

# Universidade de São Paulo Instituto de Física

## FÍSICA MODERNA I

---

### AULA 08

**Profa. Márcia de Almeida Rizzutto**  
**Pelletron – sala 114**  
**rizzutto@if.usp.br**

**1o. Semestre de 2014**

**Monitor: Gabriel M. de Souza Santos**

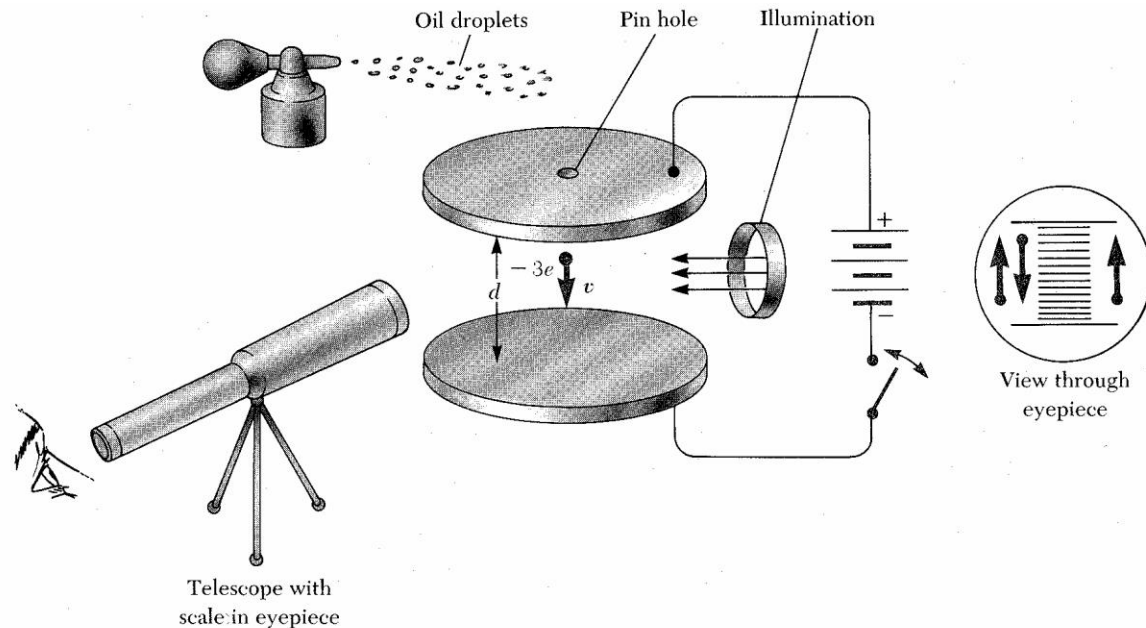
Página do curso:

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2905>

**19/03/2014**

# Medidas de Carga Elétrica do Elétron

❑ O experimento foi realizado por Robert A. Milikan, Begeman e Fletcher de 1907 a 1910 fizeram muitas medidas de carga do elétron :

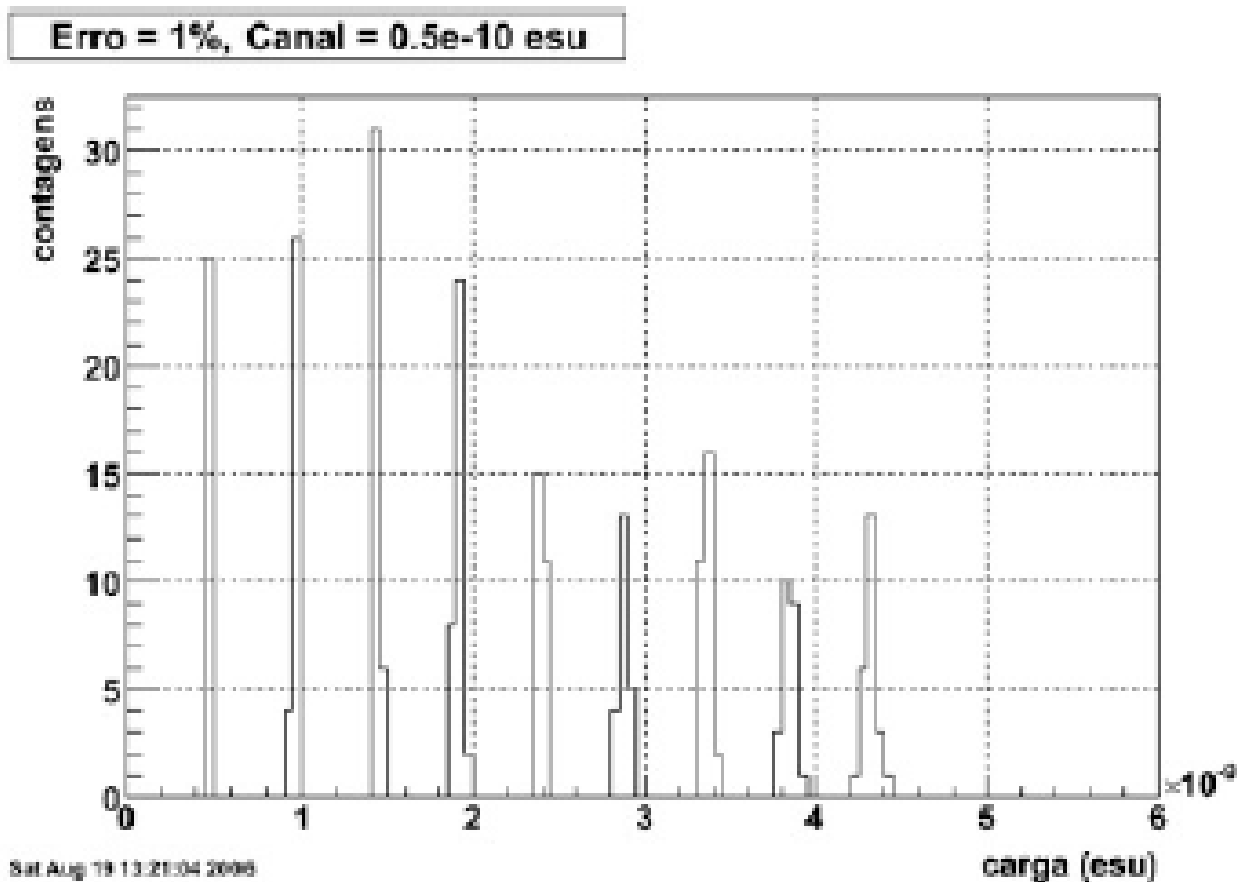


❑ Principal conclusão foi que a carga das gotículas de óleo era sempre múltipla de carga elementar.

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

# Medidas de Carga Elétrica do Elétron

□ Várias medidas de tempo de queda, cálculos de velocidade e raio da gota, podemos constatar a quantização da carga elétrica



# Modelos Atômico

**PERGUNTA: COMO É O ÁTOMO?  
QUAL O MELHOR MODELO QUE  
O DESCRIBE ?**

- ❑ Para entendê-lo necessitamos olhar os espectros atômicos.
- ❑ Sabemos que a radiação térmica emitida pelos corpos aquecidos (radiação de corpos negro) **É CONTÍNUA**



- ❑ O espectro de emissão de átomos é discreta



- ❑ Apenas alguns comprimentos de onda estão presentes

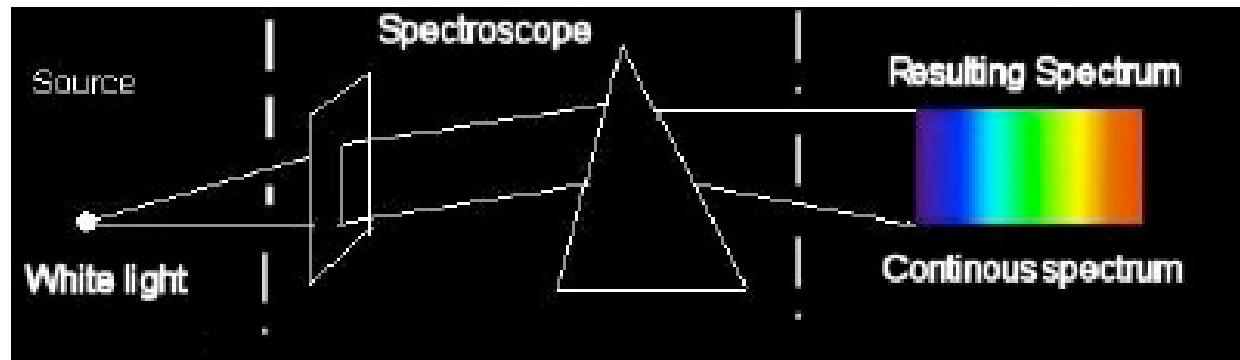


Onde vejo isto?

# Espectros Atômicos

□ Newton observou que a luz solar que entrava no seu laboratório através de uma pequena fenda em sua persiana podia ser refratada por um prisma de vidro e projetada em uma tela e mostrava uma série de faixa coloridas

↓  
espectro

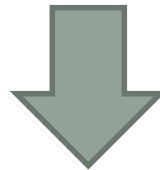


□ Os espectros de emissão dos elementos e compostos químicos podem ser divididos em três categorias:

- Espectros contínuos
- Espectros de Bandas
- Espectros de Linhas

# Espectros Atômicos

- ❑ Espectros contínuos: emitidos por sólidos incandescentes, não aparecem linhas (nem claras nem escuras)
- ❑ Espectros de Bandas: são formados por grupos de linhas muito próximas umas das outras, que parecem formar bandas contínuas - pedaços de substâncias sólidas colocadas em uma chama ou submetidas a descargas elétrica
- ❑ Espectros de Linhas: são características de átomos isolados



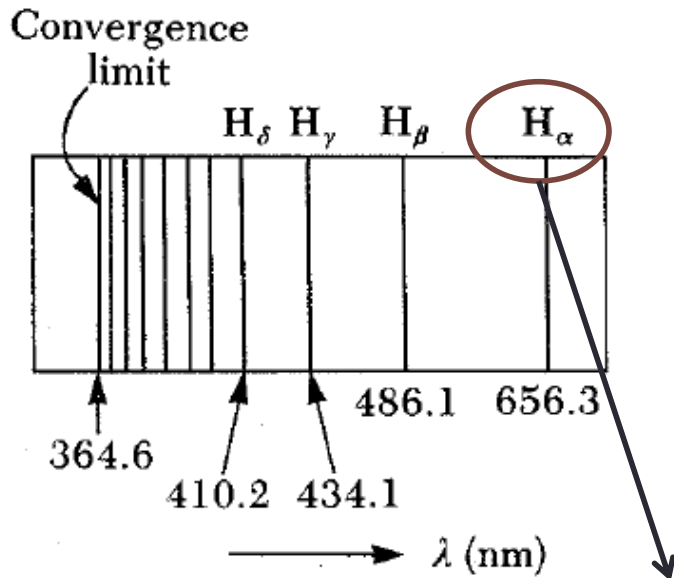
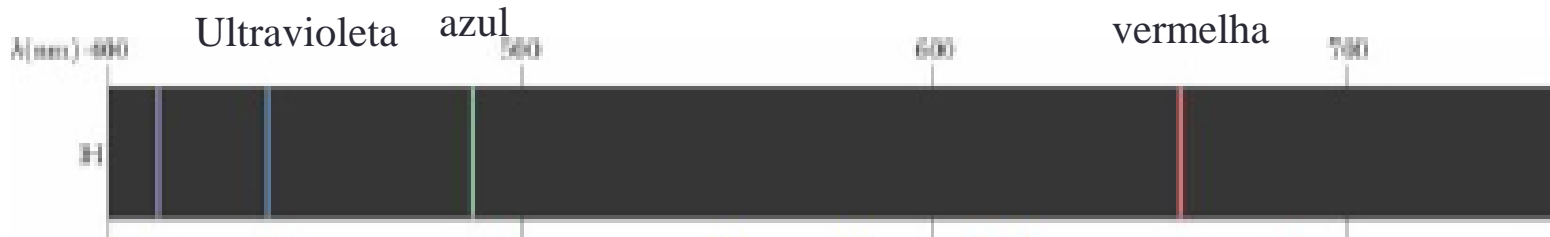
Física clássica não consegue explicar estas linhas



No final do século XIX a radiação característica emitida pelos átomos aquecidos foi exaustivamente estudada

# Espectro Hidrogênio

- ❑ Espectro de emissão do átomo de Hidrogênio (átomo + simples) possui linhas discretas na **região visível e ultravioleta**:



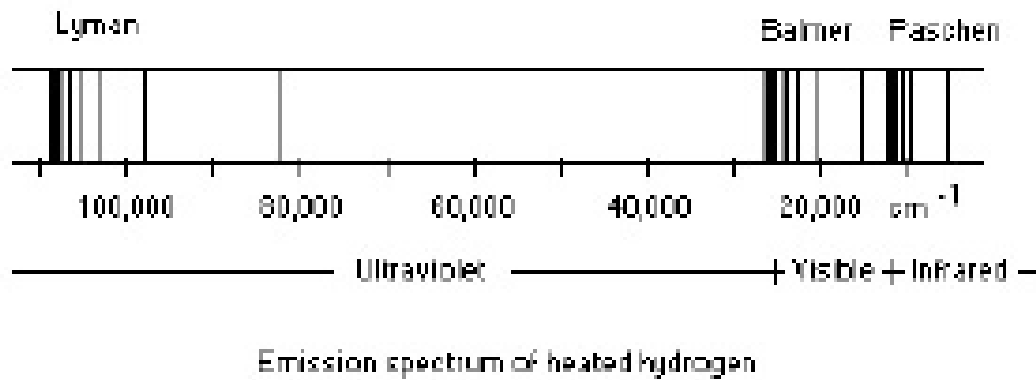
1885: J. Balmer descobriu que as linhas do espectro de hidrogênio podiam ser calculadas através de fórmula empírica:

$$\lambda_m = 3646 \frac{m^2}{m^2 - 4}, m = 3, 4, 5$$

Corresponde a  $m=3$

# Espectro Hidrogênio

- Balmer previu que uma expressão mais geral que pudesse explicar as outras séries:



- 1890 Rydberg finalmente encontra uma formulação mais geral para as séries observadas:

$$K = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), m = 1, 2, 3, \dots, n > m$$

$$R_H = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



# Espectro Hidrogênio

$$R_H = 1.097373 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

→ Constante de Rydberg para o H

$$K = \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), m = 1, 2, 3, \dots, n > m$$

Nome	Faixa de comprimentos de onda	Fórmulas	
Lyman	Ultravioleta	$\kappa = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 2, 3, 4, \dots$
Balmer	Ultravioleta próximo e visível	$\kappa = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 3, 4, 5, \dots$
Paschen	Infravermelho	$\kappa = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 4, 5, 6, \dots$
Brackett	Infravermelho	$\kappa = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 5, 6, 7, \dots$
Pfund	Infravermelho	$\kappa = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 6, 7, 8, \dots$

# Modelo atômico

- ❑ Os cientistas do final do século XIX sabiam:
  - ❑ Átomo tinha o diâmetro da ordem de  $10^{-10}\text{m}$
  - ❑ Era eletricamente neutro
  - ❑ Continha elétrons (partículas muito + leves que o átomo como um todo)

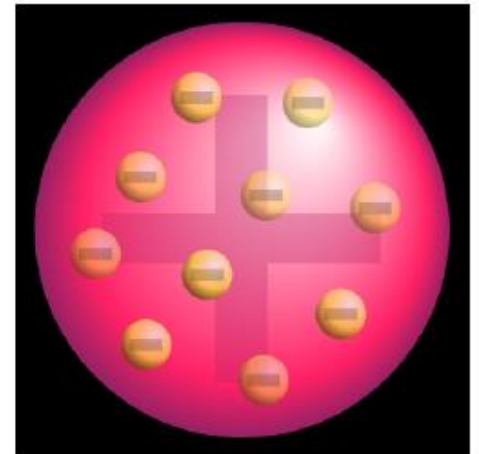
## Problema:

encontrar um modelo que satisfizesse todos estes requisitos e fosse compatível com as fórmulas de Balmer e Rydberg

## 1º Proposta:

Thomson em 1904: esfera de carga positiva embebida por elétrons – carga total nula

MODELO CHAMADO DE “PUDIM DE PASSAS”

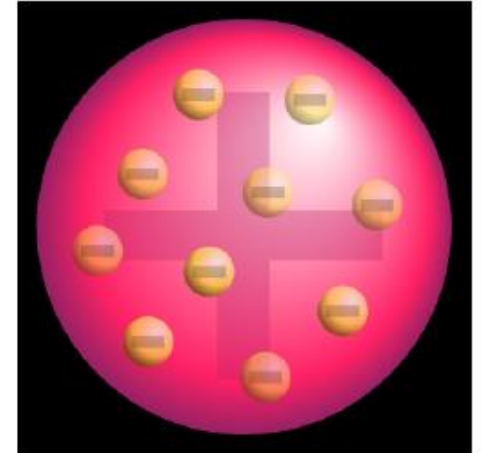


# Modelo atômico

## 1º Proposta:

Thomson em 1904: esfera de carga positiva embebida por elétrons – carga total nula

MODELO CHAMADO DE “PUDIM DE PASSAS”



## Problema:

- Forças eletrostáticas não são suficientes para manter o sistema em equilíbrio
  - Cargas deveria, ter movimento (acelerado) já que se mantinham dentro do átomo
  - Cargas (aceleradas) em movimento – irradiar energia continuamente
- ↓ Não observado
- Neste modelo, quando o átomo era aquecido, os elétrons poderiam vibrar em torno de sua posição de equilíbrio produzindo radiação eletromagnética - no entanto, não consegui calcular o espectro de luz observado

## Estrutura do átomo



- Rutherford começou a realizar experimentos com radioatividade natural
- Descobriu que o Urânio emitia pelo menos dois tipos de partículas que ele chamou de  $\alpha$  e  $\beta$
- Observou que a razão  $q/m$  das partículas  $\alpha$  era duas vezes menor que para o próton
- Suspeitava que as partículas  $\alpha$  eram átomos de Hélio duplamente ionizada
- Deixou uma amostra de substância radioativa se desintegrar emitindo partículas  $\alpha$  e submeteu este conteúdo a uma descarga elétrica e observou as linhas do espectro de Hélio
- Percebeu que as partículas  $\alpha$  possuíam alta energia e massa relativamente elevada



Ótimo instrumento para sondar os átomos

# Estrutura do átomo

## Experimento de Rutherford, Geiger e Marsden (1909)

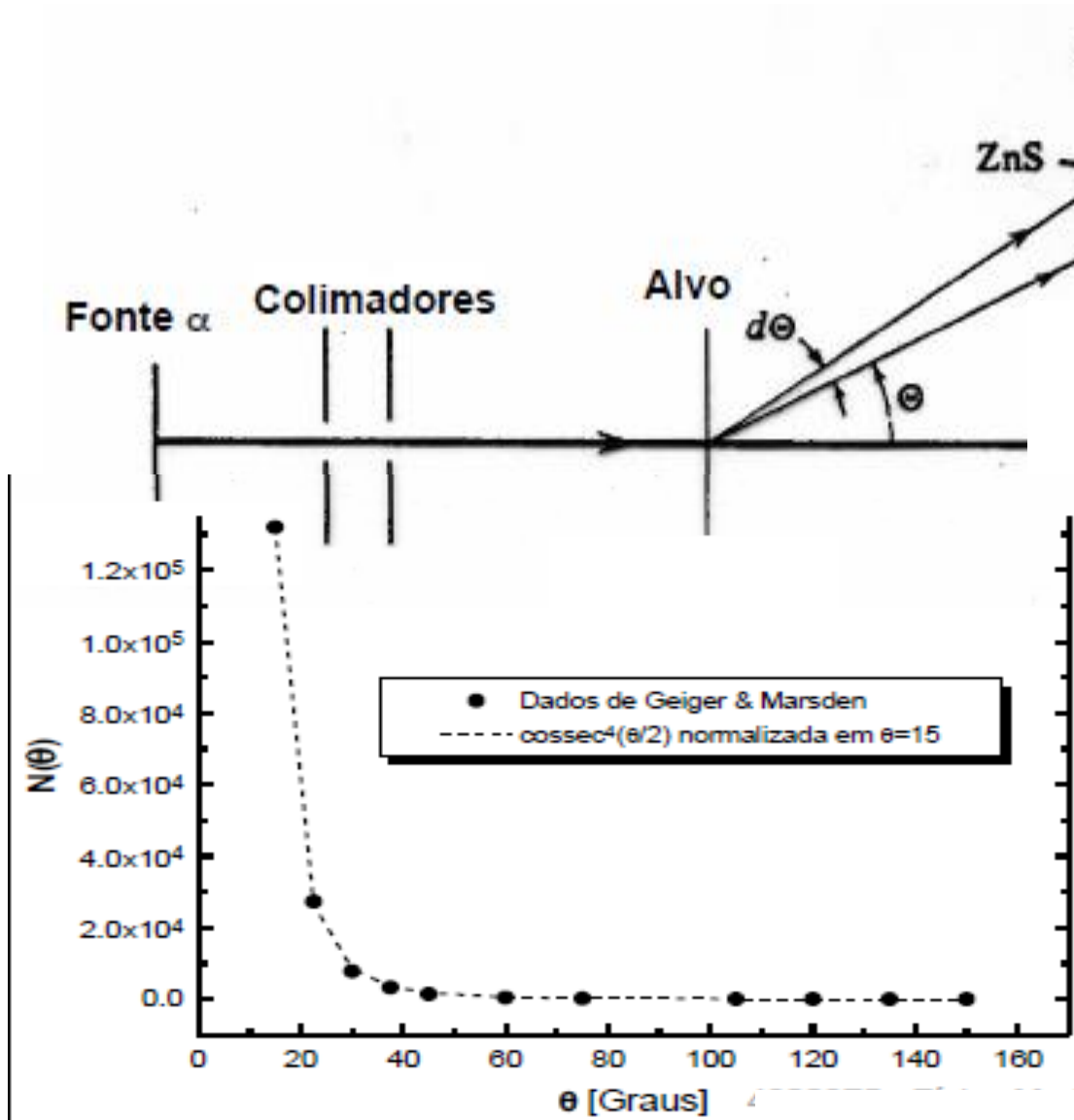
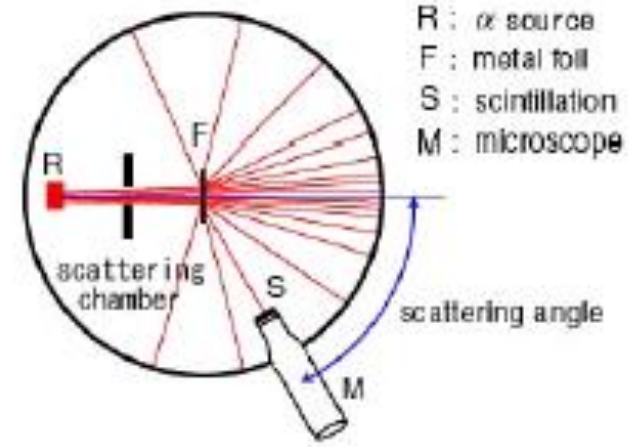
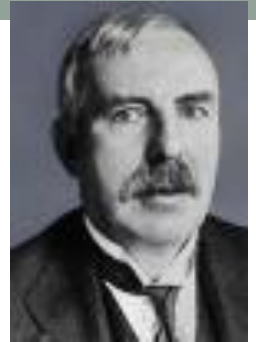


Fig. (D) Scattering of  $\alpha$  rays by an atom



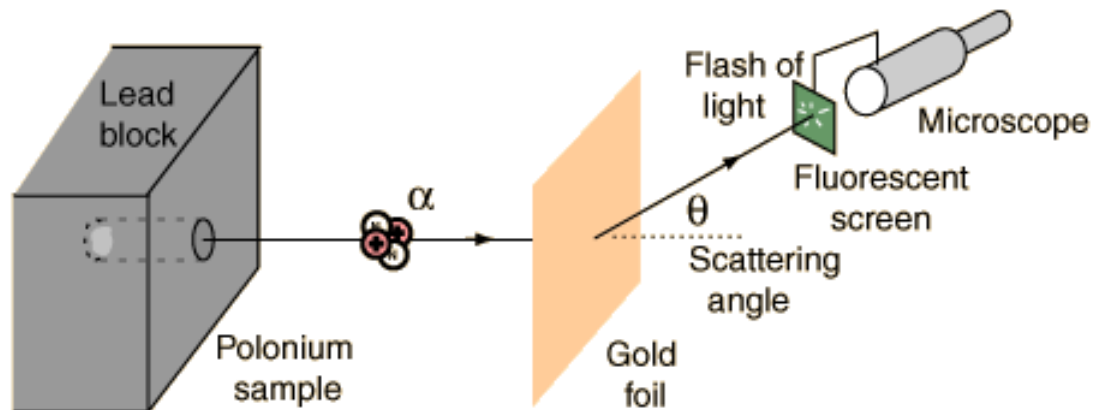
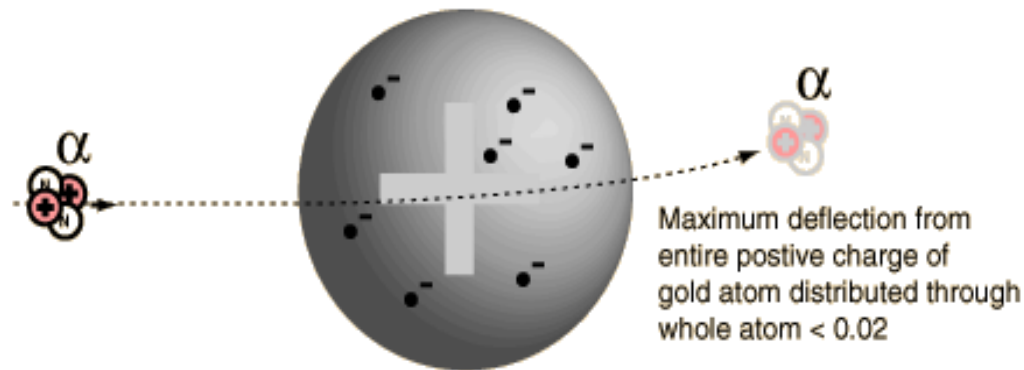
1 a cada 8000  $\alpha$ s são espalhadas  $> 90^\circ$

# Estrutura do átomo



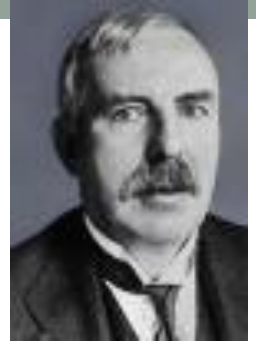
- As primeiras experiências de espalhamento

Modelo de Thomson: previa deflexão pequena das partículas  $\alpha$

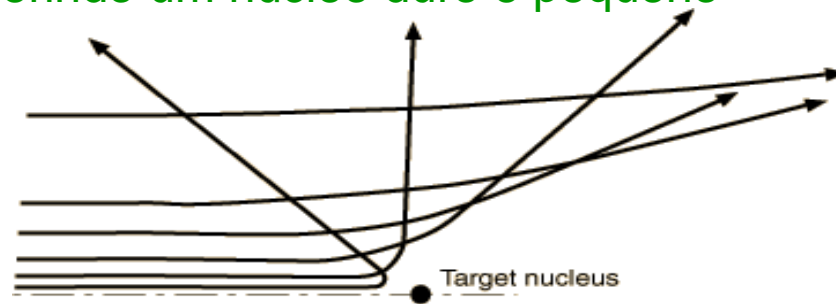


## Estrutura do átomo

- As primeiras experiências que determinaram a estrutura do átomo foram as de espalhamento e Rutherford em 1911 propõe um novo modelo

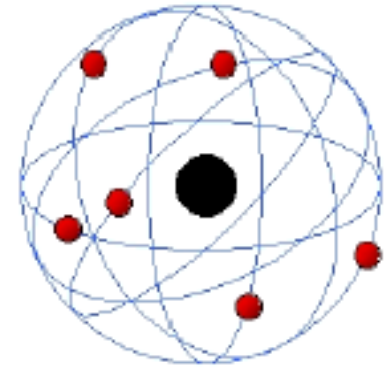


Rutherford observou grandes deflexões, sugerindo um núcleo duro e pequeno



- Ernest Rutherford: experimento com um feixe de partículas  $\alpha$  descobriu a **estrutura nuclear** do átomo. Primeiro experimento de colisão de partículas subatômicas.

## MODELO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO



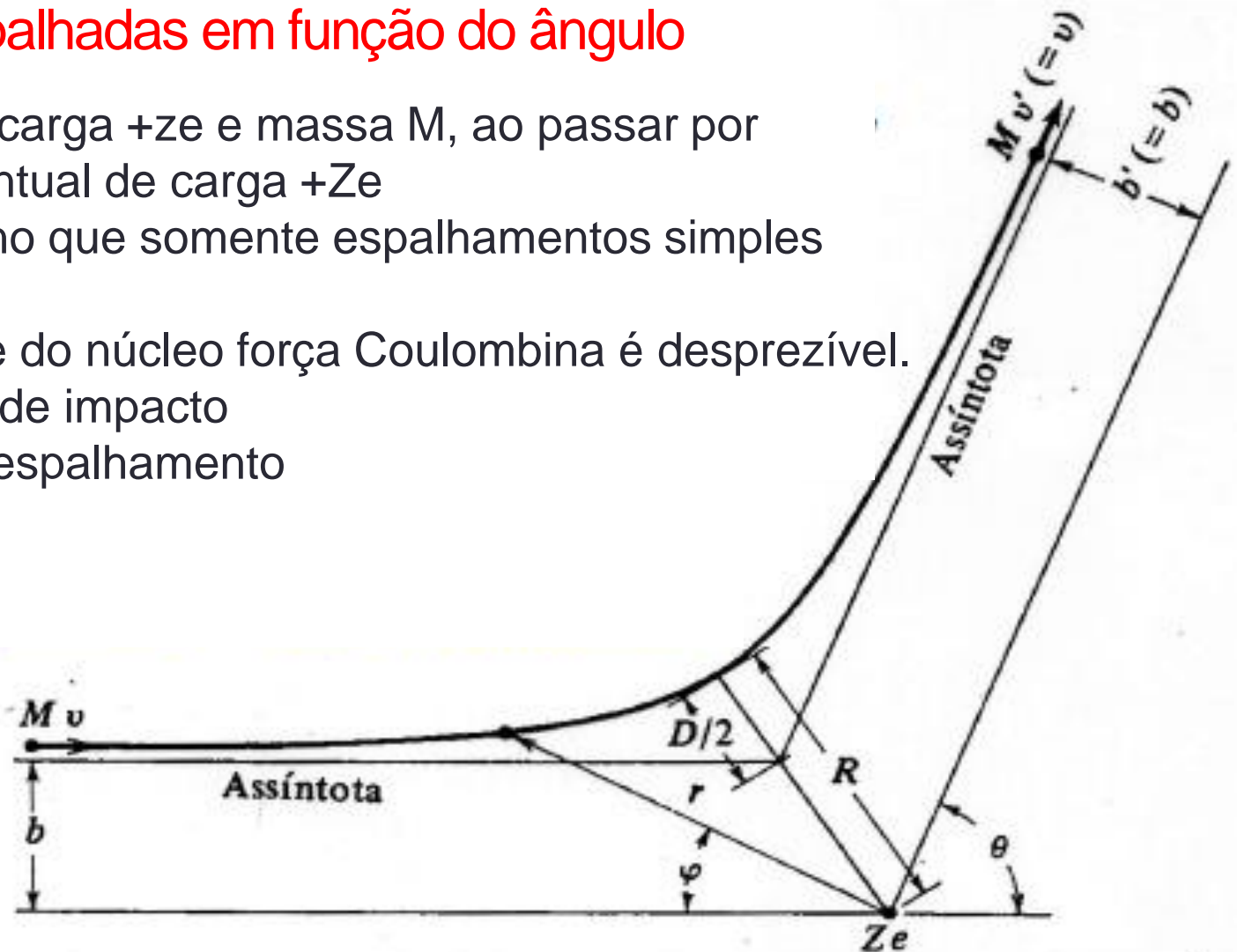
- As hipóteses para o modelo atômico e sua interação:
  - Mecânica Clássica é válida
  - O átomo contém um núcleo com carga  $+Ze$  e  $Z$  elétrons orbitando em sua volta;
  - Carga positiva estava centrada em um volume de cerca de  $10^{-14}\text{m}$  (10 mil vezes menor que o átomo)
  - Espalhamento é devido a força repulsiva Coulombiana entre a partícula carregada positivamente e o núcleo carregado também positivamente
  - A massa do núcleo é tão grande em comparação com a  $\alpha$  que o núcleo alvo não sofre recuo (energia cinética inicial e final da  $\alpha$  são praticamente iguais)
  - núcleo e a partícula incidente são pontos (interação com cargas pontuais)
  - Nenhuma mudança ocorre no estado do alvo ou da partícula incidente (não há penetração na região nuclear)



# ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO

Melhor caracterização é preciso calcular o número de partículas espalhadas em função do ângulo

- Partícula  $\alpha$  de carga  $+ze$  e massa  $M$ , ao passar por um núcleo pontual de carga  $+Ze$
- O alvo é tão fino que somente espalhamentos simples ocorrem
- Partícula longe do núcleo força Coulombiana é desprezível.
- $b$  – parâmetro de impacto
- $\theta$  – ângulo de espalhamento



# ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO

- $b$  e  $v$  parâmetro de impacto e velocidade antes da colisão
- $b'$  e  $v'$  depois da colisão

Uma vez que a força agindo sobre as partículas é central, temos que o momento angular do sistema se conserva na colisão

$$L = Mvb = Mv'b'$$

- Supondo colisão elástica e desprezando a  $E_{cin}$  adquirida pelo núcleo

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}Mv'^2$$

- $v=v'$  me diz que a trajetória da partícula espalhada esta no mesmo plano
- $b=b'$  o parâmetro de impacto não é alterado após a colisão

# ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO



Estimativa do raio do núcleo

- A trajetória da partícula  $\alpha$  neste espalhamento é descrito por uma hipérbole

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \operatorname{sen} \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

- D é a distância de máxima aproximação numa colisão frontal

$E_{\text{pot}} = E_{\text{cin}}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{D} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v^2}$$

## ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO

- Rutherford foi capaz de estimar o raio do núcleo, a partir da distância de maior aproximação:

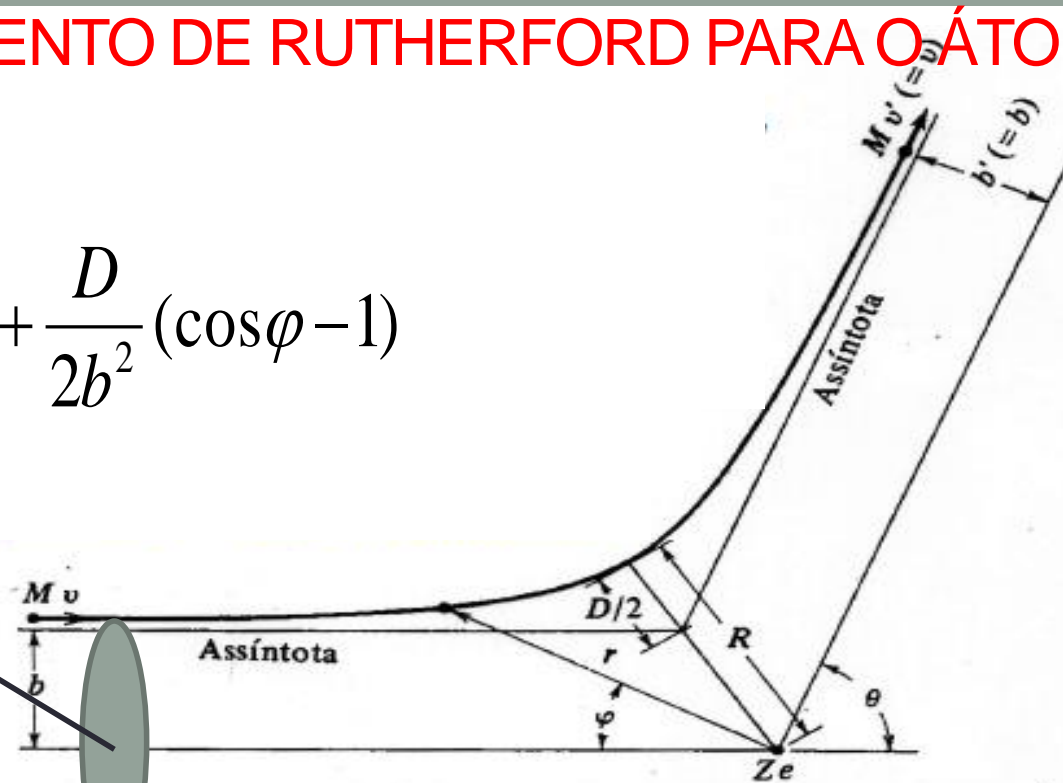
$$a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v^2}$$

- Ele obteve valores da ordem de  $10^{-15}\text{m}$  (1fm) para partículas  $\alpha$  com E de  $\sim 5\text{MeV}$

# ESPALHAMENTO DE RUTHERFORD PARA O ÁTOMO

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b} \operatorname{sen} \varphi + \frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

$area = \pi b^2$   
Seção de choque de espalhamento



- Fazendo  $r \rightarrow \infty$  e usando a relação assintótica  $\varphi = \pi - \theta$

$$\frac{1}{b} \operatorname{sen} \varphi = -\frac{D}{2b^2} (\cos \varphi - 1)$$

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2} m v^2}$$

$$b = \frac{D}{2} \cot g \frac{\theta}{2}$$

$$b = \frac{D (1 - \cos \varphi)}{2 \operatorname{sen} \varphi}$$

$$\theta = 0, b = \infty$$

$$\theta = 180^\circ, b = 0$$

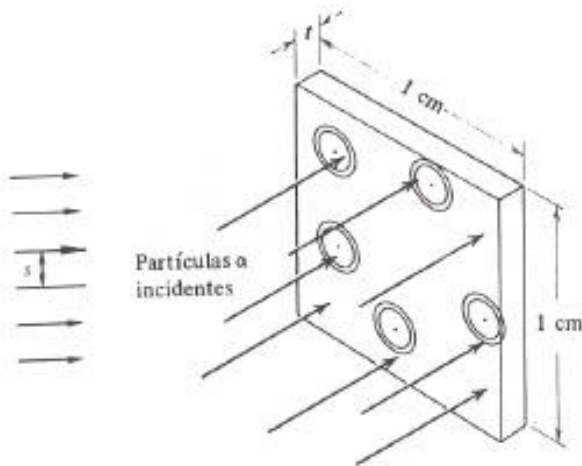
# Espalhamento $\alpha$

□ No espalhamento de uma partícula por um núcleo deve-se considerar:

□ Folha de espessura  $t$  com densidade  $\rho$

□ Estamos supondo que a folha é tão fina que a probabilidade de que um núcleo esteja na “sombra” de outro é insignificante.

**Chamaremos de  $n$  o número de núcleos (átomos) por unidade de volume**



$$n = \frac{\rho(\text{g} / \text{cm}^3) \cdot N_A (\text{átomos} / \text{mol})}{M (\text{g} / \text{mol})}$$

$$n = \frac{\rho N_A}{M} \frac{\text{átomos}}{\text{cm}^3}$$

Se a folha tem uma espessura  $t$  (cm) temos que  $nt$  é o número de núcleos por unidade de área (átomos/cm<sup>2</sup>)

# Seção de choque $\sigma$

□ Esta relacionada a probabilidade de uma partícula ser espalhada por um núcleo

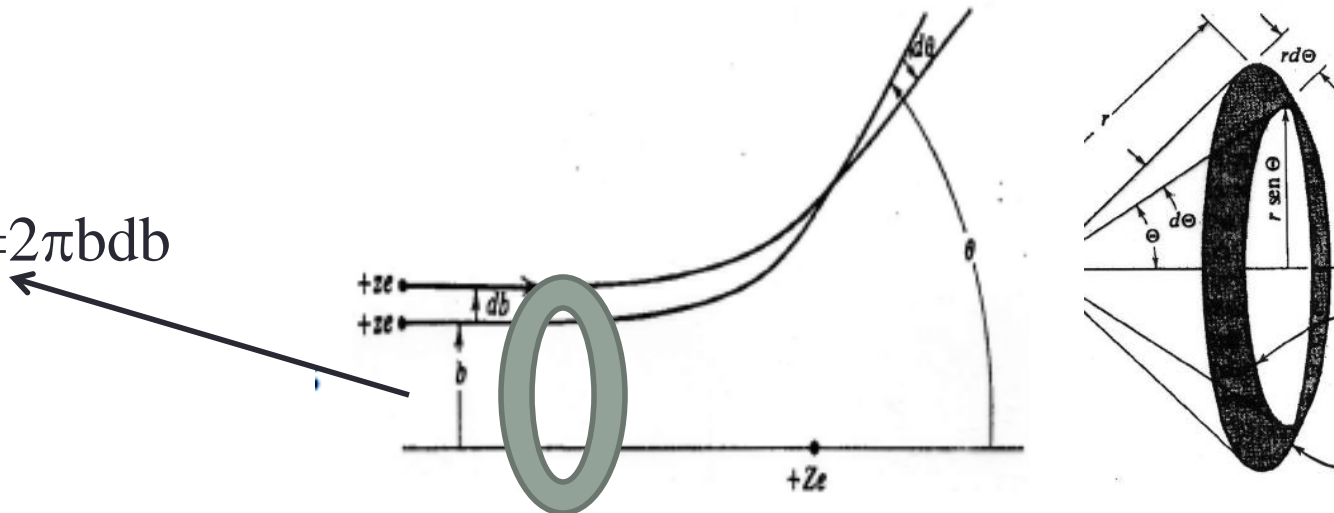
*Vemos que na vida real o detector esta*

*Posicionado sobre um intervalo de ângulo*

*$\theta$  e  $\theta+d\theta$  que corresponde a um parâmetro de impacto*

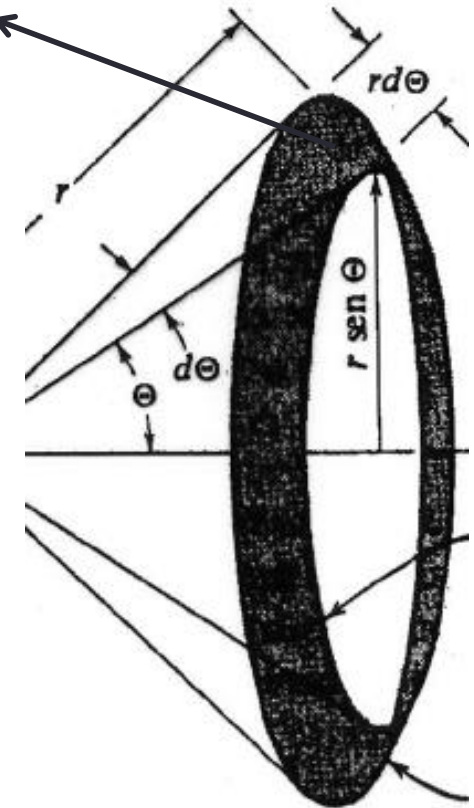
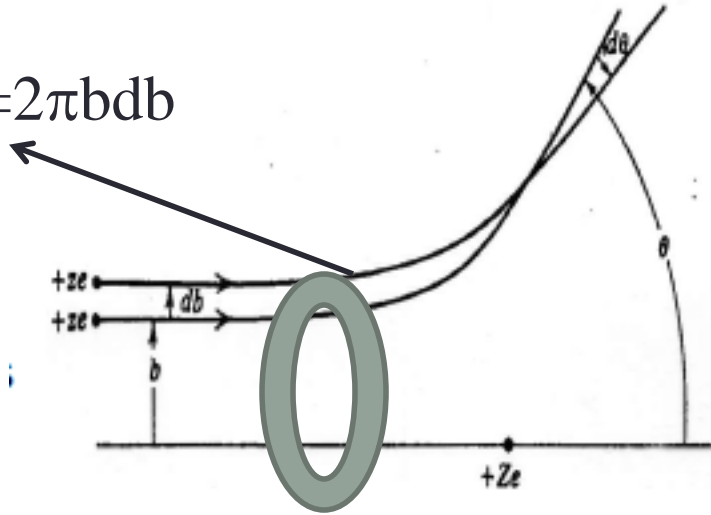
*$b$  e  $b+db$*

$$\text{Área} = 2\pi b db$$



$$dA = (2\pi r \sin\theta)(r d\theta)$$

$$\text{Área} = 2\pi b db$$



- A probabilidade de  $\alpha$  passar por um desse anéis  $P(b)db$ , é igual :

$$b = \frac{D}{2} \cot g \frac{\theta}{2} \quad P(b)db = nt 2\pi b db$$

$$P(b)db = 2\pi nt \frac{D}{2} \cot g \frac{\theta}{2} \left( -\frac{D}{2} \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\theta}{2} d\theta \right)$$

$$db = -\frac{D}{2} \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\theta}{2} d\theta$$

$$P(b)db = -\pi nt \frac{D^2}{4} \cot g \frac{\theta}{2} \left( \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta/2} \right)$$



- A probabilidade de  $\alpha$  passar por um desses anéis  $P(b)db$ , é igual a:

$$P(b)db = 2\pi nt \frac{D}{2} \cot g \frac{\theta}{2} \left( -\frac{D}{2} \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} d\theta \right)$$

$$P(b)db = -\pi nt \frac{D^2}{4} \cot g \frac{\theta}{2} \left( \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right)$$

$$\cot g \frac{\theta}{2} = \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

$$2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \sin \theta$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$$

$$P(b)db = -\frac{\pi nt D^2}{8} \frac{\sin \theta d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

- $P(b)db$  é igual a probabilidade de que as partículas sejam espalhadas entre  $\theta+d\theta$
- O sinal negativo aparece pois uma redução de  $b$  provoca um aumento em  $\theta$ .

- Assim o número de partículas  $\alpha$  de um feixe de intensidade  $I$  espalhada entre  $\theta+d\theta$  será :

$$N(\theta)d\theta = -P(b)dbI$$

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\frac{1}{2}mv^2}$$

$$N(\theta)d\theta = \frac{I\pi n t D^2}{8} \frac{\text{sen}\theta d\theta}{\text{sen}^4 \frac{\theta}{2}}$$

Fórmula de espalhamento de Rutherford

É normalmente expressa em termo se **seção de choque diferencial**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$