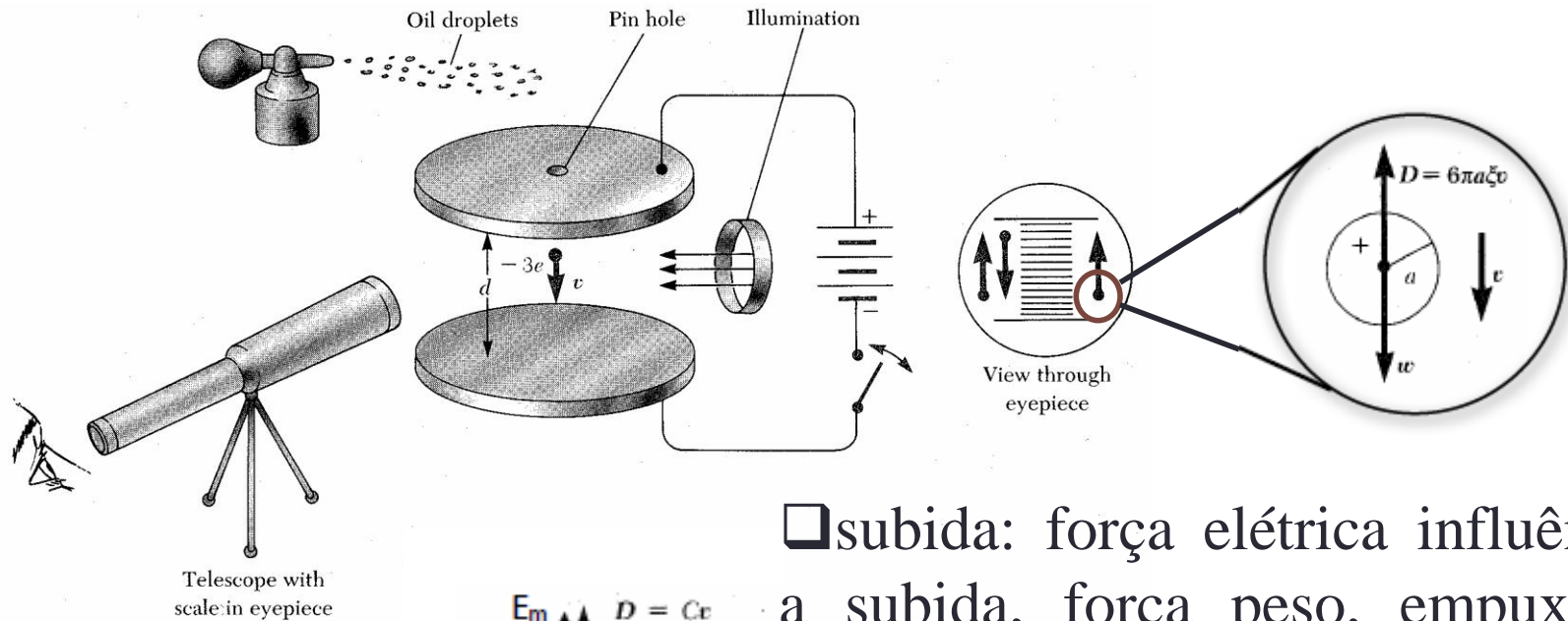
$$\mu = \mu_E + \mu_C + \mu_P$$

❑ nos cálculos é comum utilizarmos o coeficiente de absorção de massa definido como

$$\frac{\mu}{\rho} \quad I(x) = I_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right) x}$$

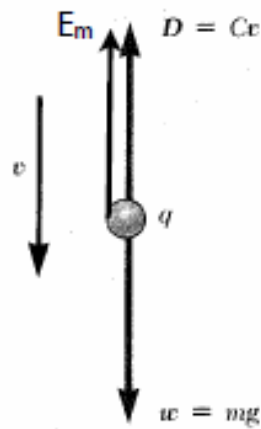


# Medidas de Carga Elétrica do Elétron

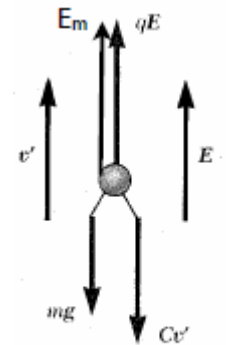


□ subida: força elétrica influencia a subida, força peso, empuxo e atrito do ar (contrário a descida)

□ Descida: a gota sofre influência do peso, empuxo e atrito do ar



(a) Field off



(b) Field on

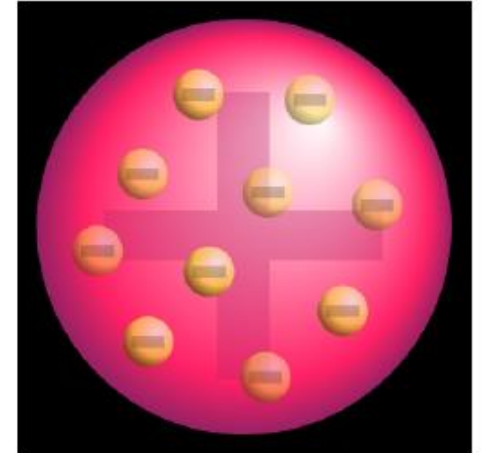


# Modelo atômico

## 1º Proposta:

Thomson em 1904: esfera de carga positiva embebida por elétrons – carga total nula

MODELO CHAMADO DE “PUDIM DE PASSAS”



## Problema:

- Forças eletrostáticas não são suficientes para manter o sistema em equilíbrio
  - Cargas deveria, ter movimento (acelerado) já que se mantinham dentro do átomo
  - Cargas (aceleradas) em movimento – irradiar energia continuamente
- ↓ Não observado
- Neste modelo, quando o átomo era aquecido, os elétrons poderiam vibrar em torno de sua posição de equilíbrio produzindo radiação eletromagnética - no entanto, não consegui calcular o espectro de luz observado

# Estrutura do átomo



## Experimento de Rutherford, Geiger e Marsden (1909)

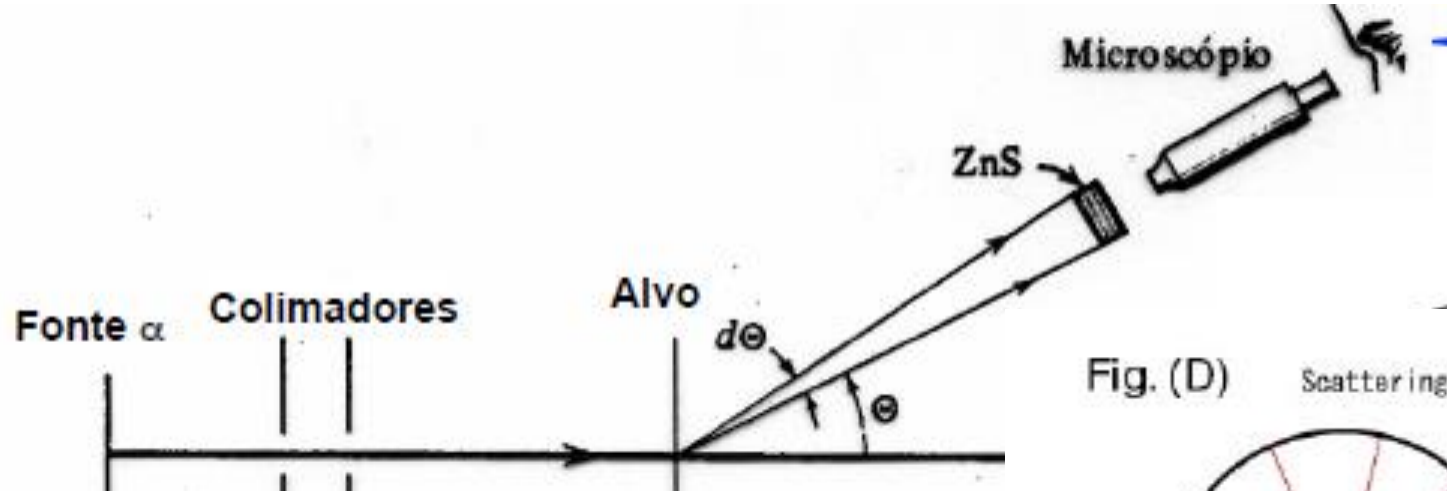
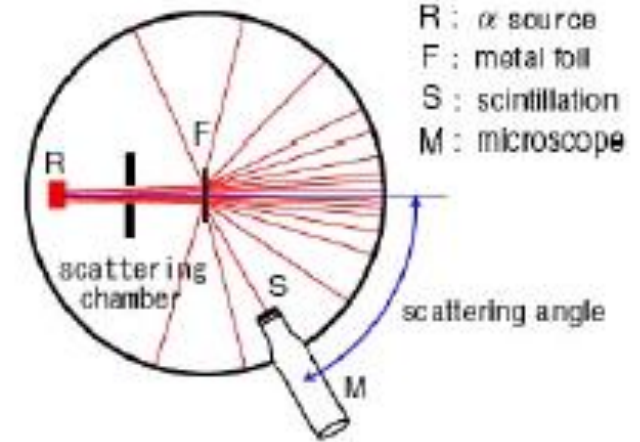
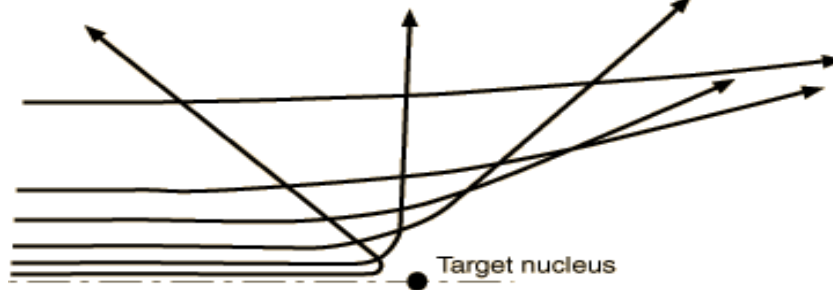


Fig. (D) Scattering of  $\alpha$  rays by an atom



Rutherford observou grandes deflexões, sugerindo um núcleo duro e pequeno



1 a cada 8000  $\alpha$ s são espalhadas  $> 90^\circ$

# ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO



Estimativa do raio do núcleo

- A trajetória da partícula  $\alpha$  neste espalhamento é descrito por uma hipérbole

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \operatorname{sen} \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

- D é a distância de máxima aproximação numa colisão frontal

$E_{\text{pot}} = E_{\text{cin}}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{D} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v^2}$$

# ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO



Estimativa do raio do núcleo

- A trajetória da partícula  $\alpha$  neste espalhamento é descrito por uma hipérbole

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \operatorname{sen} \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

- D é a distância de máxima aproximação numa colisão frontal

$E_{\text{pot}} = E_{\text{cin}}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{D} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v^2}$$

# Modelo de Rutherford

De acordo com o modelo de Rutherford o número de partículas espalhadas  $\alpha$  por núcleo observadas na tela de um cintilômetro de área  $A$  será a uma distância  $r$  da folha espalhadora:

$$\Delta N = \text{Int} \left( \frac{A}{r^2} \right) \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{4} \frac{1}{\text{sen}^4 \theta/2}$$

Intensidade do feixe  $\alpha$

Chamaremos de  $n$  o número de núcleos por unidade de volume

Fator devido a área do cintilômetro e a distância deste da folha espalhadora

partículas  $\alpha$

Energia cinética das partículas  $\alpha$  antes do espalhamento

Partículas espalhadoras

## Espalhamento em uma Folha fina de material

Chamaremos de  $n$  o número de núcleos por unidade de volume

$$n = \frac{\rho(\text{g} / \text{cm}^3) \cdot N_A (\text{átomos} / \text{mol})}{M (\text{g} / \text{mol})}$$

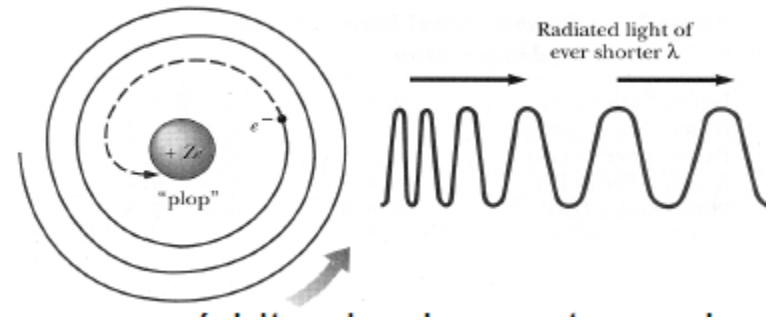
$$n = \frac{\rho N_A}{M} \frac{\text{átomos}}{\text{cm}^3}$$

Se a folha tem uma espessura  $t$  (cm) temos que  $nt$  é o número de núcleos por unidade de área (átomos/cm<sup>2</sup>)

## E a estabilidade do átomo proposto por Rutherford ?

- ❑ Este modelo proposto por Rutherford tinha um sério problema conceitual:
  - ❑ Como elétrons que estavam orbitando ao redor do núcleo poderia manter o sistema estável?
  - ❑ Elétron acelerado devido ao movimento circular em torno do núcleo.
  - ❑ Da teoria eletromagnética clássica temos que uma carga acelerada irradia energia continuamente (radiação eletromagnética).
  - ❑ Energia do sistema deve decrescer.
  - ❑ R decresce – órbitas irão diminuir o sistema deveria colapsar – elétron cair no núcleo

$$\Delta t \sim 10^{-12} \text{ s}$$



- ❑ Como resolvemos este problema?
- ❑ Além do mais havia a emissão de comprimentos de luz discretos por alguns gases, que não havia ainda sido explicado

# O Modelo de Bohr

## POSTULADOS

- ❑ Em vez de infinitas orbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, o elétron só pode se mover em certas órbitas na qual seu momento angular orbital  $L$  é um múltiplo inteiro de  $\hbar$  ( $h/2\pi$ )

$$L = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- ❑ Apesar dos elétrons estarem acelerados, um elétron que se move em uma destas órbitas possíveis não emite radiação eletromagnética. Portanto a energia total  $E$  permanece constante. (não emissão contaria a eletromagnetismo clássico).
- ❑ É emitida radiação eletromagnética se um elétron se move inicialmente sobre uma órbita de energia  $E_i$  e depois muda seu movimento descontinuamente de forma a se mover em uma orbita  $E_f$ . A frequência da radiação emitida  $\nu$  é igual a:

$$h\nu = E_i - E_f$$

o elétron pode transitar de uma órbita permitida para outra “num salto” emitindo um fóton e conservando energia do sistema



# O Modelo de Bohr – raio e velocidade

$$\left. \begin{aligned} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} &= \frac{mv^2}{r} \\ v &= \frac{n\hbar}{mr} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Ze^2 &= 4\pi\epsilon_0 r^2 \frac{mv^2}{r} = 4\pi\epsilon_0 r m v^2 \\ Ze^2 &= 4\pi\epsilon_0 r m \left( \frac{n\hbar}{mr} \right)^2 \\ Ze^2 &= 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{mr} \end{aligned}$$

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{Ze^2 m} \rightarrow a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \quad \text{Raio de Bohr} = 0,529 \text{ \AA}$$

$$r_n = \frac{n^2 a_0}{Z}$$

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr} = \frac{n\hbar}{m} \frac{Ze^2 m}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}$$

$$v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 n\hbar}$$

H=1, Z=1, n=1  
 $r_1 = 0,05 \text{ nm}$   
 $v_1 \sim 2,2 \times 10^6 \text{ m/s}$

Raio atômico é quantizado

# O Modelo de Bohr – Energia

- A energia de um elétron atômico se movendo em uma das órbitas possíveis
- A energia cinética do sistema é devido ao elétron
- $K = \frac{1}{2} mv^2$
- O núcleo é massivo comparado com o elétron ( $m_{\text{proton}} = 1836m$ ) e o núcleo pode ser considerado em repouso.

■ A energia potencial  $V$  é

$$V = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

■ A energia mecânica total:

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E = K + V = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

# O Modelo de Bohr – Energia

$$E = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r_n = \frac{n^2 a_0}{Z}$$

Para o H

$$E = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$E_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{e^4 m}{\hbar^2}$$

$$E_0 = -13,6\text{eV}$$

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 n^2 a_0}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$$

$$E_n = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2 n^2}$$

$$E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

Energia  
quantizada

O estado de energia mais baixo:

$$n=1 \quad E_1 = E_0$$

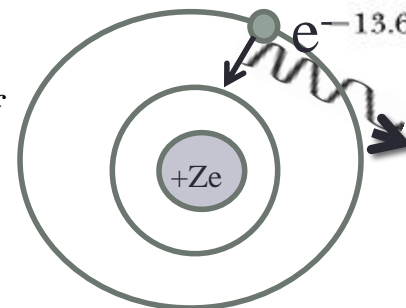
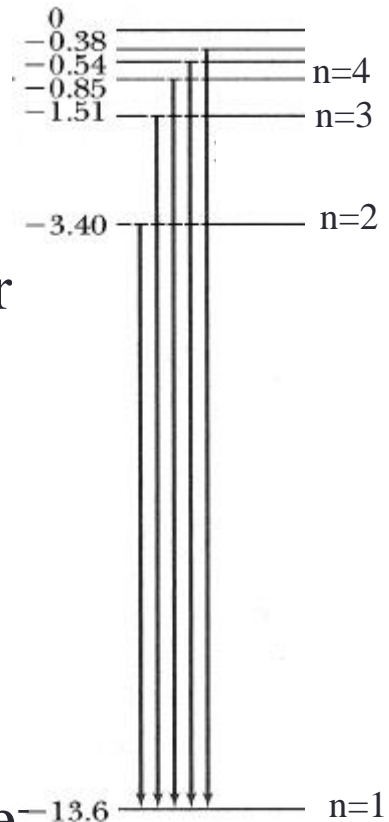
menor raio

# Postulados do Modelo de Bohr

- A quantização do momento angular orbital do elétron implica na quantização da energia
- $n=1$  estado fundamental – menor energia
- Hidrogênio
- Níveis discretos de energia
- Os elétrons se movem em certas órbitas sem irradiar energia
- átomo só pode existir em “estados estacionários” com energias quantizadas,  $E_n$ , definidas
- Átomos irradiam quando um elétron sofre uma transição de um estado estacionário para outro.
- A frequência da radiação emitida esta relacionadas às energias das órbitas:

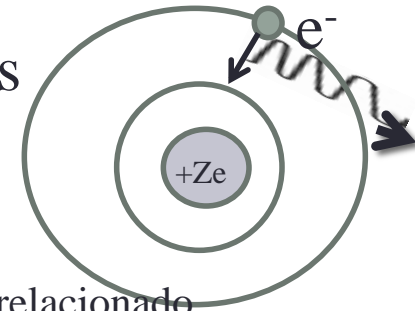
$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

$$h\nu = E_{ni} - E_{nf}$$



# Modelo de Bohr

- A frequência da radiação emitida está relacionada às energias das órbitas:



$$h\nu = E_{ni} - E_{nf} \quad E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

Para o átomo de H: espectro está relacionado

$$h\nu = -E_0 \frac{Z^2}{n_i^2} - \left( -E_0 \frac{Z^2}{n_f^2} \right)$$

$$\nu = \frac{E_0 Z^2}{h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Valor teórico obtido por Bohr para a constante de Rydberg  
Calculou  $R = 1,097 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$

