

Universidade de São Paulo Instituto de Física

FÍSICA MODERNA I

AULA 04

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto
Pelletron – sala 114
rizzutto@if.usp.br

1o. Semestre de 2014

Monitor: Gabriel M. de Souza Santos

Página do curso:

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2905>

28/02/2014

Calculo da densidade de energia usando ondas estacionárias

$$\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT.d\nu$$

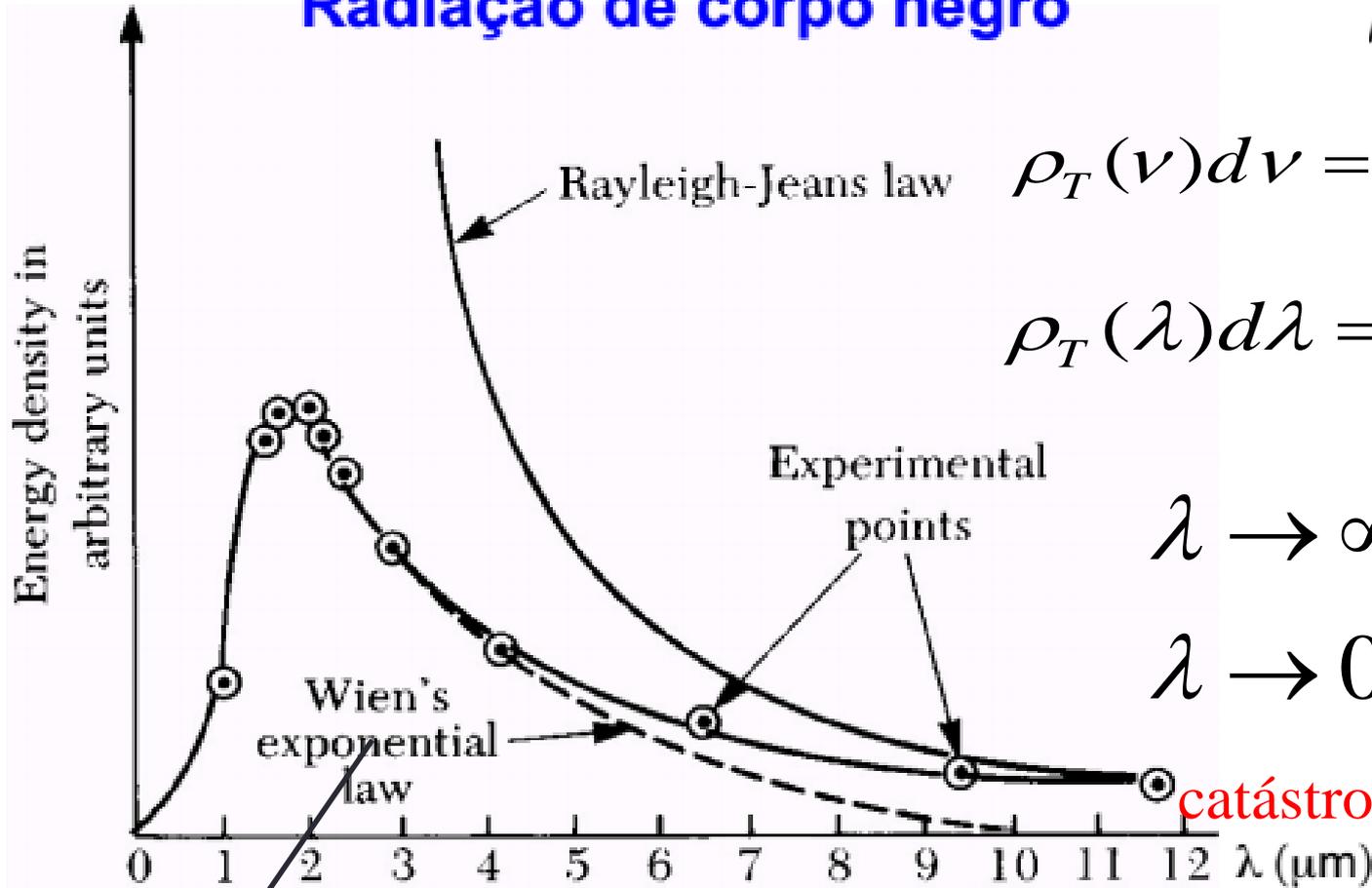
$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT.d\lambda$$

$$\lambda \rightarrow \infty, \rho(\lambda) \rightarrow 0$$

$$\lambda \rightarrow 0, \rho(\lambda) \rightarrow \infty$$

catástrofe do ultravioleta

Radiação de corpo negro



$$u(\nu, T) = A \nu^3 e^{-\beta \nu / T}$$

Baseada na distribuição de velocidades de um gás de moléculas

Energia por unidade de volume por unidade de frequência da radiação dentro de uma cavidade de corpo negro

Teoria de Planck da radiação da cavidade

- Discrepância entre teoria e dados experimentais, como solucionar???
- Baixas frequências o modelo é satisfatório



$$\bar{\varepsilon}_{\nu \rightarrow 0} \rightarrow kT$$

Energia total media tende a kT para baixas frequências ou altos comprimentos de onda

- Porém para altas frequências ou pequenos comprimentos de onda o modelo falha, gostaríamos de ter

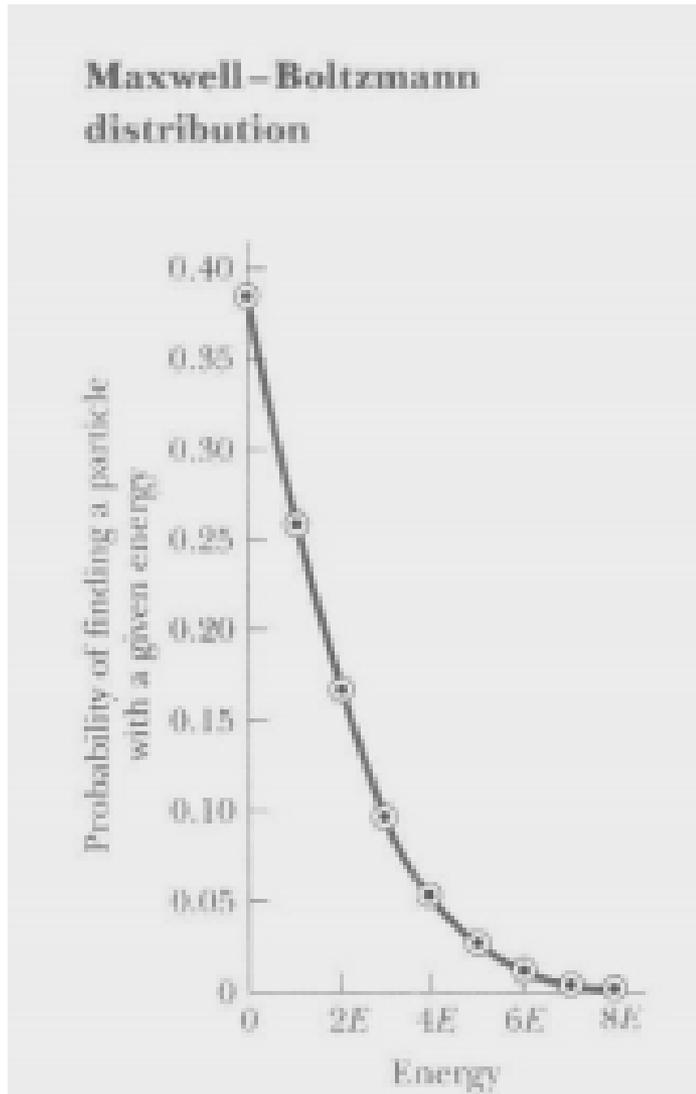
$$\bar{\varepsilon}_{\nu \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

- Nova proposta: tratar a energia como uma variável discreta e não mais contínua (sempre considerado na física clássica). A parede aquecida do corpo negro (cavidade), possui ressoadores vibrando com várias frequências diferentes cada um emitindo luz com mesma frequência que a frequência de vibração

$$\varepsilon_0 = 0, \varepsilon_1 = \Delta\varepsilon, \varepsilon_2 = 2.\Delta\varepsilon, \dots$$

Teoria de Planck da radiação da cavidade

- Na abordagem da estatística clássica de Maxwell Boltzmann



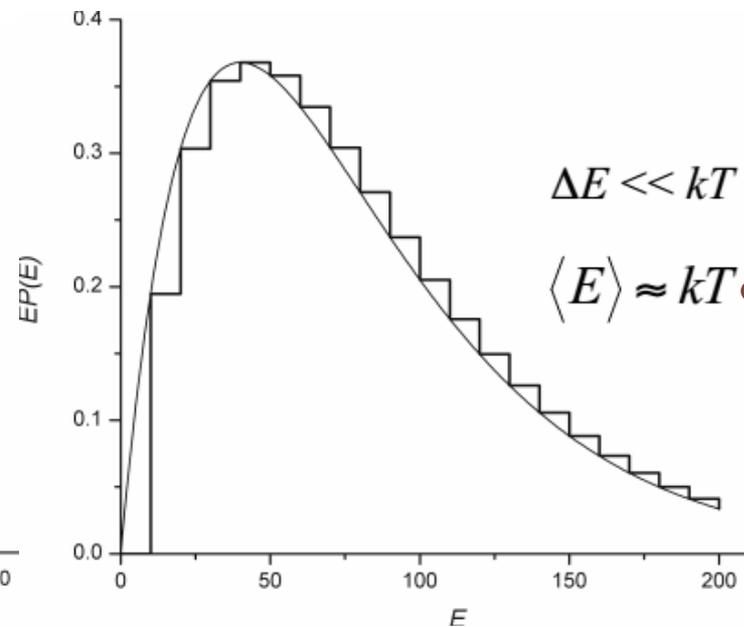
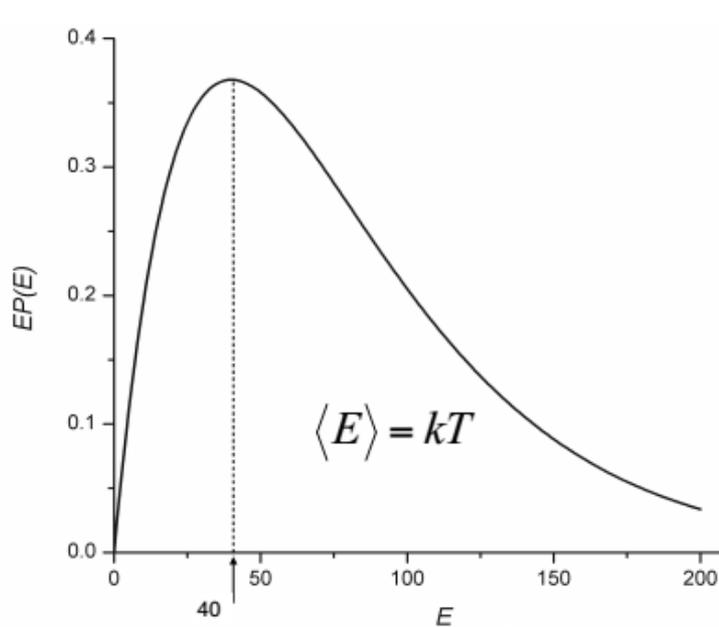
$$P(\varepsilon)d\varepsilon = Ae^{-\varepsilon/kT} d\varepsilon$$

Probabilidade de encontrar um dado com energia entre ε e $\varepsilon+d\varepsilon$

- O valor máximo desta função é $1/kT$ para $\varepsilon=0$
- $P(\varepsilon)d\varepsilon$ decresce suavemente se aproximando do zero quando

$$\varepsilon \rightarrow \infty$$

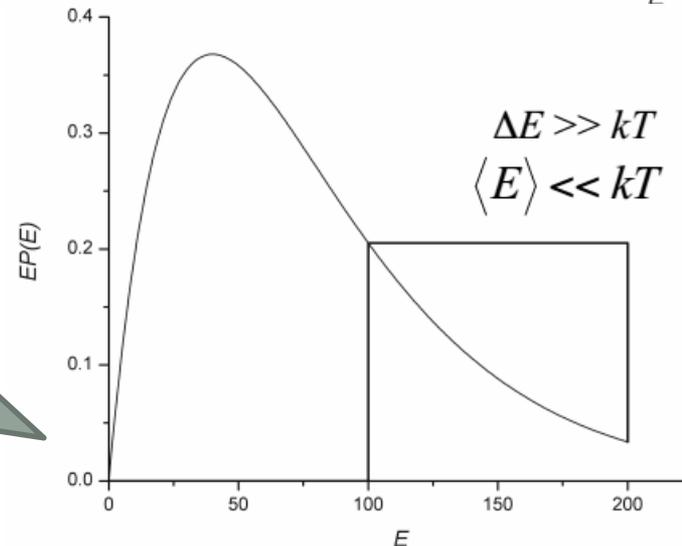
Teoria de Planck – Energia discreta



Valor de energia media quase igual ao clássico

$E \sim kT$ quando a diferença de energia sucessiva de for pequena

Há uma proporcionalidade entre $\Delta E \sim \nu$



$E \sim 0$ quando a diferença de energia sucessiva ΔE for grande

Teoria de Planck: matematicamente

$$\int \bar{\varepsilon} \rightarrow \sum \bar{\varepsilon}$$

- Considerando que temos n_i osciladores com ε_i e tomando as energias discretas ε_i em intervalos regulares: $\varepsilon_0=0$, $\varepsilon_1=\Delta\varepsilon$, $\varepsilon_2=2\Delta\varepsilon$

$$n_i(\varepsilon) = n_0 e^{-\varepsilon_i/kT}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum A \varepsilon_i e^{-\varepsilon_i/E_0}}{\sum A e^{-\varepsilon_i/E_0}} \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} n_i \varepsilon_i}{\sum_{i=0}^{\infty} n_i} = \frac{n_0 \varepsilon_0 + n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 0 + n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{0 + n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon + n_0 e^{-2\Delta\varepsilon/kT} 2\Delta\varepsilon + \dots}{N}$$

Teoria de Planck: matematicamente

$$\bar{\varepsilon} = \frac{0 + n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon + n_0 e^{-2\Delta\varepsilon/kT} 2\Delta\varepsilon + \dots}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon (1 + 2e^{-\Delta\varepsilon/kT} + 3e^{-2\Delta\varepsilon/kT} + \dots)}{N}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon}{N} \frac{1}{(1 - e^{-\Delta\varepsilon/kT})^2}$$

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots$$

$$\text{soma} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

O que é????

$$N = \sum n_i = n_0 + n_1 + n_2 + \dots$$

$$N = n_0 + n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT} + n_0 e^{-2\Delta\varepsilon/kT} + \dots$$

$$N = n_0 (1 + x + x^2 + \dots) = \frac{n_0}{(1-x)}$$

Teoria de Planck: matematicamente

$$\bar{\varepsilon} = \frac{n_0 e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon}{N} \frac{1}{(1 - e^{-\Delta\varepsilon/kT})^2}$$

$$N = n_0 (1 + x + x^2 + \dots) = \frac{n_0}{(1 - x)}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\cancel{n_0} e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon (1 - \cancel{e^{-\Delta\varepsilon/kT}})}{1 \cancel{n_0}} \frac{1}{(1 - e^{-\Delta\varepsilon/kT})^2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{e^{-\Delta\varepsilon/kT} \Delta\varepsilon}{(1 - e^{-\Delta\varepsilon/kT})} = \frac{\Delta\varepsilon}{e^{\Delta\varepsilon/kT} - 1}$$

$$e^{\Delta\varepsilon/kT} \xrightarrow{\Delta\varepsilon/kT \rightarrow 0} 1 + \frac{\Delta\varepsilon}{kT}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta\varepsilon}{e^{\Delta\varepsilon/kT} - 1} = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + \frac{\Delta\varepsilon}{kT} - 1} = kT$$

$$e^{\Delta\varepsilon/kT} \xrightarrow{\Delta\varepsilon/kT \rightarrow \infty} \infty$$

$$\bar{\varepsilon} = 0$$

~ kT para ΔE pequeno (ν → 0)

~ 0 para ΔE grande (ν → ∞)

Teoria de Planck: matematicamente

A densidade de energia na cavidade, em função da frequência ou do comprimento de onda é dada por:

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT \cdot d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} \bar{\epsilon} \cdot d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{\lambda \Delta \epsilon}{e^{\Delta \epsilon / kT} - 1} \cdot d\lambda$$

$$\rho_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{hc}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \cdot d\lambda$$

Escrevendo $\Delta \epsilon = h\nu$ e $\lambda \nu = c$

c é a velocidade da luz

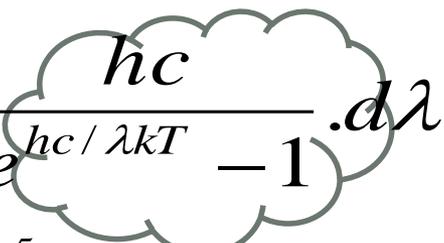
h = constante de Planck

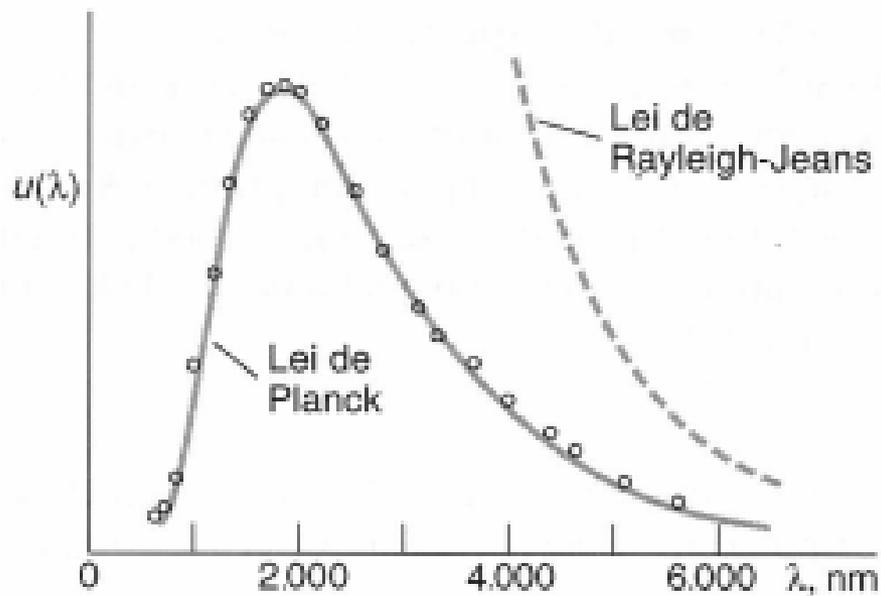
$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ou $4,14 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi \nu^5}{c^5} \frac{ch\nu}{\nu e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \frac{c}{\nu^2} d\nu$$

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot d\nu$$

Deve ser a função que Wien procurava

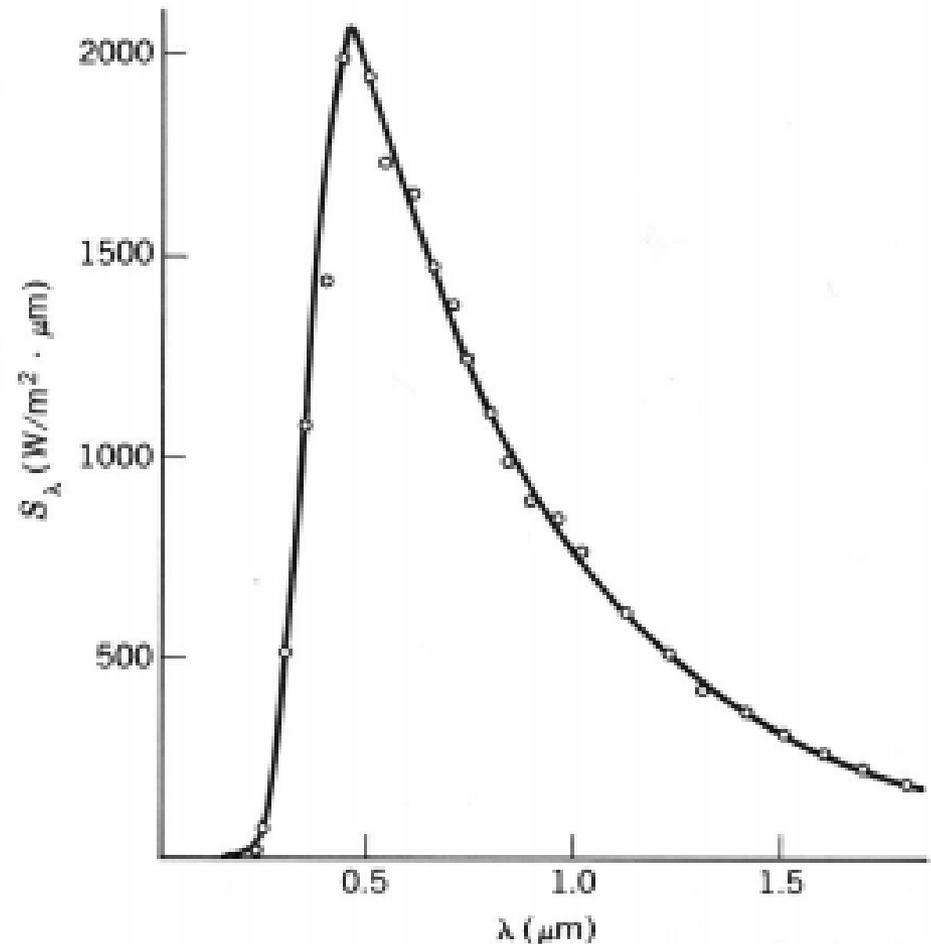




↑
 Comparação entre as teorias
 de Planck e de Wien e as
 medidas de Coblentz (~1915)

Radiância espectral do Sol

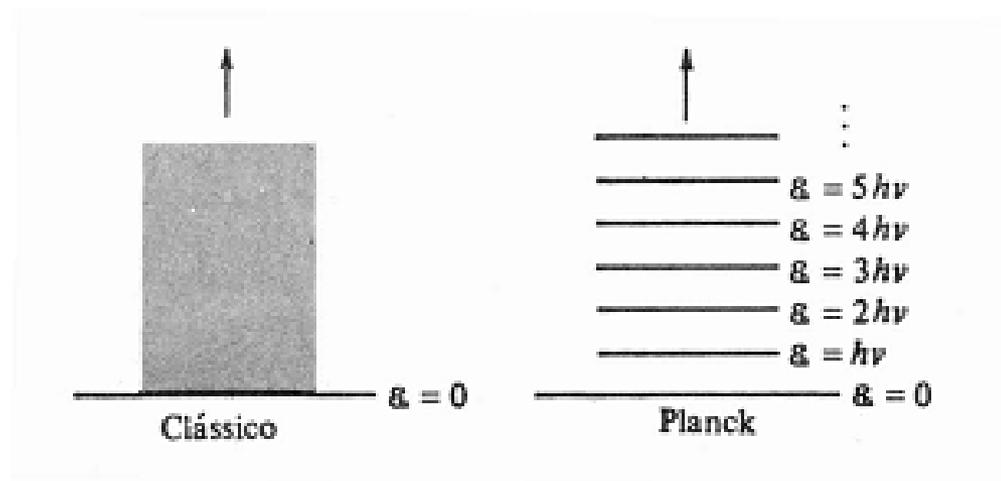
M.P. Thekaekara, *et al.*,
 Appl. Opt. **8**(1969)1713



Implicações do resultado de Planck

- Qual o significado físico da hipótese de Planck?
- Ela impõem que os pequenos osciladores que constituem as paredes da cavidade e estão em equilíbrio com a radiação, só podem assumir certos valores discretos de energia:

$$E = nh\nu$$



Exercícios:

- 1) De acordo com a Lei de Planck, qual é a energia média de um oscilador cuja energia é kT ?
- 2) Use a lei de Planck para mostrar que a densidade total de energia de um corpo negro é proporcional a T^4 como afirma a Lei de Stefan-Boltzmann

Efeito fotoelétrico

- Ponto de partida para a confirmação da existência de ondas eletromagnéticas foram os experimentos de Hertz (1886-1887).
- No entanto Hertz já havia notado em seu experimento que uma descarga elétrica entre dois eletrodos ocorria mais facilmente quando havia incidência de luz ultravioleta (UV) sobre um dos eletrodos.



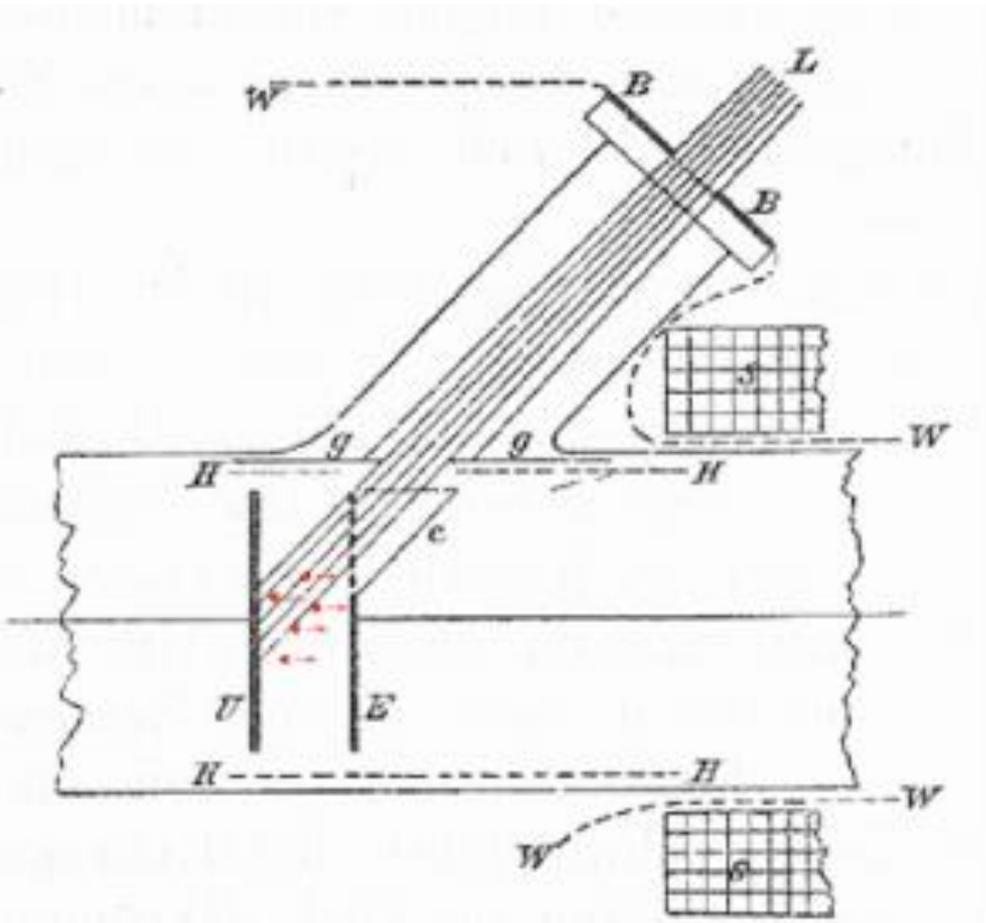
- Este efeito foi utilizado por Einstein mais tarde para contradizer outros aspectos da teoria eletromagnética clássica



- Lenard (antecessor a Einstein) realizando experimentos com luz UV observou esta facilidade de descarga devido a luz e que elétrons eram emitidos da superfície do catodo

Efeito fotoelétrico

- O Experimento de Lenard, Annales de Physique, Leipzig 8, 1902 pp149,

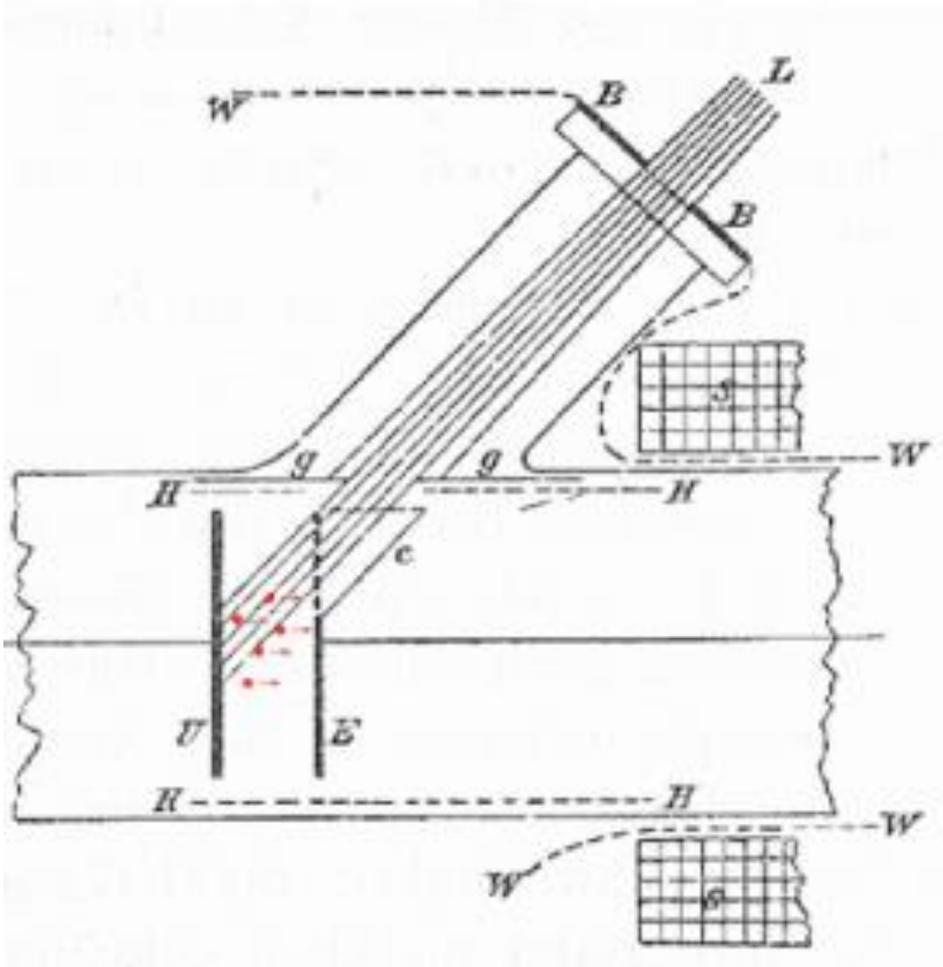


No experimento mede a corrente gerada entre os eletrodos e a energia cinética dos elétrons (recém descobertos - 1897)



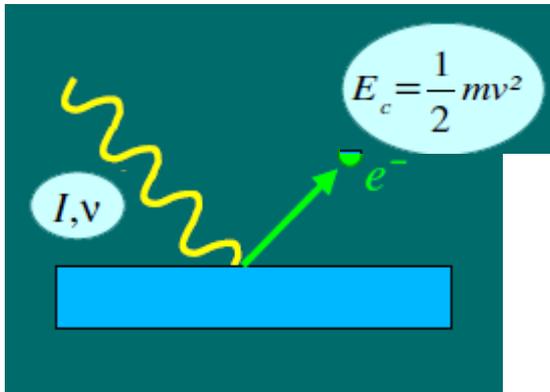
- O que podemos esperar deste experimento – física clássica explica?

Resultados experimentais

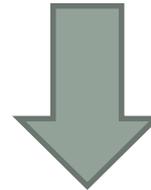


- O número de elétrons retirados é proporcional a energia da luz incidente
- A energia cinética destes é independente da intensidade de luz emitida

Efeito Foto-elétrico



- Quando a radiação eletromagnética incide sobre um material há emissão de elétrons



- Este é o chamado efeito foto-elétrico



- Este efeito foto-elétrico contradiz as previsões da teoria ondulatória (puramente) da radiação eletromagnética (clássica)

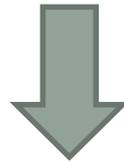
Contradições da física ondulatória clássica:

| <i>Previsões:</i> | <i>Observações experim.:</i> |
|--|--|
| 1) A energia cinética dos elétrons (E_c) deveria aumentar com a intensidade (I) da onda E-M. | ✗ \Rightarrow 1) E_c não varia com I . |
| 2) Deveria “demorar” para haver emissão de elétrons, dependendo de I . | ✗ \Rightarrow 2) Não há atraso perceptível. |
| 3) E_c não deveria depender de forma descontínua da frequência (ν) da onda E-M. | ✗ \Rightarrow 3) Para frequências baixas ($\nu < \nu_0$) não ocorre e.f.e. |

- ✓ A energia do foto-elétron depende da frequência da radiação incidente $\longrightarrow E_c \sim \nu$
- ✓ Existe uma frequência de corte para a radiação eletromagnética, abaixo desta ($\nu < \nu_0$) não ocorre efeito foto-elétrico \longrightarrow Frequência de corte depende do material da superfície emissora

Teoria Quântica

- ❑ A quantização de energia é postulado por Einstein em 1905 – teoria corpuscular da luz



- ❑ Propôs que a radiação eletromagnética é composto de “pacotes” de energia ou “fótons”. A energia E de cada fóton é proporcional a frequência ν da radiação:

$$E_f = h\nu$$

- ❑ onde h é a constante de Planck usada originalmente para explicar a radiação de corpo negro