

# Modelagem e simulação de um satélite artificial atuado com rodas de reação

PME 3380 - MODELAGEM DE SISTEMAS DINÂMICOS

Cássio Murakami - 10773798

Gabriel Barbosa Paganini - 10772539

Henrique Kuhlmann - 10772672

João Otávio Tanaka de Oliveira - 10772842

01

## **INTRODUÇÃO AO PROBLEMA**

Contextualização do tema, objetivos, revisão bibliográfica do problema e metodologia;

02

## **MODELO FÍSICO**

Apresentação do modelo do satélite e do modelo das rodas de reação;

03

## **CINEMÁTICA**

Aplicação dos ângulos de Euler para o estudo da movimentação no referencial inercial;

04

## **MODELO MATEMÁTICO**

Desenvolvimento do sistema diferencial não linear e linearização do problema;

05

## **ANÁLISES**

Exposição e investigação dos resultados obtidos;

06

## **CONCLUSÃO**

Considerações finais e agradecimentos;

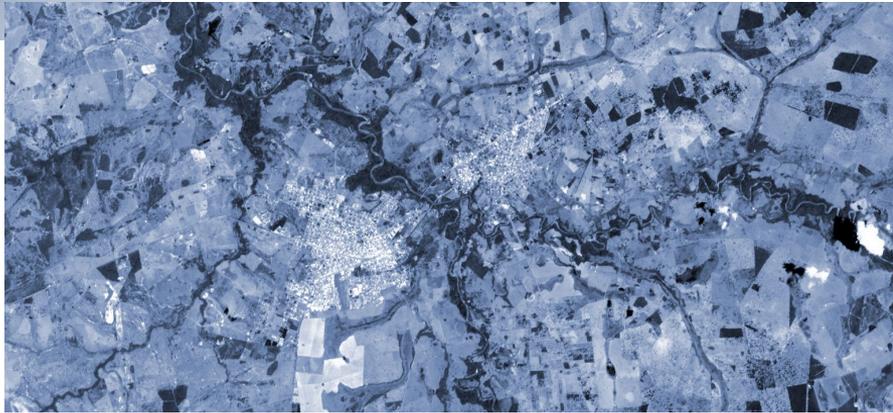
07

## **REFERÊNCIAS**

Literatura consultada para o desenvolvimento do trabalho.

# INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

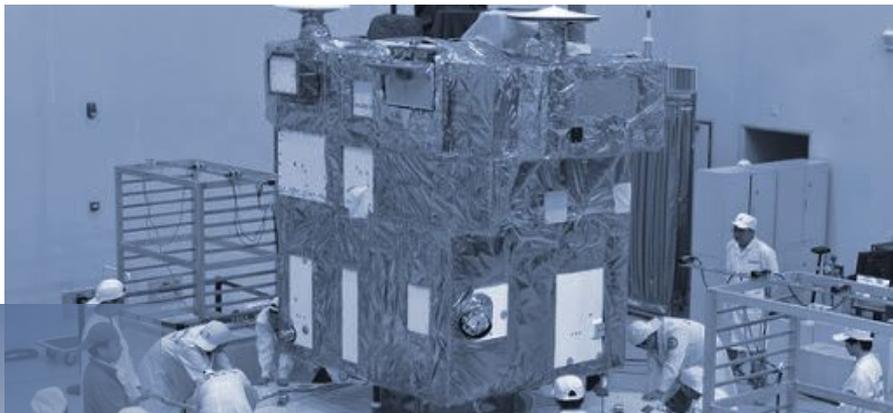
01



Fontes: NASA (2019) e INPE (2019)

# INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

- Atualmente, a maioria das telecomunicações dependem dos **satélites artificiais**;
  - Outros serviços essenciais também dependem deles para funcionar, como o sistema de posicionamento global (GPS) ou o monitoramento terrestre;
-



Fontes: INPE (2014) e NASA (1999)

## OBJETIVOS

- Entretanto, para que o satélite faça a captura ou transmissão perfeita da sua informação, é necessário o **domínio sobre sua movimentação**;
  - Logo, deseja-se modelar um satélite atuado por rodas de reação estudando sua cinemática a partir dos ângulos de Euler.
-

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

**MARKLEY, F.; CRASSIDIS, J.**

Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control [2001]

**WERTZ, J.**

Spacecraft Attitude Determination and Control [1978]



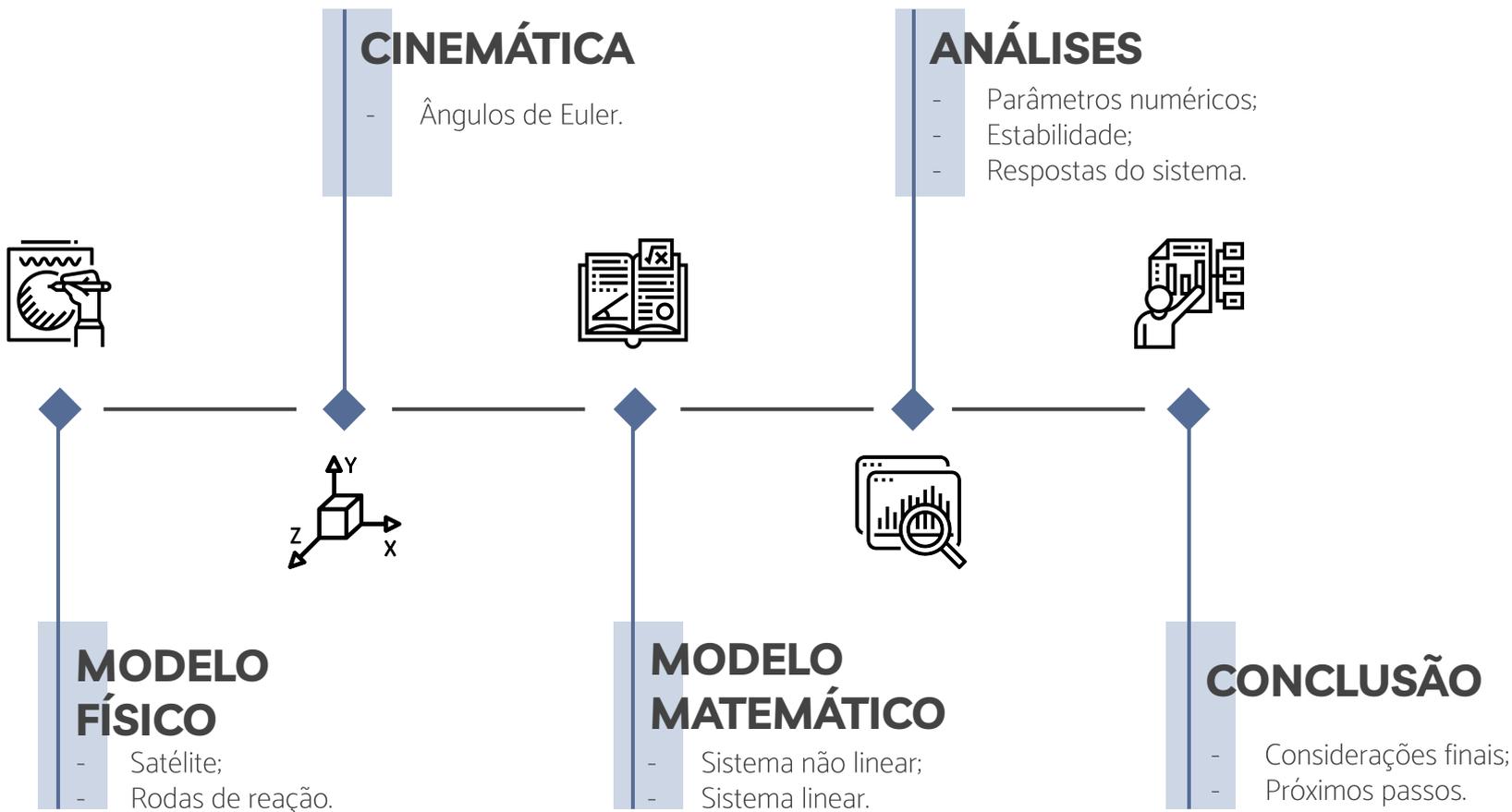
**KIM, S; KIM, Y.**

Spin-axis stabilization of a rigid spacecraft using two reaction wheels [2001]

**CABETTE, R. E. S.**

Estabilidade do movimento rotacional de satélites artificiais [2006]

# METODOLOGIA

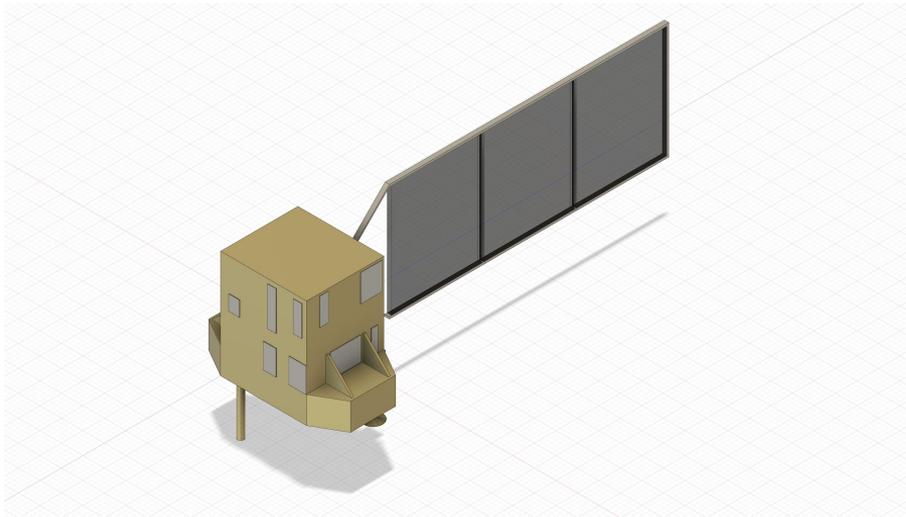


# MODELO FÍSICO



02

# MODELO SATÉLITE



Fonte: AUTORES (2021)

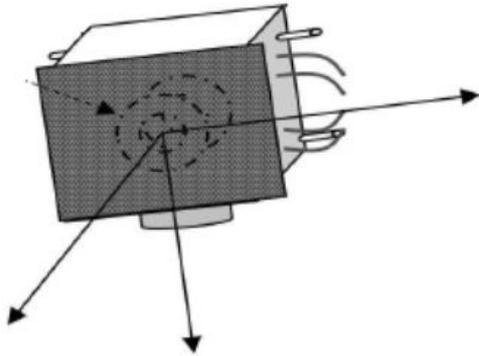
**Teorema do momento da quantidade de movimento:**

$$\begin{cases} M_x = I_x \dot{\omega}_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ M_y = I_y \dot{\omega}_y - (I_z - I_x) \omega_x \omega_z \\ M_z = I_z \dot{\omega}_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \end{cases}$$

**Momentos externos:**  $M_x$   $M_y$   $M_z$

- Advindos exclusivamente das rodas de reação.

# MODELO RODAS DE REAÇÃO



Fonte: SciELO

- Serão acopladas rodas de reação nos eixos X, Y e Z.
- Serão aplicadas entradas de torque  $T_x$   $T_y$   $T_z$ .

## Teorema do momento da quantidade de movimento:

$$\begin{cases} J\dot{\omega}_x + \dot{h}_x = T_x \\ J\omega_x\omega_z + h_x\omega_z = T_{xy} \\ -J\omega_x\omega_y - h_x\omega_y = T_{xz} \end{cases}$$

Roda de reação em X

$$\begin{cases} -J\omega_y\omega_z - h_y\omega_z = T_{yx} \\ J\dot{\omega}_y + \dot{h}_y = T_y \\ J\omega_x\omega_y + h_y\omega_x = T_{yz} \end{cases}$$

Roda de reação em Y

$$\begin{cases} J\omega_y\omega_z + h_z\omega_y = T_{zx} \\ -J\omega_x\omega_z - h_z\omega_x = T_{zy} \\ J\dot{\omega}_z + \dot{h}_z = T_z \end{cases}$$

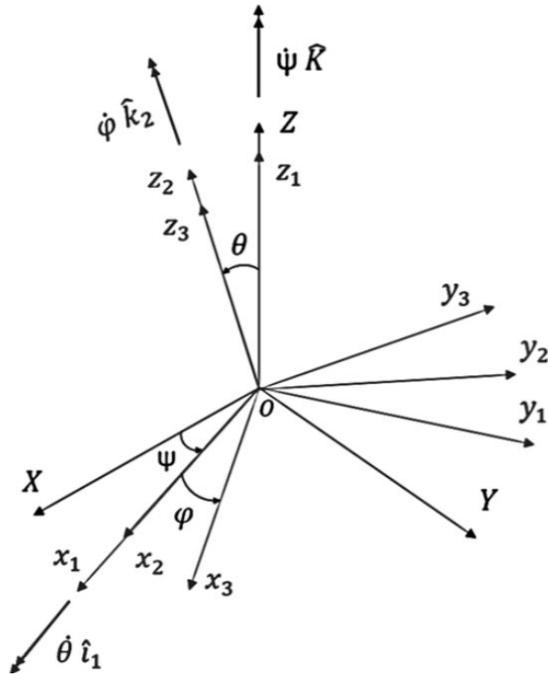
Roda de reação em Z

# CINEMÁTICA

A satellite is shown in orbit above the Earth. The satellite has a central body with various instruments and two long solar panel arrays extending outwards. The Earth's surface is visible below, showing clouds and landmasses. The background is the dark space of the planet with stars.

03

# Ângulos de Euler



Fonte: Autores (2021)

- Precessão ( $\psi$ ): 
$$\begin{bmatrix} \hat{i}_1 \\ \hat{j}_1 \\ \hat{k}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix}$$

- Nutação ( $\theta$ ): 
$$\begin{bmatrix} \hat{i}_2 \\ \hat{j}_2 \\ \hat{k}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_1 \\ \hat{j}_1 \\ \hat{k}_1 \end{bmatrix}$$

- Rotação própria ( $\varphi$ ): 
$$\begin{bmatrix} \hat{i}_3 \\ \hat{j}_3 \\ \hat{k}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_2 \\ \hat{j}_2 \\ \hat{k}_2 \end{bmatrix}$$

# Vetor rotação instantânea em função dos ângulos de Euler

---

- Vetor rotação instantânea:  $\vec{\omega} = \dot{\psi} \hat{K} + \dot{\theta} \hat{i}_1 + \dot{\varphi} \hat{k}_2$
- Escrevendo o vetor rotação instantânea utilizando os versores do sistema de coordenadas ligado ao satélite:

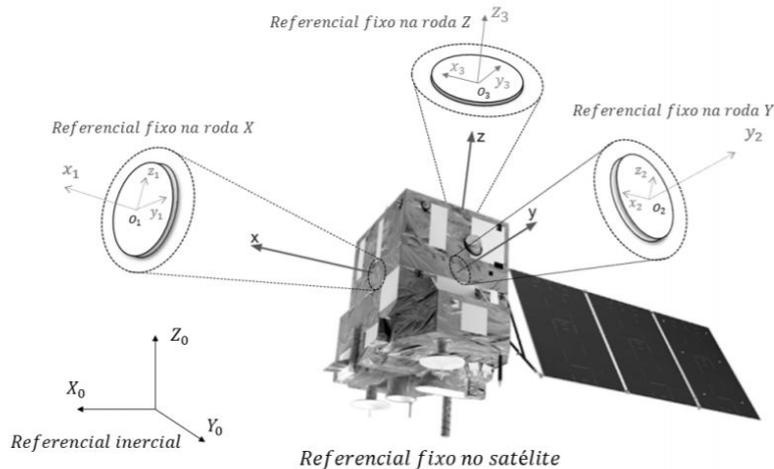
$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \\ \omega_y = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \\ \omega_z = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi} \end{cases}$$

# MODELO MATEMÁTICO

A satellite is shown in orbit above the Earth's horizon. The satellite has a central body with various instruments and two long, rectangular solar panel arrays extending outwards. The Earth's surface is visible below, showing clouds and the curvature of the planet. The background is the dark, star-filled space of the universe.

04

# MODELO NÃO LINEAR



Fonte: Autores (2021)

## Sistema diferencial não linear completo

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x = (I_y - I_z) \omega_y \omega_z + h_y \omega_z - h_z \omega_y - T_x \\ I_y \dot{\omega}_y = (I_z - I_x) \omega_x \omega_z - h_x \omega_z + h_z \omega_x - T_y \\ I_z \dot{\omega}_z = (I_x - I_y) \omega_x \omega_y + h_x \omega_y - h_y \omega_x - T_z \\ \dot{h}_x = -J \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \right) \omega_y \omega_z - \frac{J}{I_x} h_y \omega_z + \frac{J}{I_x} h_z \omega_y + \left( 1 + \frac{J}{I_x} \right) T_x \\ \dot{h}_y = -J \left( \frac{I_z - I_x}{I_y} \right) \omega_x \omega_z + \frac{J}{I_y} h_x \omega_z - \frac{J}{I_y} h_z \omega_x + \left( 1 + \frac{J}{I_y} \right) T_y \\ \dot{h}_z = -J \left( \frac{I_x - I_y}{I_z} \right) \omega_x \omega_y - \frac{J}{I_z} h_x \omega_y + \frac{J}{I_z} h_y \omega_x + \left( 1 + \frac{J}{I_z} \right) T_z \end{cases}$$

# VETOR DE ESTADOS

$$\dot{h}_x = -J \left[ \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \right) \left( \frac{\dot{\psi}^2 \sin 2\theta \cos \varphi}{2} + \dot{\psi}(\dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi) - \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \right) \right] + \dots \\ - \frac{Jh_y}{I_x}(\dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}) + \frac{Jh_z}{I_x}(\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi) + T_x \left( \frac{I_x + J}{I_x} \right)$$

$$\dot{h}_y = -J \left[ \left( \frac{I_z - I_x}{I_y} \right) \left( \frac{\dot{\psi}^2 \sin 2\theta \sin \varphi}{2} + \dot{\psi}(\dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi) + \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \varphi \right) \right] + \dots \\ + \frac{Jh_x}{I_y}(\dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}) - \frac{Jh_z}{I_y}(\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi) + T_y \left( \frac{I_y + J}{I_y} \right)$$

$$\dot{h}_z = -J \left[ \left( \frac{I_x - I_y}{I_z} \right) \left( \frac{\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta \sin 2\varphi}{2} + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \cos 2\varphi - \dot{\theta}^2 \sin 2\varphi \right) \right] + T_z \left( \frac{I_z + J}{I_z} \right) + \dots \\ - \frac{Jh_x}{I_z}(\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi) + \frac{Jh_y}{I_z}(\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi)$$

# VETOR DE ESTADOS

$$\ddot{\psi} = -\dot{\psi}\dot{\theta}\cot\theta + \frac{\dot{\theta}\dot{\varphi}}{\sin\theta} + \sin\varphi\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi)\left(\dot{\psi}\cot\theta + \frac{\dot{\varphi}}{\sin\theta}\right) + \cos\varphi\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi)\left(\dot{\psi}\cot\theta + \frac{\dot{\varphi}}{\sin\theta}\right) - \frac{T_x}{I_x}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\theta}\right) + \dots$$

$$- \frac{T_y}{I_y}\left(\frac{\cos\varphi}{\sin\theta}\right) - \frac{h_x}{I_y}\left(\dot{\psi}\cot\theta + \frac{\dot{\varphi}}{\sin\theta}\right)\cos\varphi + \frac{h_y}{I_x}\left(\dot{\psi}\cot\theta + \frac{\dot{\varphi}}{\sin\theta}\right)\sin\varphi + \frac{h_z}{I_x I_y}\left[(I_x - I_y)\left(\frac{\dot{\psi}}{2}\sin 2\varphi - \frac{\dot{\theta}\sin^2\varphi}{\sin\theta}\right) + I_x\left(\frac{\dot{\theta}}{\sin\theta}\right)\right]$$

$$\ddot{\theta} = -\dot{\psi}\dot{\varphi}\sin\theta + \cos\varphi\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi)(\dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi}) + \frac{T_y}{I_y}(\sin\varphi) + \frac{T_x}{I_x}(\sin\varphi\tan\varphi) - \sin\varphi\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi - \dot{\theta}\cos\varphi)(\dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi}) + \dots$$

$$+ \frac{h_x}{I_y}(\dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi})\sin\varphi - \frac{h_y}{I_x}(\dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi})\sin\varphi\tan\varphi + \frac{h_z}{I_x I_y}\left[(I_y - I_x)\left(\dot{\psi}\sin\theta\sin^2\varphi + \frac{\dot{\theta}\sin 2\varphi}{2}\right) - I_y(\dot{\theta}\tan\varphi)\right]$$

$$\ddot{\varphi} = -\sin\varphi\left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi)(\dot{\psi}\cot\theta\cos\theta + \dot{\varphi}\cot\theta) - \frac{T_z}{I_z} + \frac{T_x}{I_x}(\cot\theta\sin\varphi) + \frac{T_y}{I_y}(\cot\theta\cos\varphi) + \dot{\psi}\dot{\theta}\cot\theta\cos\theta - \dot{\theta}\dot{\varphi}\cot\theta + \dot{\psi}\dot{\theta}\sin\theta + \dots$$

$$+ \frac{h_x}{I_y I_z}\left[(I_y - I_z)(\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi) + I_z(\dot{\psi} + \dot{\varphi}\cos\theta)\frac{\cos\varphi}{\sin\theta} - I_y(\dot{\theta}\sin\varphi)\right] - \frac{h_y}{I_x I_z}\left[(I_x - I_z)(\dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi) + I_z(\dot{\psi} + \dot{\varphi}\cos\theta)\frac{\sin\varphi}{\sin\theta} + I_x(\dot{\theta}\cos\varphi)\right] + \dots$$

$$- \cos\varphi\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi)(\dot{\psi}\cot\theta\cos\theta + \dot{\varphi}\cot\theta) + \left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right)(\dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi)(\dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi) + \frac{h_z}{I_x I_y}\left[(I_y - I_x)\left(\frac{\dot{\psi}}{2}\sin 2\varphi + \dot{\theta}\frac{\sin^2\varphi}{\sin\theta}\right)\cos\theta - I_y(\dot{\theta}\cot\theta)\right]$$

# MODELO LINEAR

- Termos não lineares no sistema de equações diferenciais;
- Linearização em torno de um ponto de equilíbrio;
- Mudança de variáveis.

$$\dot{x}_i \approx \overline{\dot{x}_i} + \sum_{j=1}^9 \left. \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j} \right|_{eq} x_j + \sum_{j=1}^3 \left. \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial u_j} \right|_{eq} u_j$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \psi - \overline{\psi} \\ x_2 = \theta - \overline{\theta} \\ x_3 = \varphi - \overline{\varphi} \\ x_4 = \dot{\psi} \\ x_5 = \dot{\theta} \\ x_6 = \dot{\varphi} \\ x_7 = h_x - \overline{h_x} \\ x_8 = h_y - \overline{h_y} \\ x_9 = h_z - \overline{h_z} \\ u_1 = T_x \\ u_2 = T_y \\ u_3 = T_z \end{array} \right.$$

# MODELO LINEAR

- Sistema linear depende de parâmetros e pontos de operação;
- Escopo da validade do modelo linearizado;
- Ponto de equilíbrio.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & a_{46} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & a_{56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{74} & a_{75} & a_{76} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{84} & a_{85} & a_{86} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{94} & a_{95} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & 0 \\ b_{51} & b_{52} & 0 \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} \\ b_{71} & 0 & 0 \\ 0 & b_{82} & 0 \\ 0 & 0 & b_{93} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix}$$

# ANÁLISES

A satellite with two long solar panel arrays is shown in orbit above the Earth. The satellite is a complex, cylindrical structure with various instruments and antennas. The Earth's surface is covered in white clouds, and the blackness of space is visible in the background.

05

# ESCOLHA DOS PARÂMETROS

- Código *Scilab* : resolução numérica do sistema de equações;
- Escolha de parâmetros de modo a simular um caso próximo da realidade;
- Base dos dados:
  - CBERS 4;
  - Bendix Corporation.

- Parâmetros do satélite

Parâmetro	Módulo	Unidade
$I_x$	9840,05	$kg \cdot m^2$
$I_y$	9558,05	$kg \cdot m^2$
$I_z$	2520,89	$kg \cdot m^2$

- Parâmetros da roda de reação

$m_{roda}$ [kg]	$m_{eixo}$ [kg]	$r_{roda}$ [mm]	$r_{eixo}$ [mm]
60,42	3,24	150,00	25,40

Parâmetro	Módulo	Unidade
$J$	0,68	$kg \cdot m^2$

# PONTO DE EQUILÍBRIO

- Definição do ponto de equilíbrio;
- Baseado em valores descritos na literatura:
  - MARKLEY, F. ; CRASSIDIS, J. - Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control
  - WERTZ, J. - Spacecraft Attitude Determination and Control

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\psi} = 0 \text{ rad} \\ \bar{\theta} = 10^{-3} \text{ rad} \\ \bar{\varphi} = 10^{-3} \text{ rad} \\ \bar{h}_x = 10 \text{ kg.m}^2/\text{s} \\ \bar{h}_y = 10 \text{ kg.m}^2/\text{s} \\ \bar{h}_z = 10 \text{ kg.m}^2/\text{s} \end{array} \right.$$

# VALORES NUMÉRICOS DO SISTEMA LINEARIZADO

- Substituição nas matrizes A e B do sistema linearizado:
  - Parâmetros numéricos;
  - Ponto de equilíbrio.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,05 & 1,05 & -1,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,05 \cdot 10^{-6} & -1,05 \cdot 10^{-6} & 1,05 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,05 & -1,05 & 1,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6,90 \cdot 10^{-4} & -6,91 \cdot 10^{-7} & -6,91 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7,11 \cdot 10^{-4} & -7,11 \cdot 10^{-4} & 7,11 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2,69 \cdot 10^{-6} & 2,70 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1,02 \cdot 10^{-4} & -1,05 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 1,02 \cdot 10^{-10} & 1,05 \cdot 10^{-7} & 0 \\ 1,02 \cdot 10^{-4} & 1,05 \cdot 10^{-1} & -3,97 \cdot 10^{-4} \\ 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00 \end{bmatrix}$$

# ANÁLISE DE ESTABILIDADE

- Estabilidade avaliada em torno do ponto de linearização;
- Polinômio característico  $P(s)$  de nono grau;
- Polos do sistema;
- Critério de Routh-Hurwitz;
- Sistema **marginalmente estável**.

$$P(s) = s^9 + 1,016 \cdot 10^{-6} \cdot s^8 + 4,146 \cdot 10^{-6} \cdot s^7$$

Componente real	Componente imaginária	Multiplicidade	Estabilidade
$-5,081 \cdot 10^{-7}$	$2,036 \cdot 10^{-3}$	1	Estável
$-5,081 \cdot 10^{-7}$	$-2,036 \cdot 10^{-3}$	1	Estável
$-9,407 \cdot 10^{-18}$	0	1	Estável
0	0	6	Marginalmente estável

# MATRIZ DE TRANSIÇÃO

- Simulação numérica via matriz de transição;
- Resultados semelhantes aos outros métodos.

$$\begin{cases} x_i = \Phi x_{i-1} + \Gamma B u_{i-1} \\ y_i = C x_i \end{cases}$$

$$\Phi(\Delta t) \approx \sum_{i=0}^{N-1} \frac{A^i \Delta t^i}{i!}$$

$$\Phi(\Delta t) = \begin{bmatrix} 1,00 & 0 & 0 & 1,00 & 5,23 \cdot 10^{-5} & -5,23 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 & 5,23 \cdot 10^{-11} & 1,00 \cdot 10^{-2} & 5,23 \cdot 10^{-11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00 & 5,23 \cdot 10^{-5} & -5,25 \cdot 10^{-5} & 1,01 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,90 \cdot 10^{-1} & 1,05 \cdot 10^{-2} & -1,05 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,05 \cdot 10^{-8} & 1,00 & 1,05 \cdot 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,05 \cdot 10^{-2} & -1,05 \cdot 10^{-2} & 1,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6,90 \cdot 10^{-6} & -6,74 \cdot 10^{-9} & -6,91 \cdot 10^{-6} & 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7,11 \cdot 10^{-6} & -7,11 \cdot 10^{-6} & 7,11 \cdot 10^{-6} & 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2,68 \cdot 10^{-8} & 2,70 \cdot 10^{-5} & 1,41 \cdot 10^{-10} & 0 & 0 & 1,00 \end{bmatrix}$$

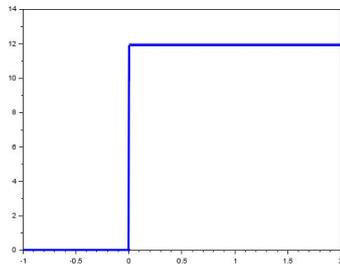
$$\Gamma(\Delta t) \approx \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} \frac{A^i \Delta t^i}{(i+1)!}$$

$$\Gamma(\Delta t) = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 4,98258 \cdot 10^{-5} & 1,74 \cdot 10^{-7} & -1,74 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 & 1,74 \cdot 10^{-13} & 5,00 \cdot 10^{-5} & 1,74 \cdot 10^{-13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 1,74 \cdot 10^{-7} & -1,75 \cdot 10^{-7} & 5,02 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,95 \cdot 10^{-3} & 5,23 \cdot 10^{-5} & -5,23 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,23 \cdot 10^{-11} & 1,00 \cdot 10^{-2} & 5,23 \cdot 10^{-11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,23 \cdot 10^{-5} & -5,25 \cdot 10^{-5} & 1,00 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,45 \cdot 10^{-8} & -3,40 \cdot 10^{-11} & -3,46 \cdot 10^{-8} & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,56 \cdot 10^{-8} & -3,56 \cdot 10^{-8} & 3,56 \cdot 10^{-8} & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,34 \cdot 10^{-10} & 1,35 \cdot 10^{-7} & 4,70 \cdot 10^{-13} & 0 & 0 & 0,01 \end{bmatrix}$$

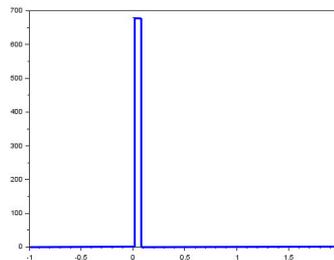
# RESPOSTAS DO SISTEMA

- Comparar os modelos linearizado e não linearizado;
- **Três tipos de entradas** para o torque aplicado pelas rodas de reação:
  - Degrau;
  - Impulso;
  - Senoidal.
- Condições iniciais:
  - Valores do ponto de equilíbrio;

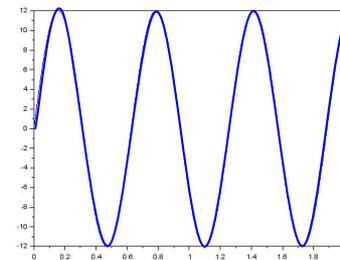
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\psi} = 0 \text{ rad} \\ \bar{\theta} = 10^{-3} \text{ rad} \\ \bar{\varphi} = 10^{-3} \text{ rad} \\ \bar{h}_x = 10 \text{ kg.m}^2/\text{s} \\ \bar{h}_y = 10 \text{ kg.m}^2/\text{s} \\ \bar{h}_z = 10 \text{ kg.m}^2/\text{s} \end{array} \right.$$



Degrau



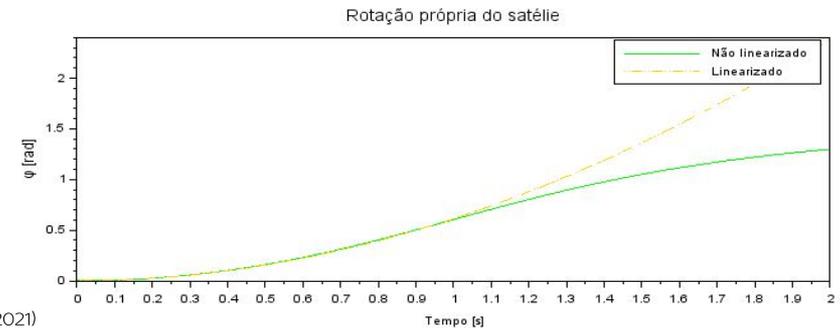
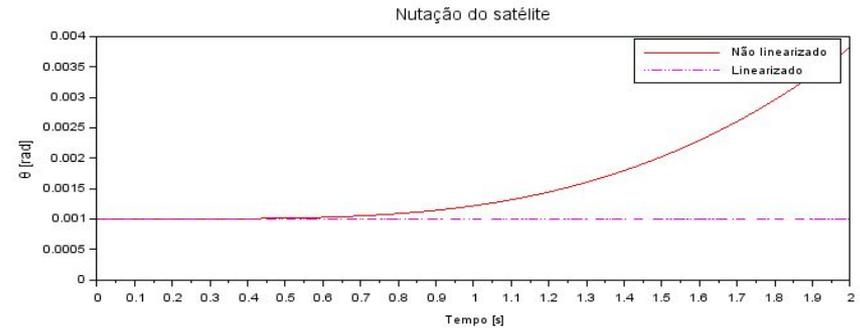
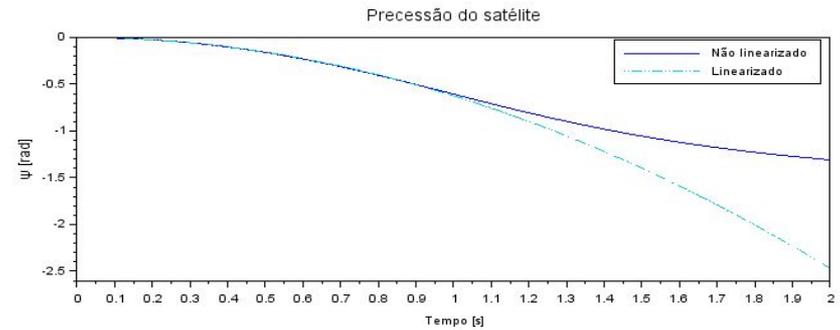
Impulso



Senoidal

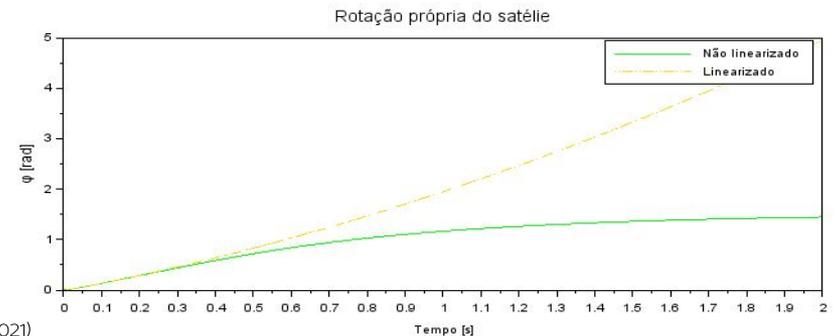
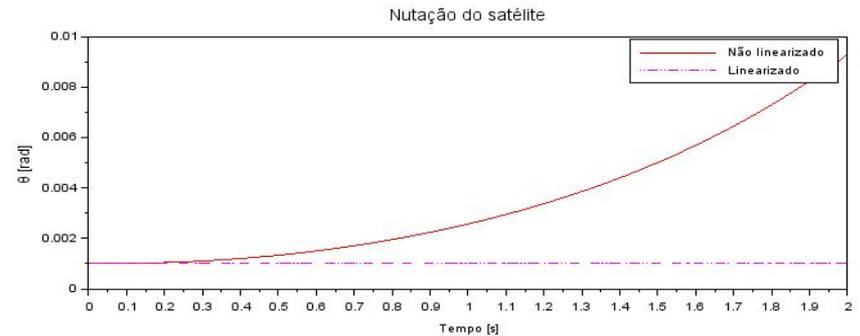
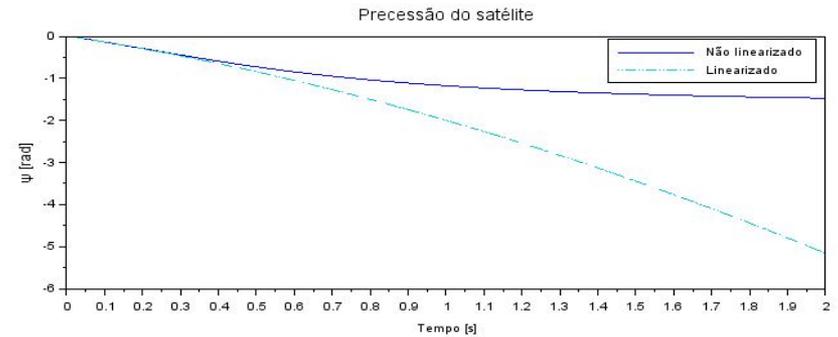
# ENTRADA TIPO DEGRAU

- Torque apresenta aumento súbito de valor e constância após o instante inicial de tempo;
- Foi utilizado um torque baixo de 12 N.m .



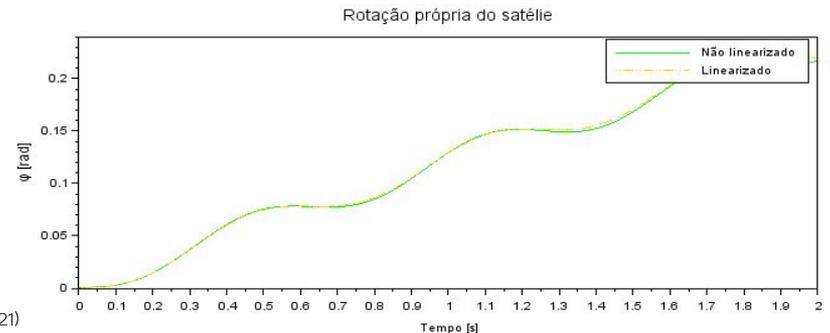
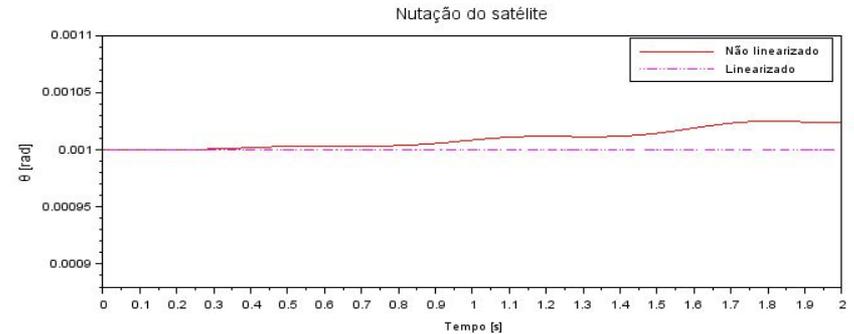
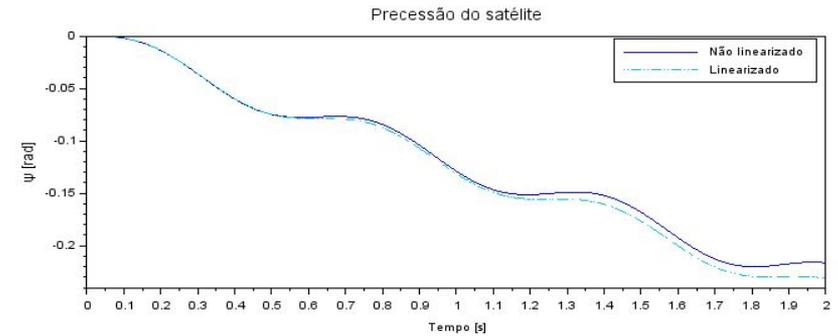
# ENTRADA TIPO IMPULSO

- Torque apresenta valores altos, mas por um curto período de tempo;
- Foi utilizado um torque de 680 N.m por 0,02 s.



# ENTRADA TIPO SENOIDAL

- Torque de característica oscilatória de baixa frequência desde o início da simulação;
- Amplitude de 12 N.m e frequência de 10 rad/s.



# DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

- Para tornar possível a análise do sistema sob uma perturbação periódica, elaboraram-se **diagramas de Bode**;
- Domínio da frequência de 0,01 a 100 Hz.

Diagrama de Bode para o ângulo de precessão corresponde a entrada Tx

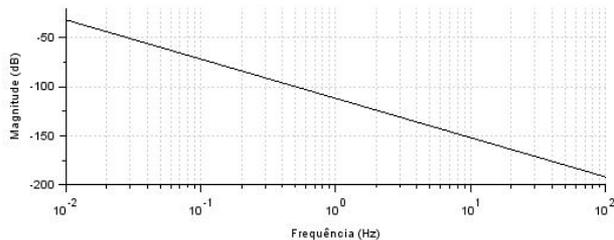


Diagrama de Bode para o ângulo de nutação corresponde a entrada Ty

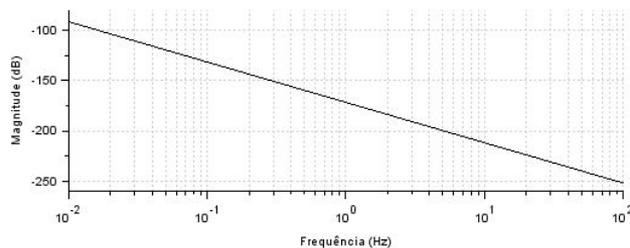
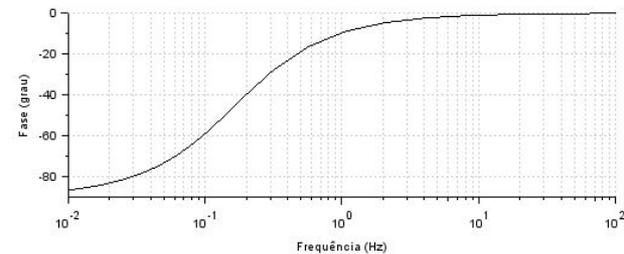
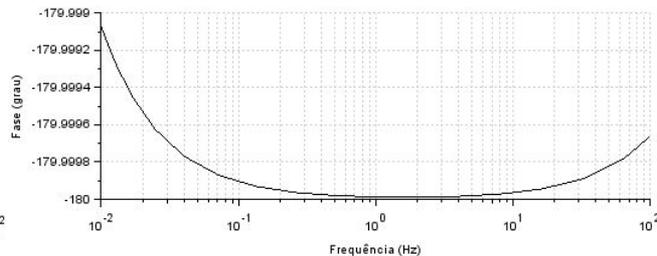
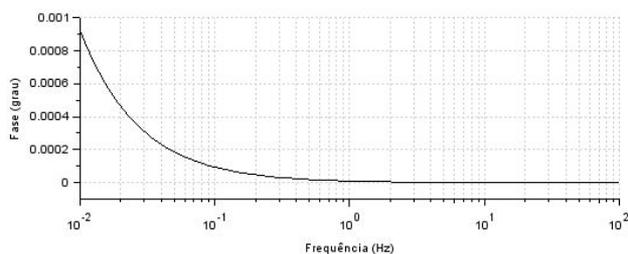
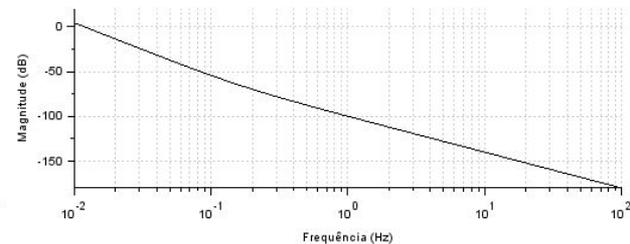


Diagrama de Bode para o ângulo de rotação própria corresponde a entrada Tz

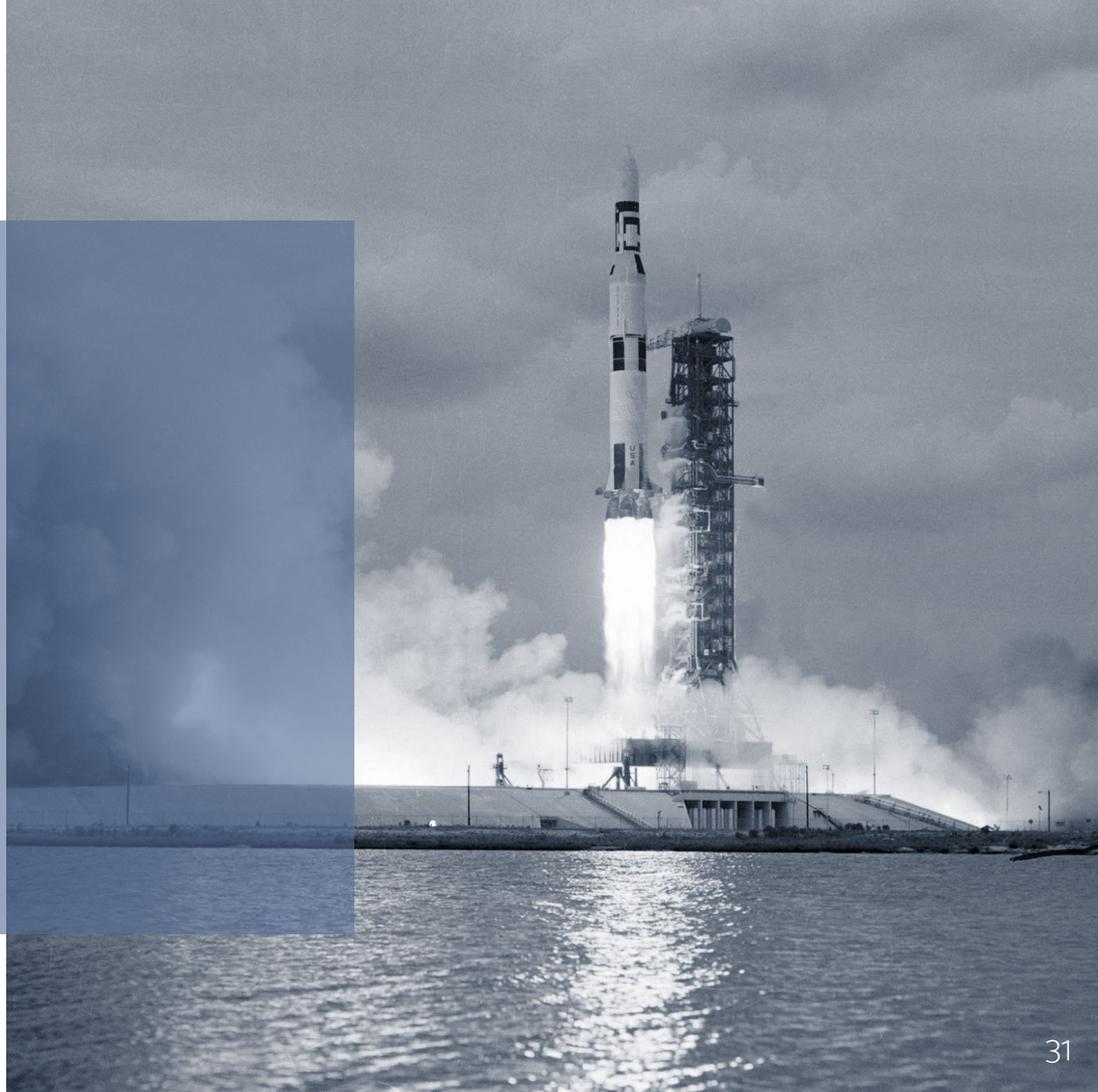


# CONCLUSÃO

- Análise do sistema físico estudado;
- Código de simulação numérica;
- Análise de estabilidade;
- Aderência com o modelo proposto.

# PRÓXIMOS PASSOS

- Controle das rodas de reação;
- Aprofundamento do estudo.



# REFERÊNCIAS

- CABETTE, R. E. S. - Estabilidade do movimento rotacional de satélites artificiais. Tese (Doutorado) — Dissertação de doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São Paulo , 2006.
- DAVIS, L. P. et al. - Hubble space telescope reaction wheel assembly vibration isolation system. NASA Marshall Space Flight Center, Huntsville, Alabama, v. 9, 1986.
- GONÇALVES, L. D. - Manobras Orbitais de Satélites Artificiais Lunares com Aplicação de Propulsão Contínua. Tese (Doutorado) — dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2013.
- HENDERSON, D. - Shuttle program. euler angles, quaternions, and transformation matrices working relationships. 1977.
- KIM, S.; KIM, Y. - Spin-axis stabilization of a rigid spacecraft using two reaction wheels. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 24, n. 5, p. 1046–1049, 2001.

# REFERÊNCIAS

- MARKLEY, F.; CRASSIDIS, J. - Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. Springer New York, 2014. (Space Technology Library). ISBN 9781493908011. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=HjDCngEACAAJ>>.
- OLIVEIRA, F. de. - Brasil-China: 20 anos de cooperação espacial: CBERS, o satélite da parceria estratégica. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2009. ISBN 9788560064182. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=xk5JzS-nUxgC>>.
- SHRIVASTAVA, S.; MODI, V. - Satellite attitude dynamics and control in the presence of environmental torques-a brief survey. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 6,n. 6, p. 461–471, 1983.
- WERTZ, J. - Spacecraft Attitude Determination and Control. D. Reidel Publishing Company, 1978. ISBN 978-94-009-9907-7. Disponível em: <<https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-009-9907-7>>.

**OBRIGADO PELA  
ATENÇÃO**

