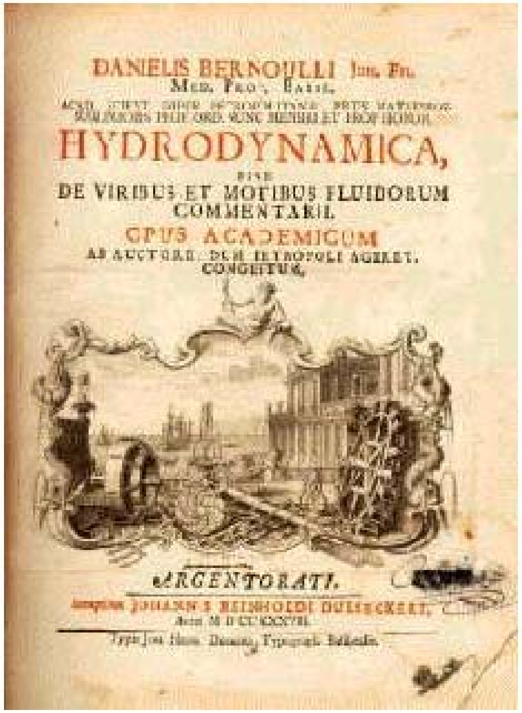
AULA DO CAP. 15 - 2ª Parte

Fluidos Ideais em Movimento

DANIEL BERNOULLI (1700-1782)

Radicada em Basiléia, Suíça, a família Bernoulli (ou Bernouilli) tem um papel de destaque nos meios científicos dos séculos XVII e XVIII: dela descendem nada menos que dez cientistas eminentes, que revolucionarão a Física e a Matemática do período.



A obra mais marcante, de Daniel Bernoulli foi ***Hidrodinâmica*** - importante estudo de mecânica dos fluidos.

Fluidos Ideais em Movimento

15-8 Escoamento Laminar - Fluidos ideais

15-9 Equação da Continuidade

15-10 EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Um fluido ideal tem pelo menos as seguintes características:

•Escoamento ***Laminar*** - A velocidade do fluido em qualquer ponto fixo não muda com o tempo.

•Escoamento ***incompressível,*** densidade é constante.

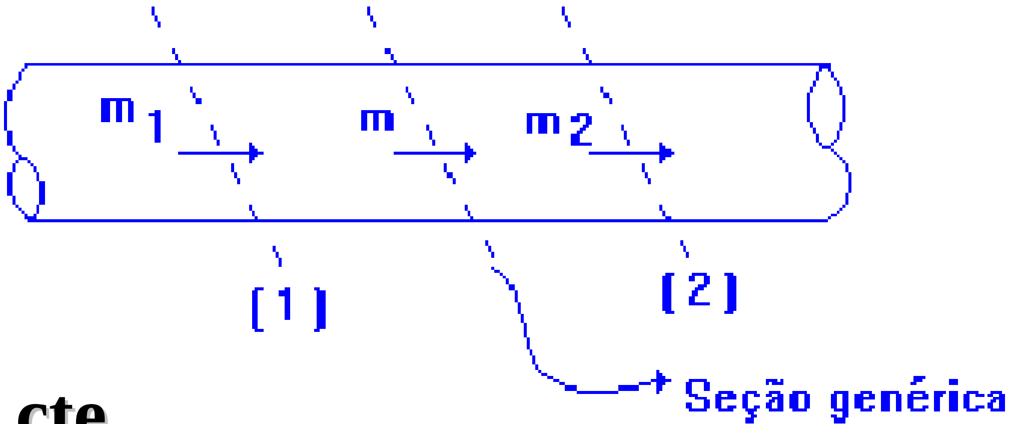
•Escoamento ***não viscoso.***

•Escoamento ***não - rotacional***, irrotacional.

"Escoamento ideal ou escoamento sem atrito, é aquele no qual <u>não</u> existem tensões de cisalhamento atuando no movimento do fluido".

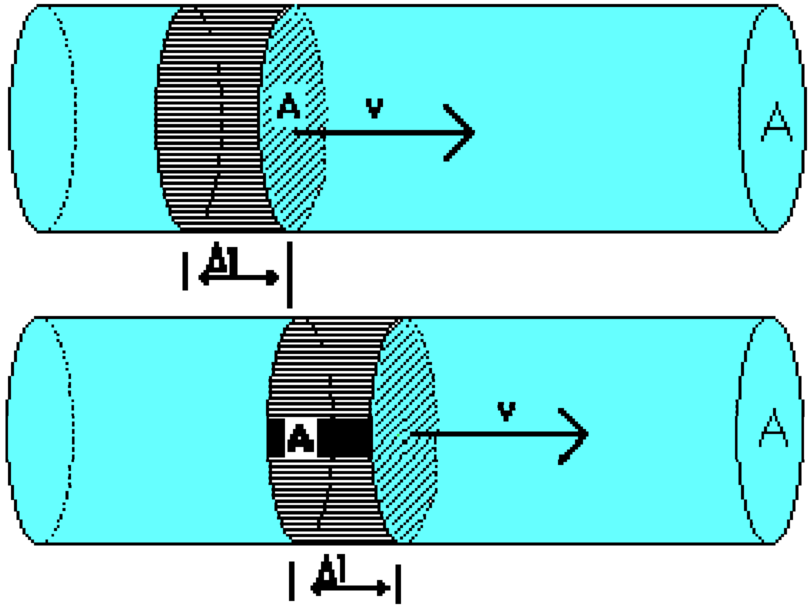
Equação da Continuidade

- É a equação que mostra a conservação da massa de líquido no conduto, ao longo de todo o escoamento;
- Pela condição de escoamento em regime permanente, podemos afirmar que entre as seções (1) e (2), não ocorre nem acúmulo, nem falta de massa:



m1 = m2 = m = cte

Equação da Continuidade



Fluxo de massa $= \dfrac{\Delta m}{\Delta t} = \rho\ A\ v$

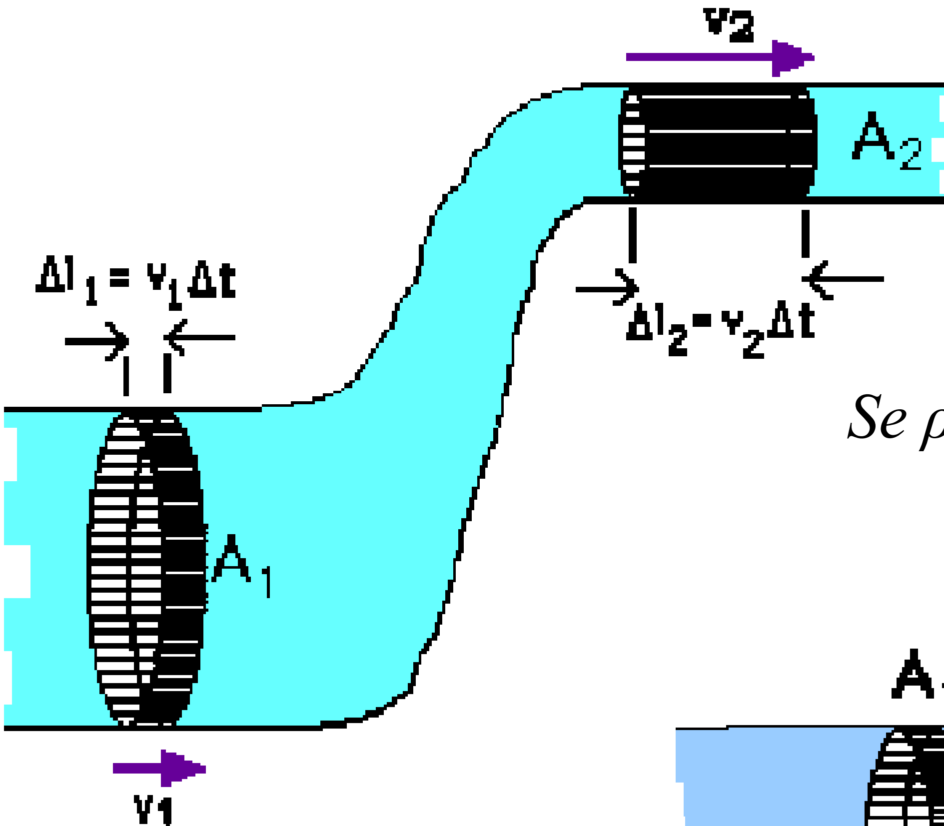
$\rho = \Delta m/V \qquad \Delta m=\rho.V$

$V = A.\Delta l$

$Q= \Delta m/\Delta t = \rho.V/\,\Delta t = \rho.\ A.\Delta l\,/\Delta t = \boldsymbol{\rho.A.v}$

Equação da Continuidade

- Dadas duas seções do escoamento:

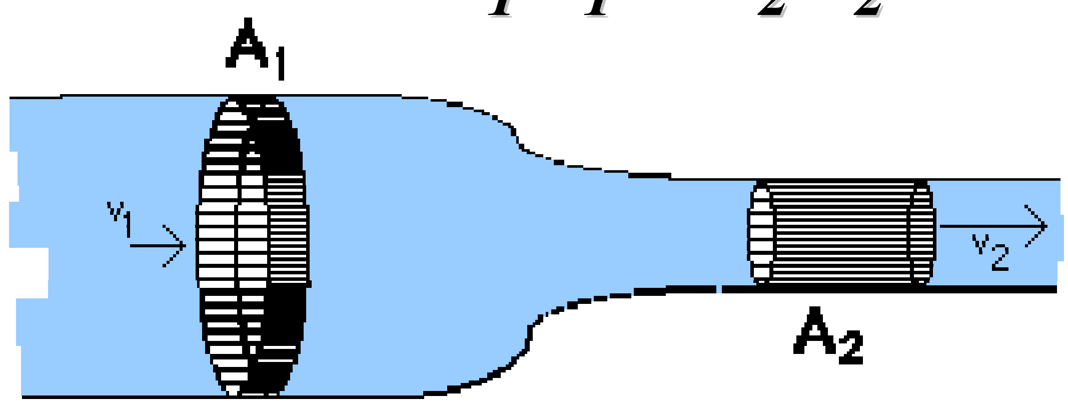


$$Q = \boldsymbol{\rho . A . v}$$

$$\rho A \mathrm{v} = constante$$

Se ρ é constante (não há variação de massa):

$$\boldsymbol{A_1 V_1 = A_2 V_2}$$



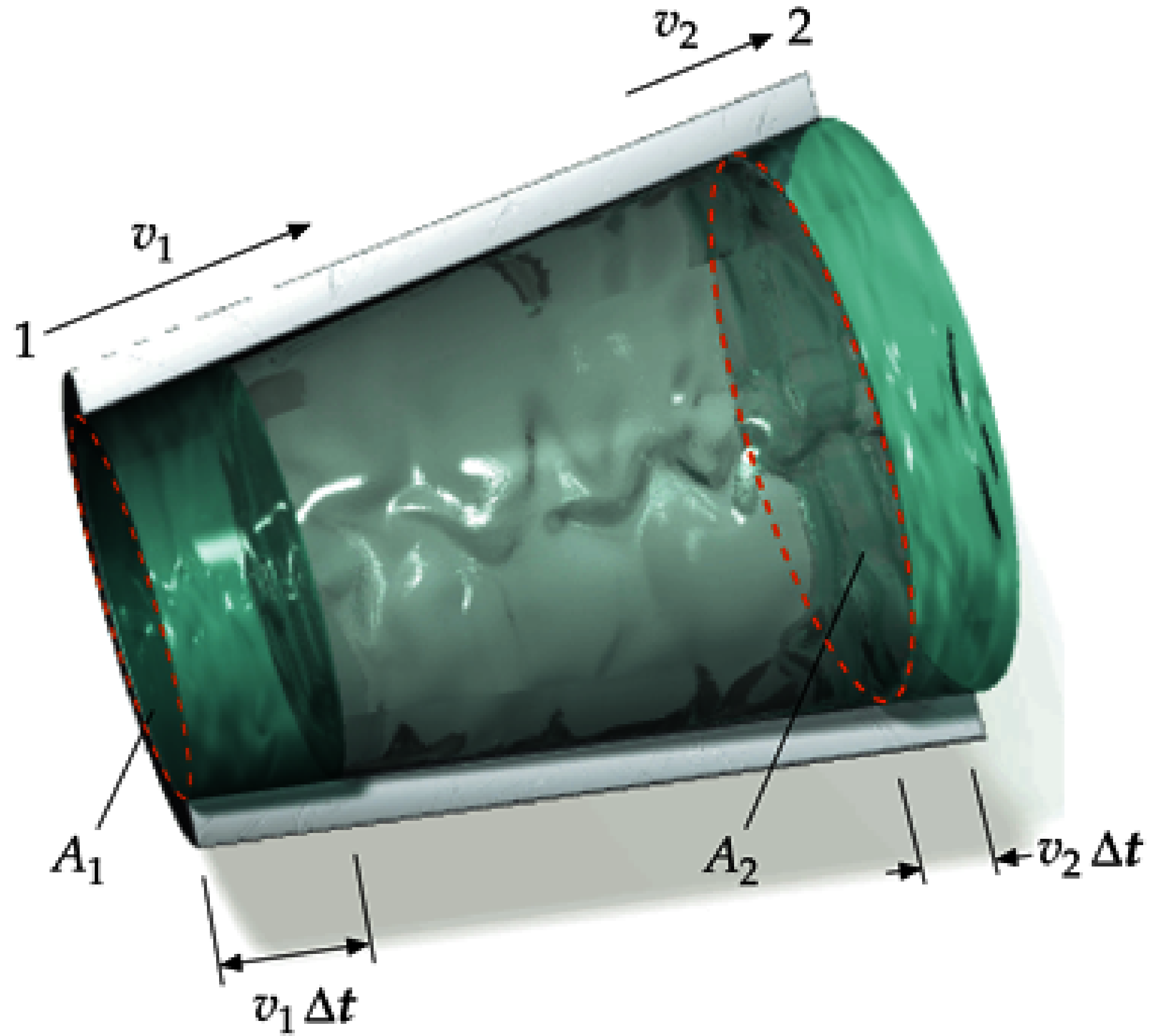
Equação da Continuidade

A *equação da continuidade* estabelece que:

• o volume total de um fluido incompressível (fluido que mantém constante a densidade apesar das variações na pressão e na temperatura) que entra em um tubo será igual aquele que está saindo do tubo;

• a vazão medida num ponto ao longo do tubo será igual a vazão num outro ponto ao longo do tubo, apesar da área da seção transversal do tubo em cada ponto ser diferente.

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = constante$$



Pela equação da continuidade podemos afirmar que "a velocidade de escoamento é inversamente proporcional à área da secção transversal".

Problema - Uma mangueira de diâmetro de 2 cm é usada para encher um balde de 20 litros.

a)Se leva 1 minuto para encher o balde. Qual é a velocidade com que a água passa pela mangueira?

b)Um brincalhão aperta a saída da mangueira até ela ficar com um diâmetro de 5 mm, e acerta o vizinho com água. Qual é a velocidade com que a água sai da mangueira?

Solução:

a) *A área da seção transversal da mangueira será dada por*

$A_1 = \pi r^2 = \pi(2\ \ cm/2)^2 = \pi\ cm^2.$

Para encontrar a velocidade, v_1 *, usamos*

Taxa de escoamento (vazão)=

$A_1 v_1 = 20\ \ L / min = 20\ x\ \ 10^3\ cm^3 / 60s$

$v_1 = \ (20\ x\ \ 10^3\ cm^3 / 60\ s) / (\pi\ cm^2)\ \ = 106{,}1\ \ cm/s.$

b) *A taxa de escoamento (* $A_1 v_1$ *) da água que se aproxima da abertura da mangueira deve ser igual a taxa de escoamento que deixa a mangueira (* $A_2 v_2$ *). Isto resulta em:*

$v_2 = A_1 v_1 / A_2\ \ = (\pi.\ 106{,}1) / (\pi.\ (0{,}5/2)^2)\ \ = 1698\ \ cm/s.$

Problema: Assumindo o fluxo de um fluido incompressível como o sangue, se a velocidade medida num ponto dentro de um vaso sanguíneo é 40 m/s, qual é a velocidade num segundo ponto que tem um terço do raio original?

Este problema pode ser resolvido usando a equação da continuidade:

$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$ *onde:*

ρ *é a densidade do sangue*

A é a área da seção transversal

v é a velocidade e os subscritos 1 e 2 referem-se às localizações dentro do vaso.

Desde que o fluxo sangüíneo é incompressível, temos

- $\rho_1 = \rho_2$ $v1 = 40$ *cm/s* $A_1 = \pi r_1^2$
- $A_2 = \pi r_2^2$ $r_2 = r_1/3$, $A_2 = \pi(r_1/3)^2 = (\pi r_1^{2)}/9$ *ou* $A_2 = A_1/9$
- $A_1/A_2 = 9$

Resolvendo: $v2 = (A_1 v_1)/A_2 = 9\, v_1 = 9 \times 40$ *cm/s* $= 360$ *cm/s*

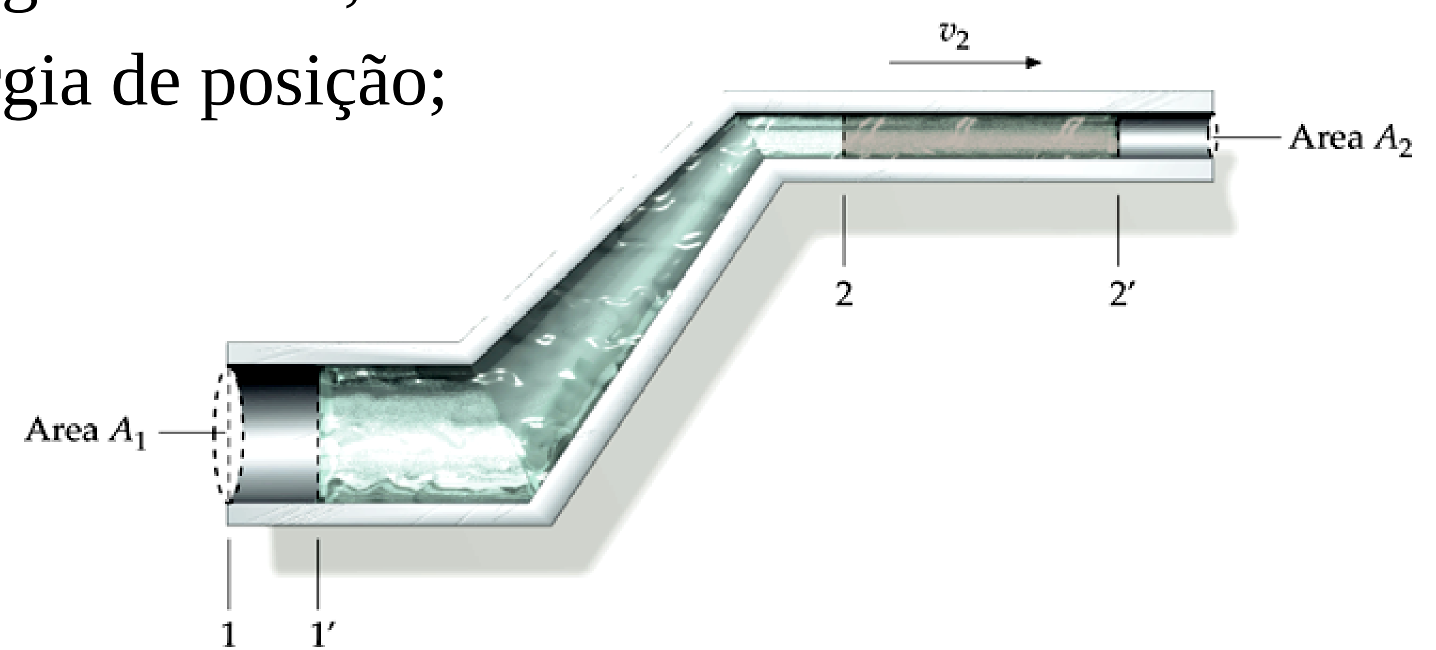
Equação de Bernoulli

- Escoamento em regime permanente
- Escoamento incompressível
- Escoamento de um fluido considerado ideal, ou seja, aquele onde a viscosidade é considerada nula, ou aquele que não apresenta dissipação de energia ao longo do escoamento
- Escoamento apresentando distribuição uniforme das propriedades nas seções
- Escoamento sem presença de máquina hidráulica, ou seja, sem a presença de um dispositivo que forneça, ou retira energia do fluido
- Escoamento sem troca de calor

Equação de Bernoulli

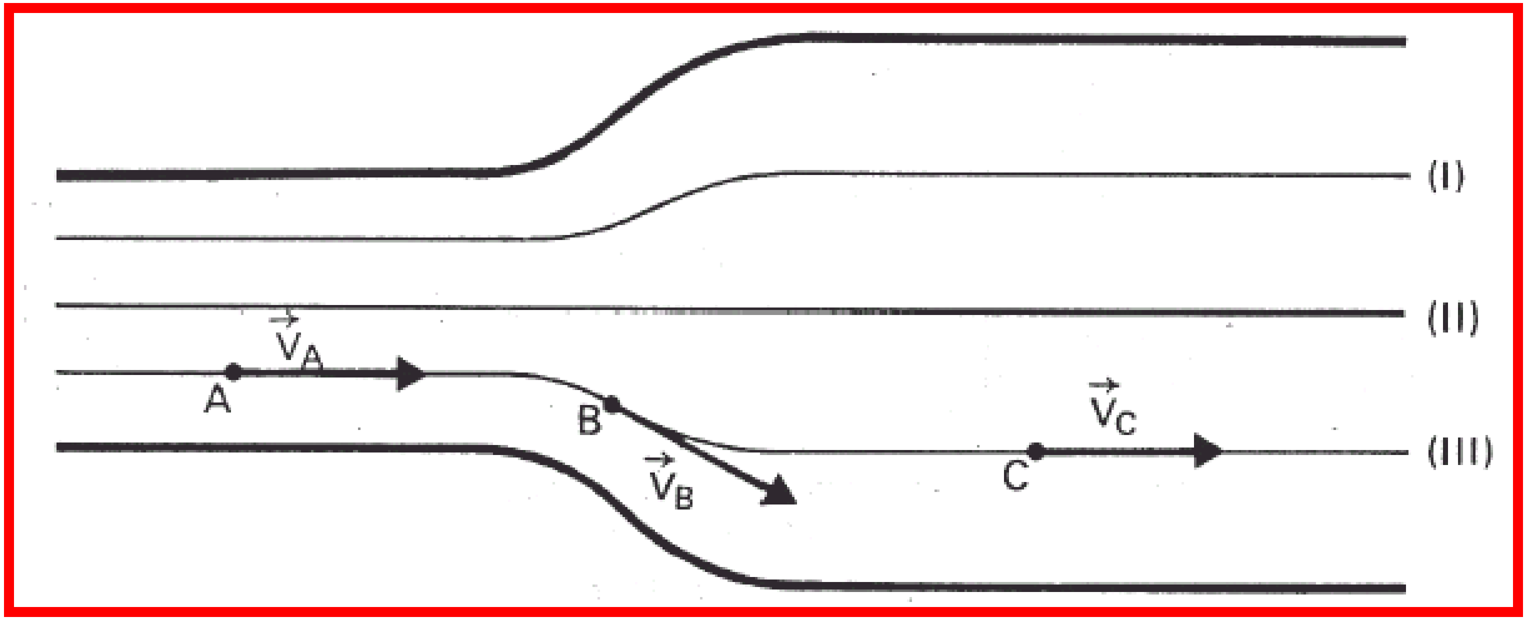
- A energia presente em um fluido em escoamento sem troca de calor pode ser separada em três parcelas:

  - Energia de pressão;
  - Energia cinética;
  - Energia de posição;



Linhas de corrente

- **Uma linha de corrente é a trajetória de um elemento de volume do fluido.**
- **O vetor velocidade será sempre tangente á linha de corrente.**



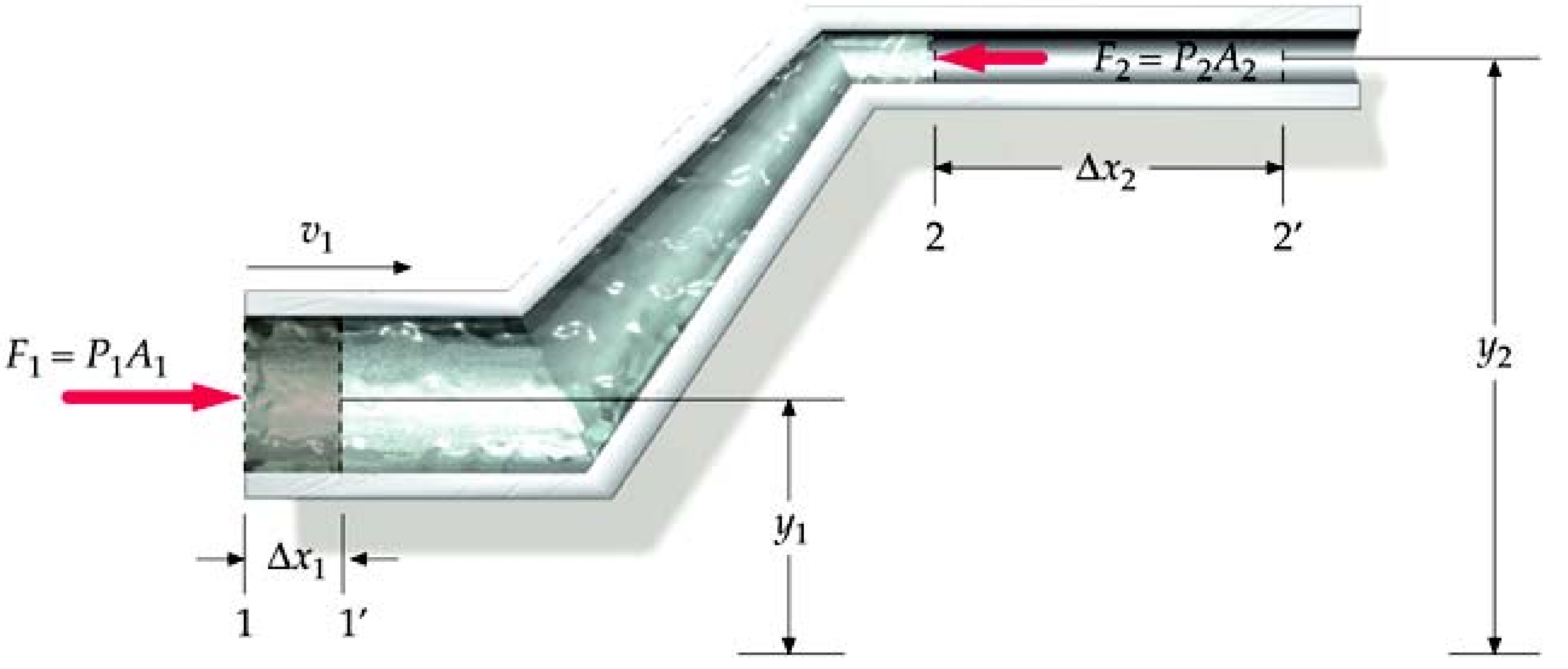
Linhas de corrente I, II e III.

EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Daniel Bernoulli, mediante considerações de energia aplicada ao escoamento de fluidos, conseguiu estabelecer a equação fundamental da Hidrodinâmica. Uma relação entre a pressão, a velocidade e a altura em pontos de uma linha de corrente.

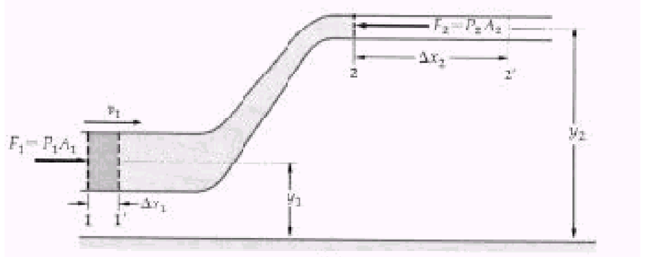
$$\mathbf{P_1 + \rho\, g\, y_1 + \tfrac{1}{2}\, \rho\, v_1^2 = P_2 + \rho\, g\, y_2 + \tfrac{1}{2}\, \rho v_2^2}$$

$$\mathbf{P + \rho\, g\, y + \tfrac{1}{2}\, \rho\, v^2 = \textit{constante}}$$



- Relembrando os conceitos de energia:
  - Energia Cinética: K = 1/2 mv^2
  - Energia Potencial de posição: U(y) = m g y
  - Trabalho: W = **F . d**

A variação da energia cinética é dada por:



$$\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

Podemos então dizer que:

$$\frac{\Delta m}{\rho}(p_1 - p_2) - \Delta m g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

ou ainda:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} - g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

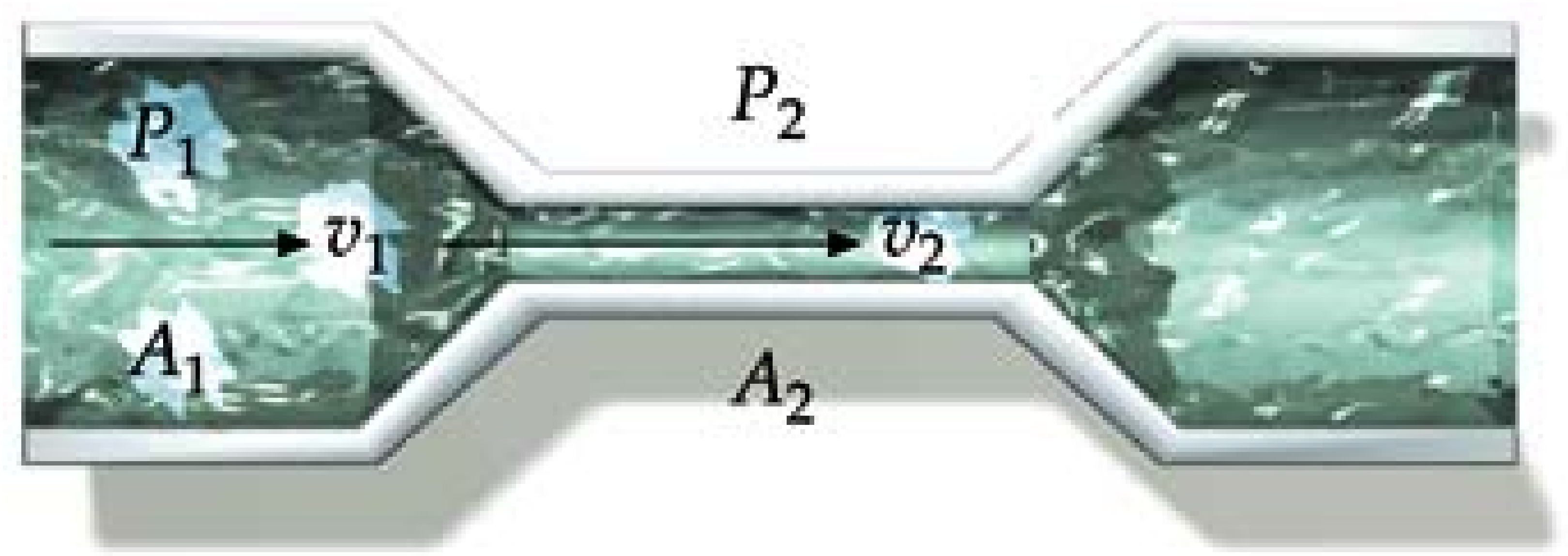
ou seja:

$$p_1 + \rho g\, y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g\, y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

de onde podemos concluir que:

$$\boxed{p + \rho g\, y + \frac{1}{2}\rho v^2 = cons\tan te}$$

Aplicações da Equação de Bernoulli

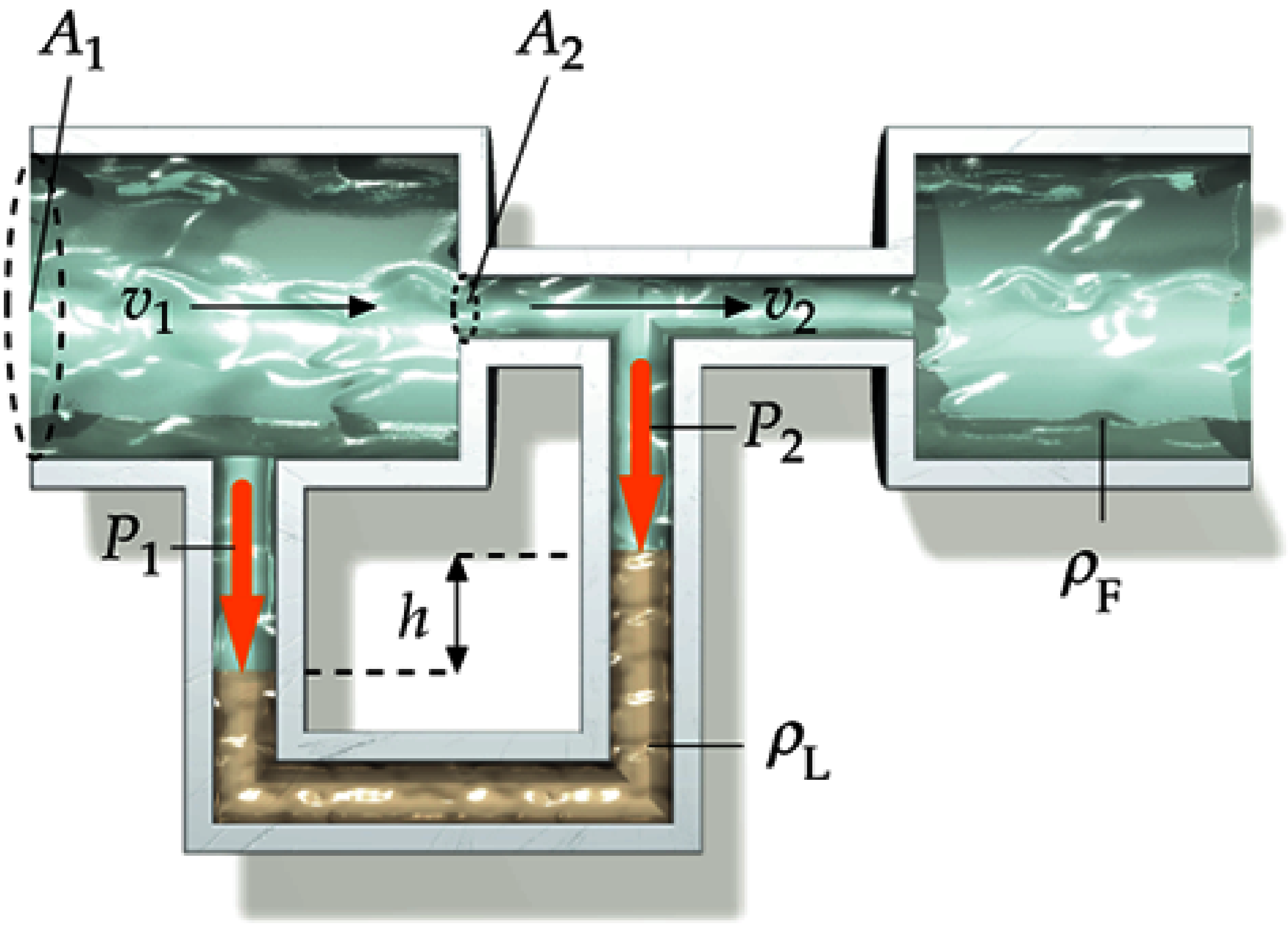


v1 > v2 ou v1 < v2 ?

P1 > P2 ou P1 < P2 ? ?

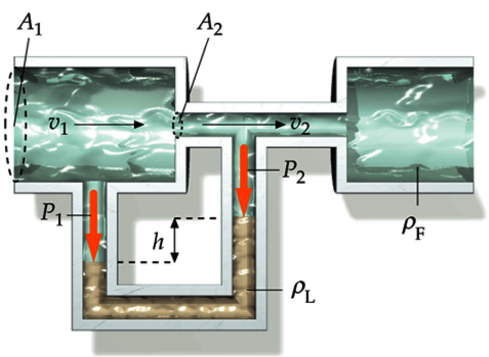
Aplicações da Equação de Bernoulli

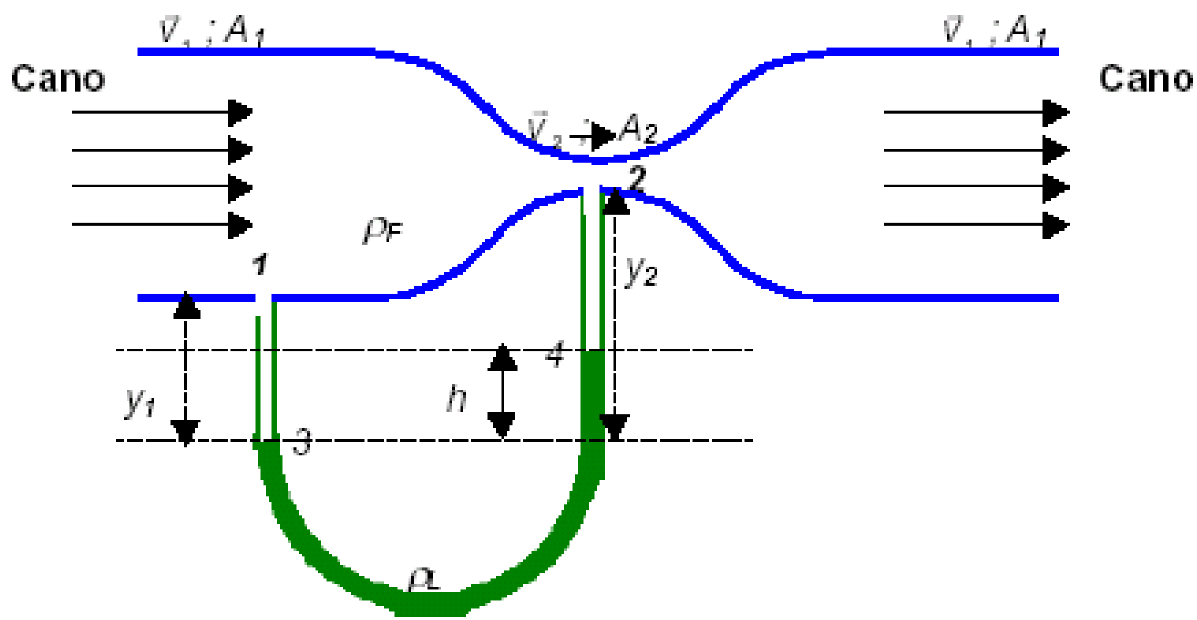
MEDIDOR VENTURI

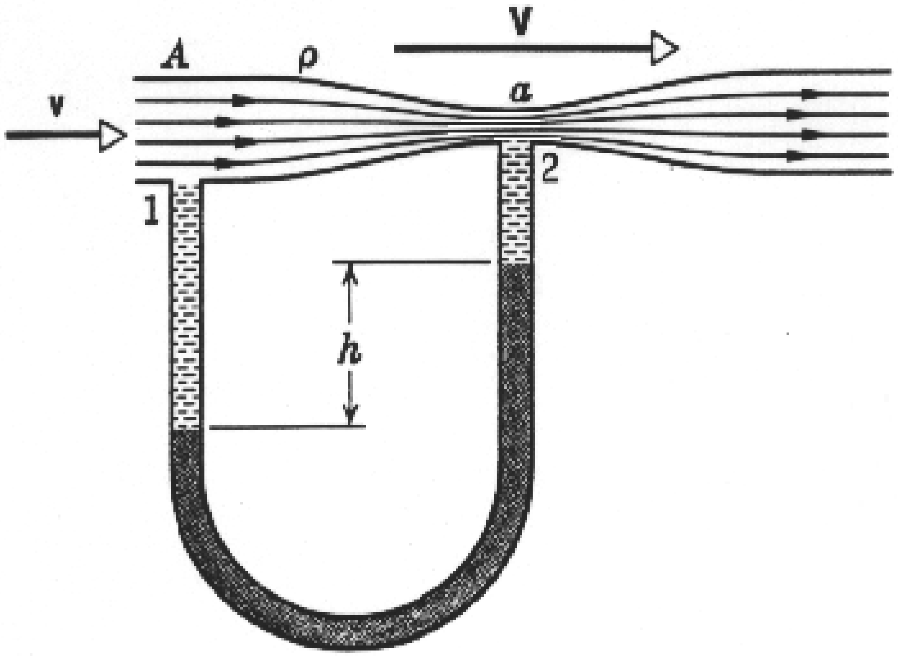


O medidor de Venturi é usado para medir a velocidade de escoamento de um fluido de densidade ρ_F em um cano.

A área ***A*** da seção transversal da entrada e da saída são iguais a área da seção transversal do cano. Entre a entrada e a saída, o fluido passa por uma região estreita de área ***a*** . Um manômetro que contém um líquido de densidade ρ_L conecta a parte mais larga à parte mais estreita.






V
A
ρ
a
v
1
2
h

Aplicando essa equação para esse cano, nas regiões *1* e *2* , encontramos que:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_F V_1^2 + \rho_F g(y_1 - h) = p_2 + \frac{1}{2}\rho_F V_2^2 + \rho_F g(y_2 - h)$$

onde estamos tomando como referencial da energia potencial gravitacional o ponto mais alto do líquido dentro do manômetro, e desse modo podemos usar a Equação de bernoulli apenas para o fluido do cano. Esta equação pode tomar a forma:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_F V_1^2 + \rho_F g\, y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_F V_2^2 + \rho_F g\, y_2$$

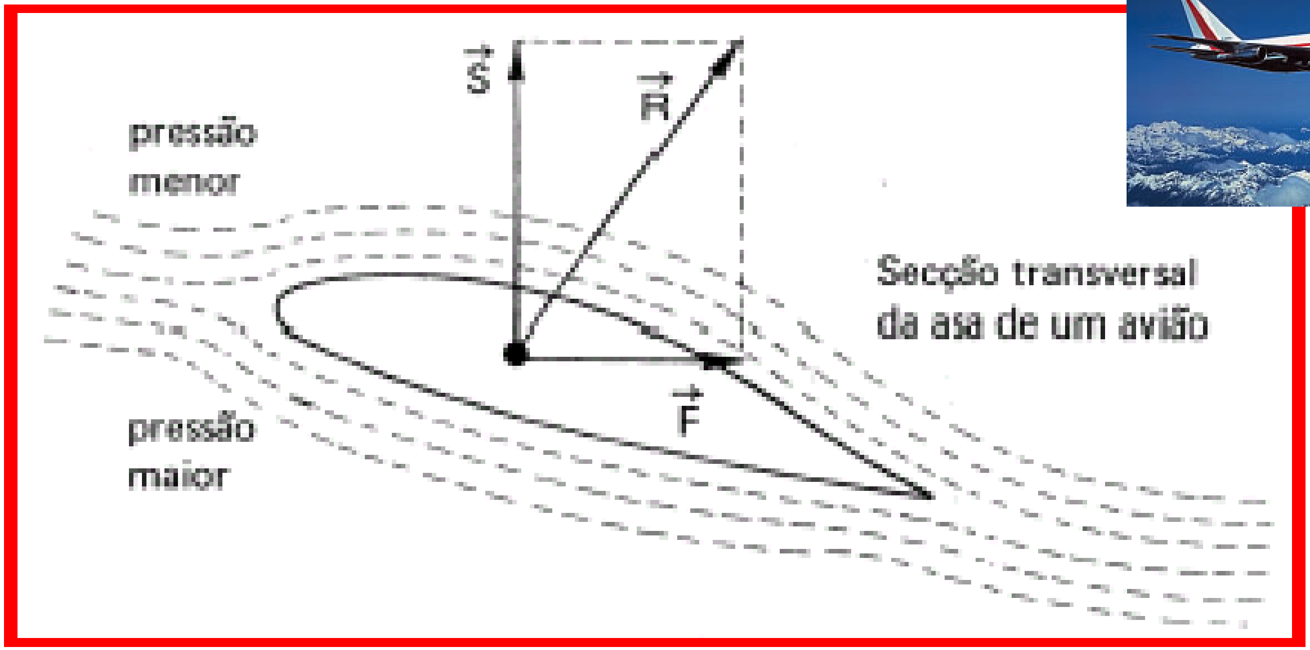
$$(p_1 + \rho_F g\, y_1) - (p_2 + \rho_F g\, y_2) = \frac{1}{2}\rho_F V_2^2 - \frac{1}{2}\rho_F V_1^2$$

$$V_1 = A2\sqrt{\frac{2\,(P1 - P2)}{\rho_F\,(A1^2 - A2^2)}}$$

SUSTENTAÇÃO DE AVIÕES

Quando um avião se desloca horizontalmente ou com uma pequena inclinação para cima, a velocidade do ar acima da asa é maior do que na sua face inferior; conseqüentemente, a pressão do ar é **maior embaixo do que em cima da asa**.

Nessas condições surge uma força de sustentação de baixo para cima que permite ao aparelho se manter no ar sem cair.



R = S + F onde, R é a força resultante, S : força de sustentação e F =força de resistência

Aplicações da Equação de Bernoulli