# Universidade de São Paulo
## Instituto de Física

# FÍSICA MODERNA I
# AULA 09

**Profa. Márcia de Almeida Rizzutto**
**Pelletron – sala 114**
**rizzutto@if.usp.br**

**1o. Semestre de 2014**

**Monitor:** Gabriel M. de Souza Santos

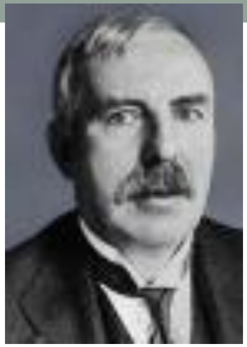
Página do curso:
http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2905

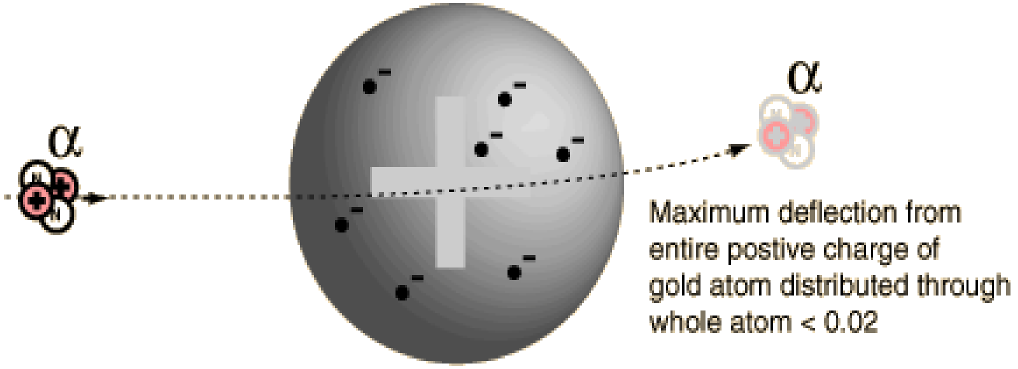
**21/03/2014**

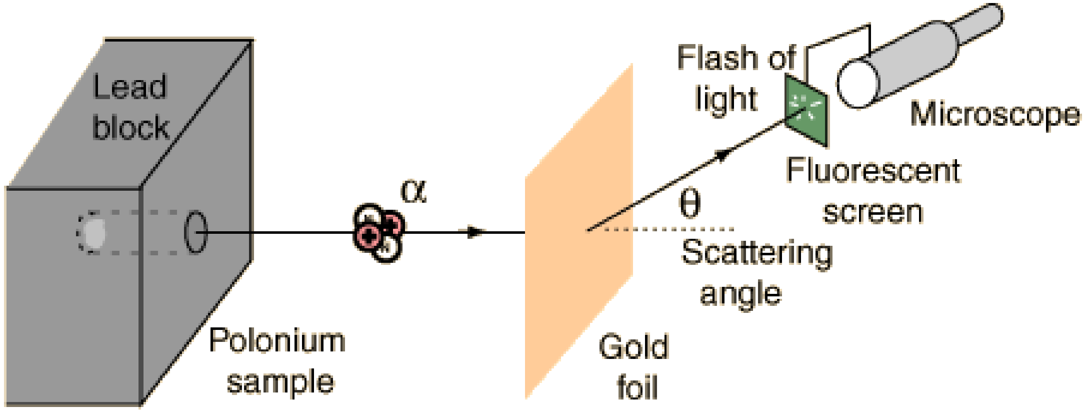
# Estrutura do átomo

- As primeiras experiências de espalhamento

Modelo de Thomson: previa deflexão pequena das partículas $\alpha$





# Espalhamento em uma Folha fina de material

Estamos supondo que a folha é tão fina que a probabilidade de que um núcleo esteja na “sombra” de outro é insignificante.

**Chamaremos de n o número de núcleos por unidade de volume**

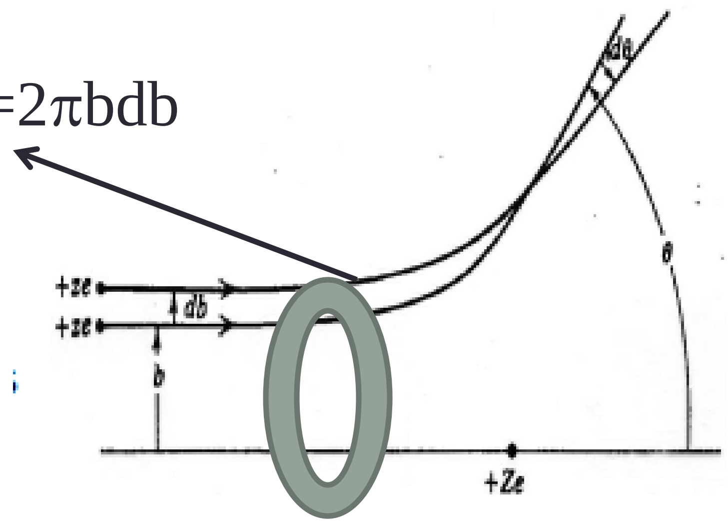
$$n = \frac{\rho(g/cm^3).N_A(\acute{a}tomos/mol)}{M(g/mol)}$$

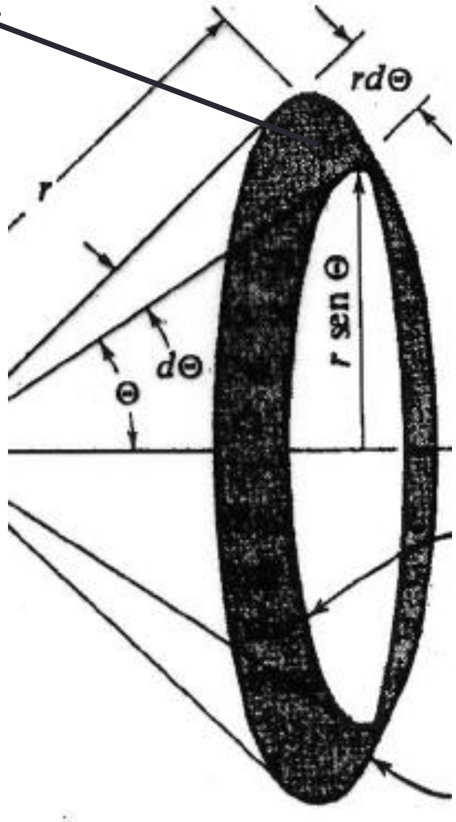
$$n = \frac{\rho N_A}{M}\frac{\acute{a}tomos}{cm^3}$$

Se a folha tem uma espessura **t** (cm) temos que ***nt*** é o número de núcleos por unidade de área (átomos/cm$^2$)

dA=(2πrsenθ)(rdθ)

Área=2πbdb




- A probabilidade de α passar por um desse anéis P(b)db, é igual :

$$P(b)db = nt2\pi bdb$$

$$b = \frac{D}{2}\cot g\frac{\theta}{2}$$

$$P(b)db = 2\pi nt\frac{D}{2}\cot g\frac{\theta}{2}\left(-\frac{D}{2}\frac{1}{2}\mathrm{cosc}^2\frac{\theta}{2}d\theta\right)$$

$$P(b)db = -\pi nt\frac{D^2}{4}\cot g\frac{\theta}{2}\left(\frac{1}{sen^2\,\theta/2}\right)$$

$$db = -\frac{D}{2}\frac{1}{2}\mathrm{cosc}^2\frac{\theta}{2}d\theta$$

- A probabilidade de $\alpha$ passar por um desse anéis P(b)db, é igual a:.

$$P(b)db = 2\pi nt\frac{D}{2}\cot g\frac{\theta}{2}\left(-\frac{D}{2}\frac{1}{2}\operatorname{cosc}^2\frac{\theta}{2}d\theta\right)$$

$$P(b)db = -\pi nt\frac{D^2}{4}\cot g\frac{\theta}{2}\left(\frac{1}{sen^2\,\theta/2}\right)$$

$$\boxed{P(b)db = -\frac{\pi ntD^2}{8}\frac{sen\theta d\theta}{sen^4\,\theta/2}}$$

$$\cot g\frac{\theta}{2} = \frac{\cos\theta/2}{sen\theta/2}$$

$$2sen\theta/2\cos\theta/2 = sen\theta$$

$$\cos\theta/2 = \frac{sen\theta}{2sen\theta/2}$$

- P(b)db é igual a probabilidade de que as partículas sejam espalhadas entre $\boldsymbol{\theta + d\theta}$
- O sinal negativo aparece pois uma redução de b provoca um aumento em $\boldsymbol{\theta}$.

- Assim o número de partículas α de um feixe de intensidade I espalhada entre $\boldsymbol{\theta + d\theta}$ será :

$$N(\theta)d\theta = -P(b)dbI$$

$$D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2}mv^2}$$

$$N(\theta)d\theta = \frac{I\pi ntD^2}{8}\frac{sen\theta d\theta}{sen^4\,\theta/2}$$

Fórmula de espalhamento de Rutherford

É normalmente expressa em termo se seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$N(\theta)d\theta = -P(b)dbI$$

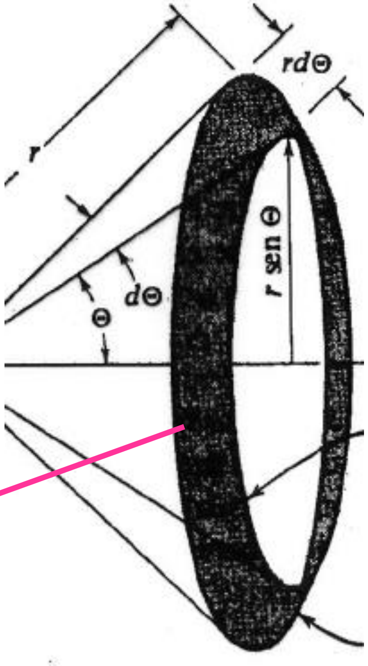
$$D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{{}^1\!/_2\, mv^2}$$

$$N(\theta)d\theta = \frac{I\pi ntD^2}{8}\frac{sen\theta d\theta}{sen^4\,{}^{\theta}\!/_2}$$

Equação de espalhamento de Rutherford

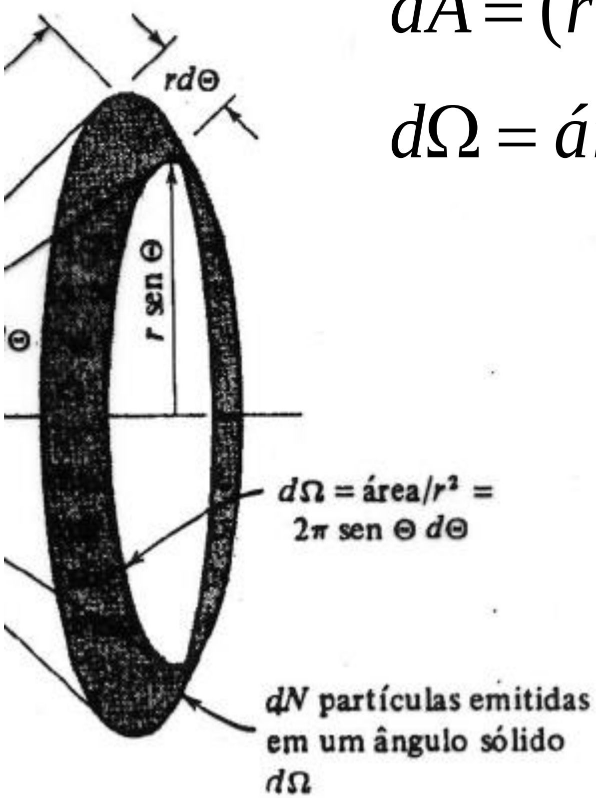
- As N partículas α cujo ângulo de espalhamento esta entre ***θ+dθ*** passam por uma zona esférica de raios r com centro no átomo responsável pelo espalhamento:

$$dA = (rd\theta).(2\pi rsen\theta)$$



$$dN \leftarrow N(\theta)d\theta = \frac{I\pi ntD^2}{8}\frac{sen\theta d\theta}{sen^4 \theta/2} \qquad D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\underbrace{1/2\, m_\alpha v^2}_{E_\alpha}}$$

- O número de partículas α espalhadas em um ângulo sólido dΩ em torno de um ângulo de espalhamento θ




$$dA = (rd\theta).(2\pi rsen\theta)$$

$$d\Omega = área/r^2$$

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{Int\cancel{2\pi}D^2}{16}\frac{\cancel{sen\theta d\theta}}{sen^4 \theta/2}\frac{1}{\cancel{2\pi}\cancel{sen\theta d\theta}}$$

$$dN = \frac{IntD^2}{16}\frac{1}{sen^4 \theta/2}d\Omega$$

$$dN = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha}\right)^2\frac{Int}{sen^4 \theta/2}d\Omega$$

$$dN = \frac{IntD^2}{16}\frac{1}{sen^4 \theta/2}d\Omega$$

$$dN = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{2E_\alpha}\right)^2\frac{Int}{sen^4 \theta/2}d\Omega$$

Pontos importantes:

- O espalhamento é proporcional a $Z_1^2$ e $Z_2^2$
- O termo $Mv^2$ é a energia cinética da partícula a incidente, e o espalhamento é inversamente proporcional a energia cinética desta partícula
- O espalhamento é inversamente proporcional a 4 potencia de sen (θ/2)
- O espalhamento é proporcional a espessura da folha de metal (n = ρt)

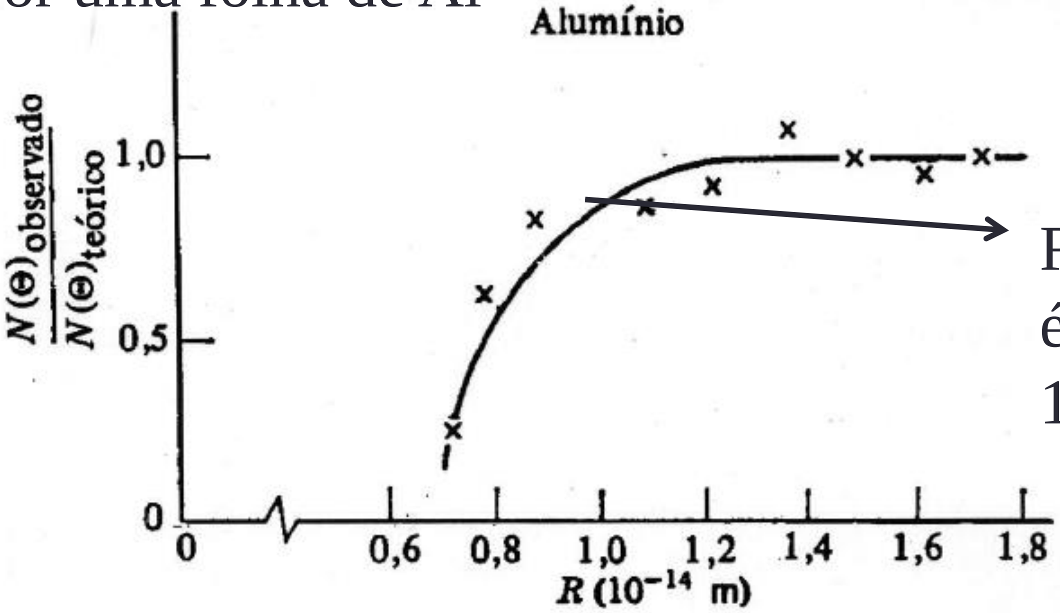
$$dN = \frac{d\sigma}{d\Omega}.I.n.t.d\Omega$$

Secão de choque de Rutherford

# Secão de choque diferencial de Rutherford

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{2E_\alpha}\right)^2\frac{1}{sen^4\,\theta/2}$$

Fornece o número de partículas espalhadas em um dado elemento de ângulo sólido dΩ. Dados obtidos pelo grupo de Rutherford para o espalhamento de partículas α de várias energias a um ângulo fixo grande por uma folha de Al




Raio do núcleo de Al é aproximadamente $10^{-14}$m = 10F

# Modelo de Rutherford

De acordo com o modelo de Rutherford o número de partículas espalhadas α por núcleo, observadas na tela de um cintilômetro de área A será a uma distância r da folha espalhadora:

$$\boxed{\Delta N = Int\left(\frac{A}{r^2}\right)\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha}\right)^2 \frac{1}{sen^4 \theta/2}\, d\Omega}$$

Fator devido a área do cintilômetro e a distância deste da folha espalhadora

Energia cinética das partículas α antes do espalhamento

# Exercício: Espalhamento de partículas α

- Partículas α são produzidas pela desintegração do $^{226}$Ra e 450 partículas por minuto são produzidas em um cintilômetro para um ângulo θ =45º. Se as condições experimentais forem mantidas e o detector for deslocado de modo a observar as partículas no ângulo de 90º, qual será o número de partículas observadas por minuto?

$$\Delta N = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha}\right)^2 \frac{Int}{sen^4 \theta/2} \left(\frac{A}{r^2}\right)$$

# Exercício: Espalhamento de partículas $\alpha$

- Um feixe de partículas $\alpha$ com $E_k$ = 6,0MeV incide em uma folha de prata com 1,0μm de espessura. A corrente do feixe é de 1,0nA. Quantas partículas $\alpha$ serão contadas por um pequeno cintilômetro com 5mm$^2$ de área situado a 2,0cm da folha com um ângulo de 75º? (dados: Ag: Z=47, $\rho$=10,5g/cm$^3$, M=108g/mol)