ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PME3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista G

Nome	**NºUSP**
João Pedro Junqueira Seara de Morais	10774437

Professores Agenor T. Fleury e Décio C. Donha

São Paulo

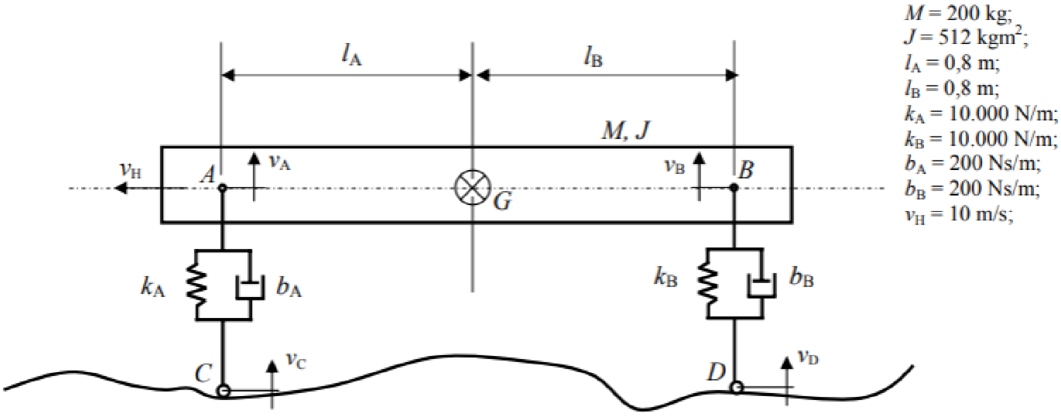
Dezembro, 2020

Sumário

1. Lista G

1.1 Exercício 1

1 – Obtenha o modelo de ½ carro:



Primeiramente, devemos calcular as forças que atuam nos pontos A e B:

$$F_A = -k_A x_C - b_A \cdot (v_A - v_C)$$

$$F_B = -k_B x_D - b_B \cdot (v_B - v_D)$$

Em seguida, devemos calcular as equações para o espaço de estados:

$$x_A = x_G - sen(\theta) l_A \Longrightarrow \dot{x}_A = v_G - \omega l_A$$

$$x_B = x_G + sen(\theta) l_B \Longrightarrow \dot{x}_B = v_G - \omega l_B$$

Explicitando outras duas equações importantes para o cálculo do espaço de estados:

$$\ddot{\theta} = \frac{F_A \cdot l_A + F_B \cdot l_B}{J}$$

$$\ddot{x}_G = \frac{F_A + F_B}{M}$$

Escrevendo o espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \\ \dot{v}_G \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_A \\ 0 & 0 & 1 & l_B \\ -\frac{k_A}{M} & -\frac{k_B}{M} & -\frac{(b_A+b_B)}{M} & \frac{b_A l_A - b_B l_B}{M} \\ \frac{k_A l_A}{J} & -\frac{k_B l_B}{J} & \frac{b_A l_A - b_B l_B}{J} & -\frac{(b_A l_A^2 + b_B l_B^2)}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ v_G \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{b_A}{M} & \frac{b_B}{M} \\ -\frac{b_A l_A}{J} & \frac{b_B l_B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} v_G \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ v_G \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix} \end{cases}$$

1.2 Exercício 2

2 – Simulação do modelo de ½ carro:

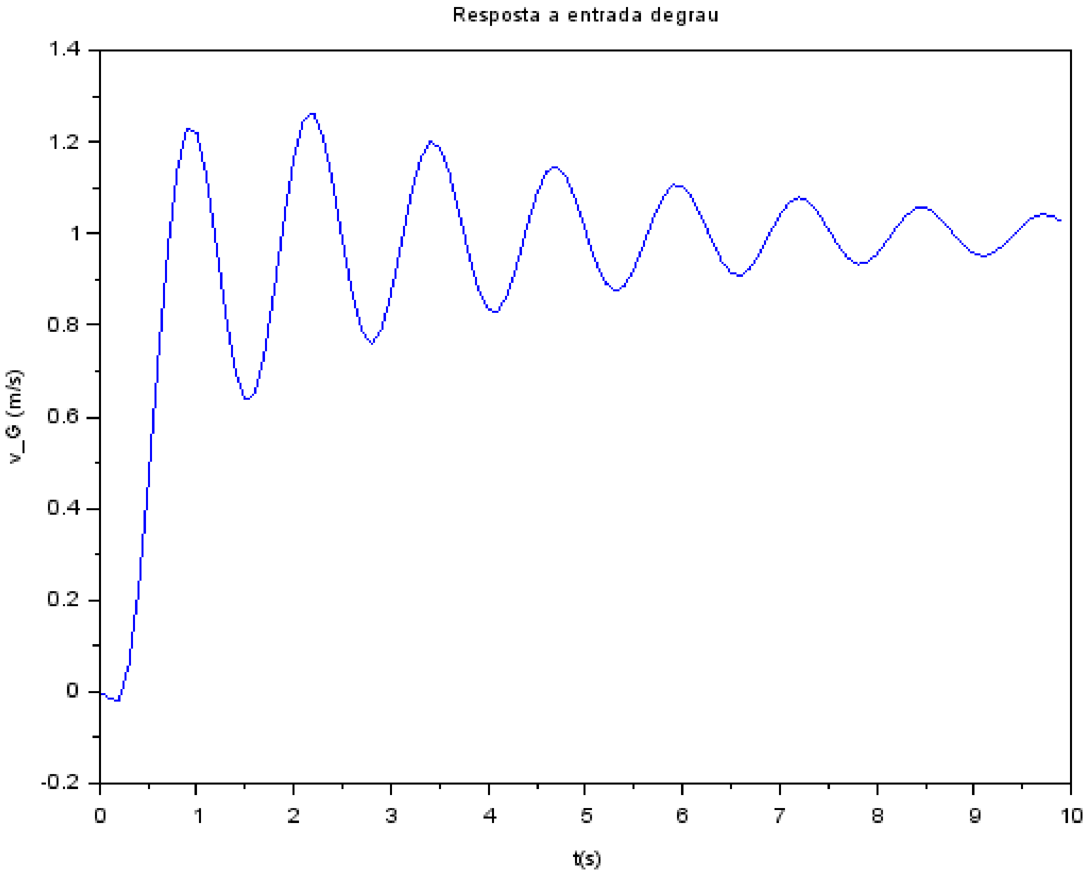
Simule o sistema de suspensão para entrada do tipo degrau. Considere condições iniciais nulas e tempo de simulação de 4 segundos.

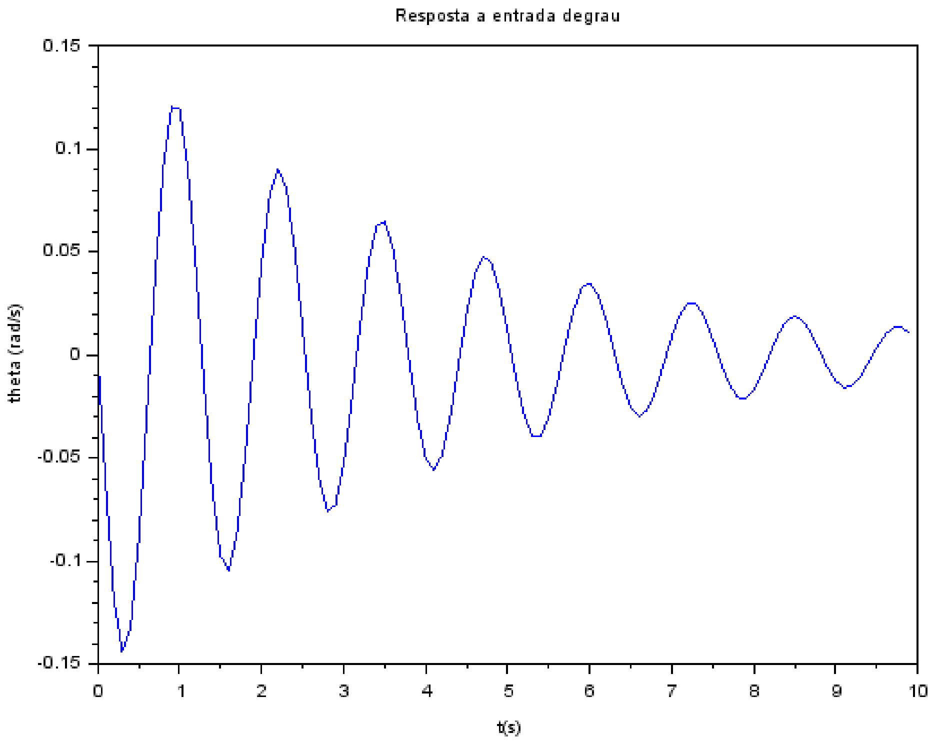
$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix} \qquad v_C = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < 0 \\ 1 & \text{se} \quad t \geq 0 \end{cases} \qquad v_D = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < t_d \\ 1 & \text{se} \quad t \geq t_d \end{cases}$$

O tempo t_d pode ser determinado por

$$t_d = \frac{l_A + l_B}{v_H} = \frac{0{,}8 + 0{,}8}{10} = 0{,}16\ s$$

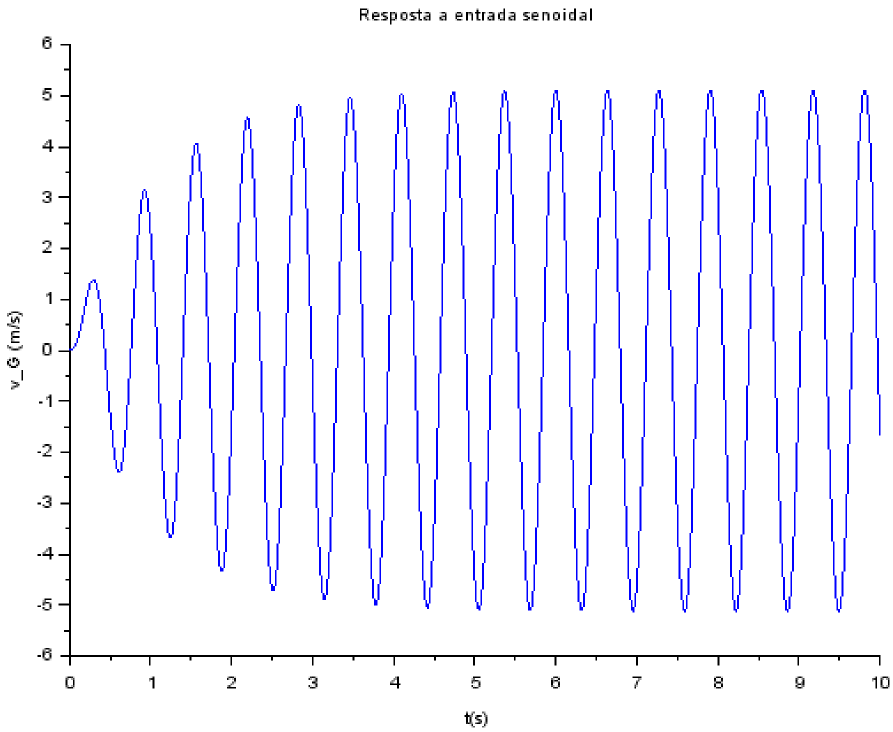
Os resultados da entrada degrau estão a seguir:

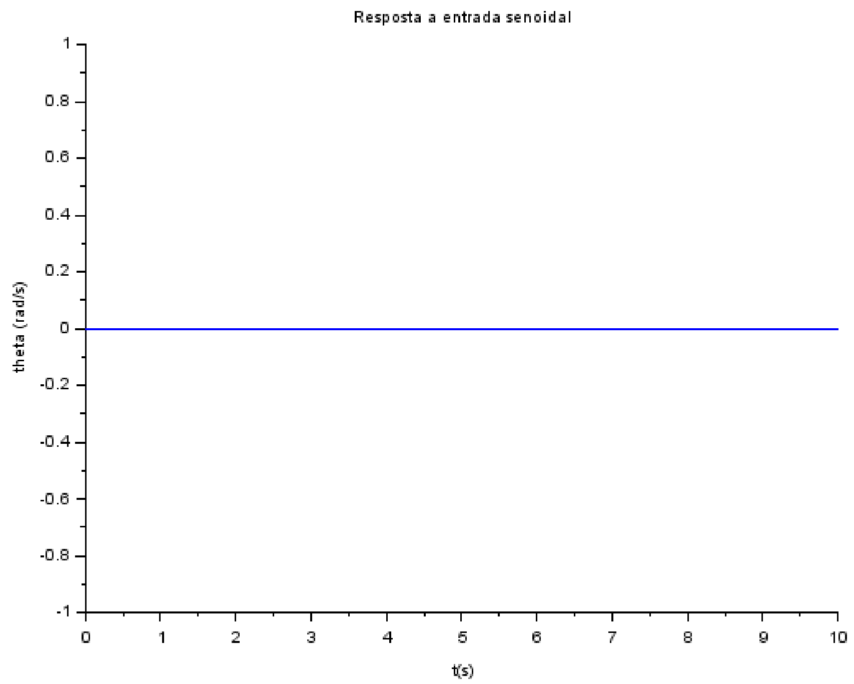




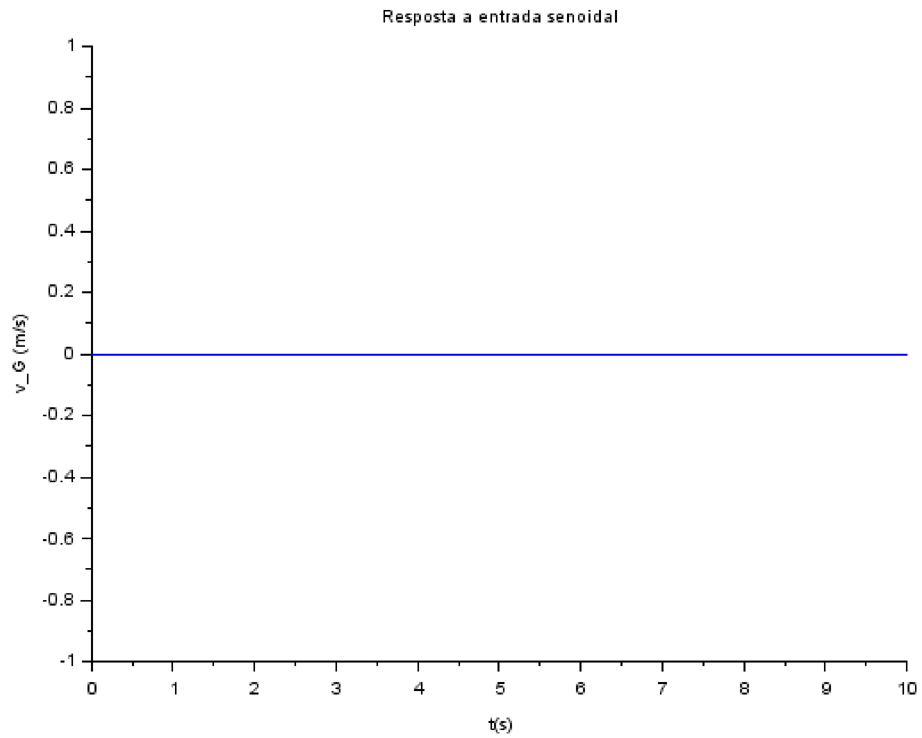
No que tange a resposta senoidal, temos:

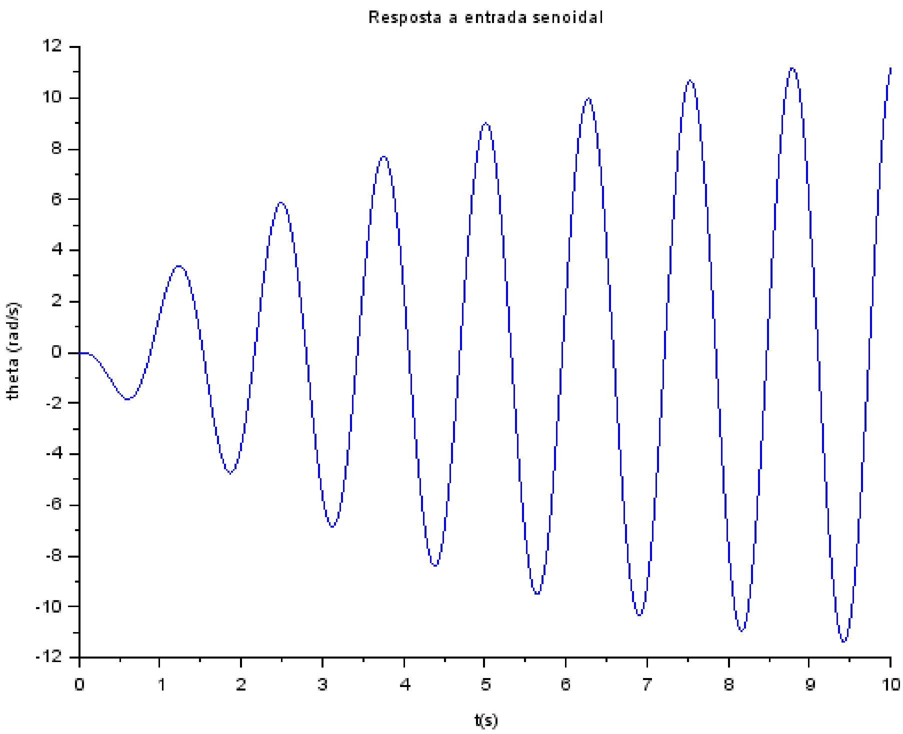
1- $v_C = v_D = \sin 9{,}8995t$





1- $v_C = -v_D = \sin 4{,}9875t$




Resposta a entrada senoidal
theta (rad/s)
t(s)
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

1.3 Exercício 3

3 – Análise de resposta em frequência

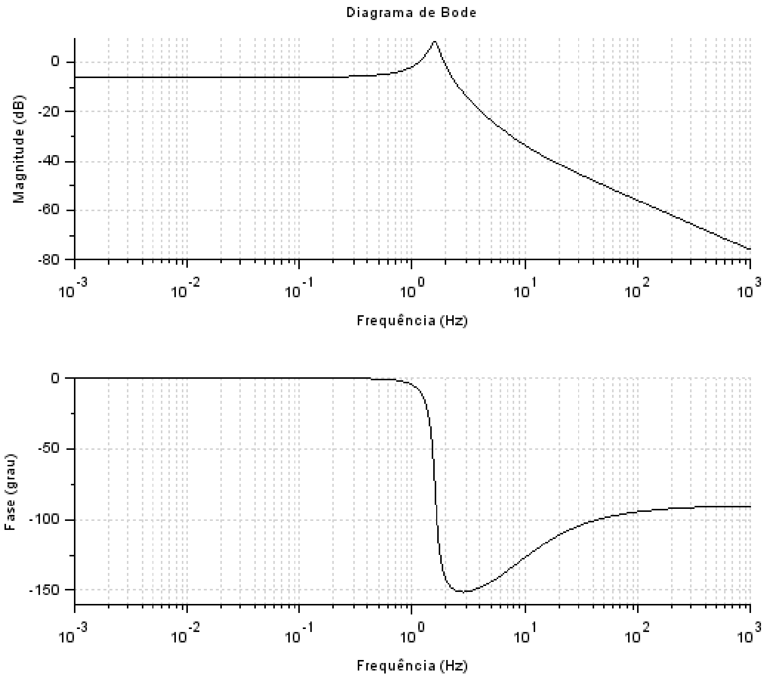


Figura 1: Diagrama de Bode (G11)

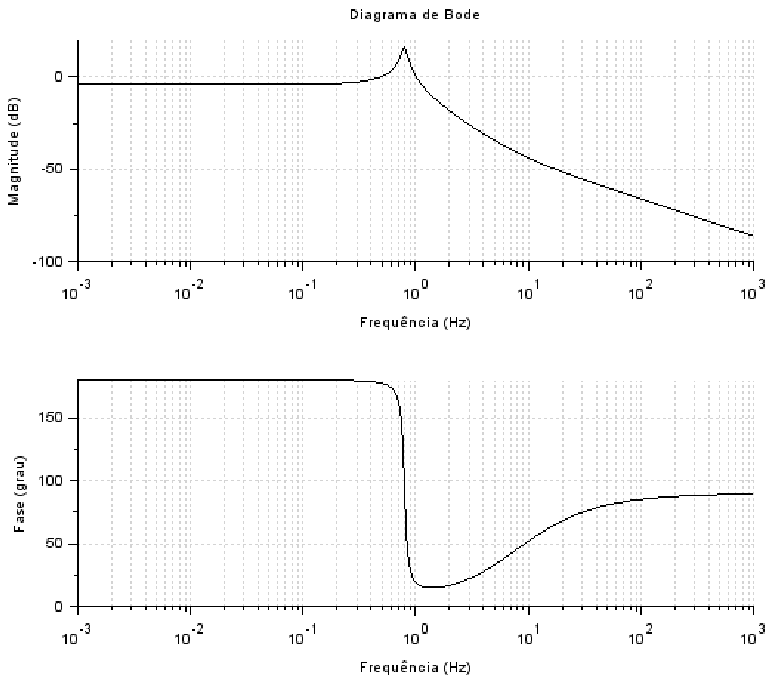


Figura 2: Diagrama de Bode (G22)