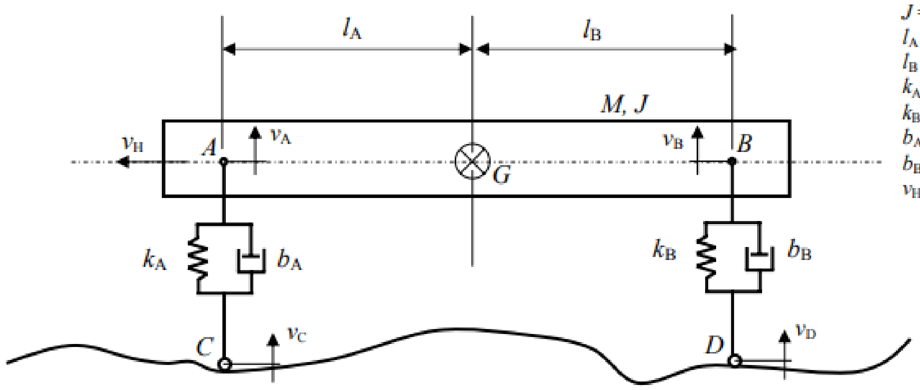
Lista G

Modelagem

Francisco Samuel Amâncio Lima nº10771584

Suspensão veicular – Modelo de ½ de carro

1. Obtenha o modelo de ½ carro:



$M = 200$ kg;
$J = 512$ kgm^2;
$l_A = 0{,}8$ m;
$l_B = 0{,}8$ m;
$k_A = 10.000$ N/m;
$k_B = 10.000$ N/m;
$b_A = 200$ Ns/m;
$b_B = 200$ Ns/m;
$v_H = 10$ m/s;

Modelo da dinâmica vertical:
A dinâmica referente ao movimento horizontal do centro de massa é desprezada, ou seja, a velocidade horizontal de G (v_H) é constante, logo o modelo deve ter 4 variáveis de estado:

- velocidade vertical v_G do centro de massa G.
- velocidade angular ω de AB em torno de G.
- elongação x_A da mola de rigidez k_A.
- elongação x_B da mola de rigidez k_B.

Entradas: velocidades verticais (v_C e v_D) dos pontos C e D.
Saídas: velocidade vertical v_G do centro de massa G e velocidade angular ω de AB em torno de G.

Hipóteses simplificadoras:

- Movimento apenas no plano da página.
- AC e BD permanecem sempre na vertical.
- Considere molas e amortecedores lineares.
- O deslocamento angular do segmento AB é pequeno (tal que $sen\alpha \cong tan\alpha \cong \alpha$ e $cos\alpha \cong 1$).

Representação no espaço de estados:

Vetor de estados: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ v_G \\ \omega \end{bmatrix}$

Vetor de entradas: $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix}$

Vetor de saídas: $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} v_G \\ \omega \end{bmatrix}$

Estrutura do modelo matemático:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}$$

Pode-se resolver o sistema do seguinte modo:

Aplicando-se o TMA e o TMB

$$\begin{cases} M.\dot{v}_G = -K_A.x_A - b_A.\dot{x}_A - K_B.x_B - b_B.\dot{x}_B - Mg \\ J.\dot{\omega} = l_A.(K_A.x_A + b_A.\dot{x}_A) - l_b.(K_b.x_b + b_b.\dot{x}_b) \end{cases}$$

Tendo as posições:

$$\begin{cases} x_A = x_G - \operatorname{sen}\theta.l_A = x_G - \theta.l_A \\ x_B = x_G + \operatorname{sen}\theta.l_B = x_G + \theta.l_B \end{cases}$$

Derivando tem-se as velocidades:

$$\begin{cases} \dot{x}_A = \dot{x}_G - \omega l_A \\ \dot{x}_B = \dot{x}_G - \omega l_B \end{cases}$$

Pode-se construir o espaço de estados:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_A \\ 0 & 0 & 1 & l_B \\ -K_A/M & -K_B/M & \frac{-b_A-b_B}{M} & l_Ab_A - l_Bb_B/M \\ l_AK_A/J & -l_BK_B/J & \frac{l_Ab_A - l_Bb_B}{J} & -l_A^2b_A - l_B^2b_B/J \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ b_A/M & b_B/M \\ -l_Ab_A/J & l_Bb_B/J \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Simulação

Realizando uma excitação degrau unitário para vc e vd. Tem-se:

Simule o sistema de suspensão para entrada do tipo degrau. Considere condições iniciais nulas e tempo de simulação de 4 segundos.

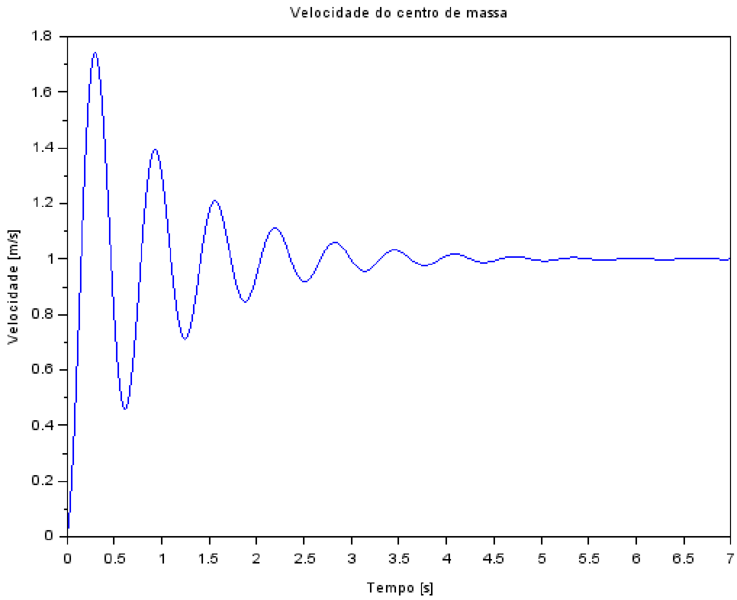
$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_C \\ v_D \end{bmatrix} \qquad v_C = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < 0 \\ 1 & \text{se} \quad t \geq 0 \end{cases} \qquad v_D = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < t_d \\ 1 & \text{se} \quad t \geq t_d \end{cases}$$

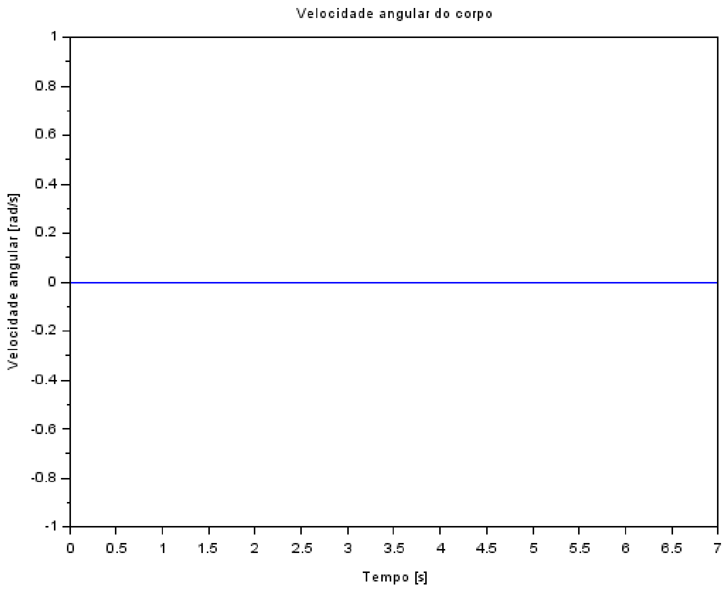
Explique o tipo de obstáculo físico que é representado pela entrada degrau, e explique por que a entrada v_D ocorre t_d segundos após a entrada v_C (deve-se calcular t_d antes de se fazer a simulação).

Sendo o tempo que o pneu traseiro demora para chegar na rampa da entrada degrau:

td = (la +lb)/vh = 0,16 s

E obtêm-se os seguintes gráficos:





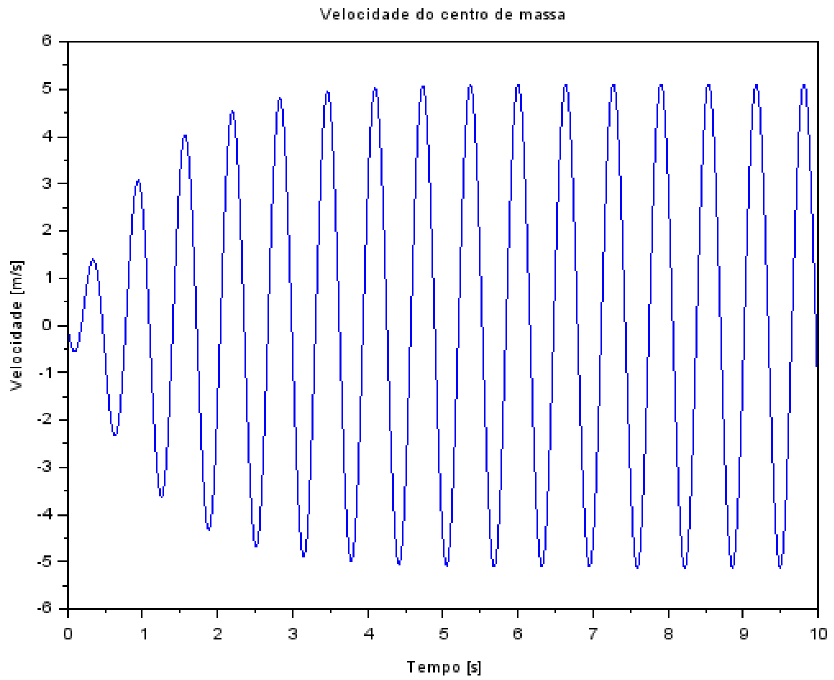
Outras duas simulações com entradas harmônicas são realizadas:

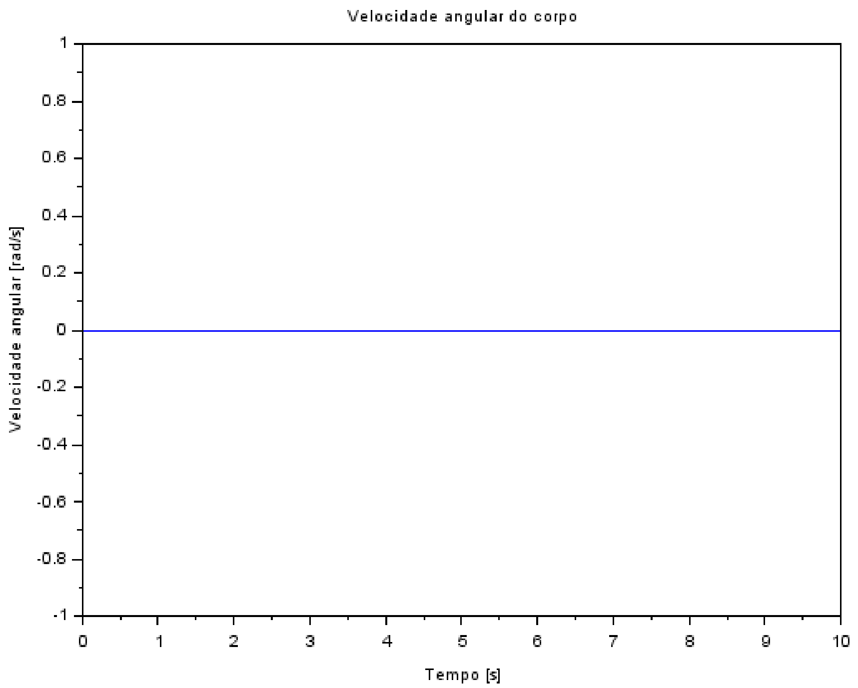
Simule o sistema de suspensão para entrada do tipo seno. Considere condições iniciais nulas. Simule por tempo suficiente para mostrar cerca de 20 períodos.

Entradas (observe que são duas simulações diferentes): $v_C = v_D = \text{sen}(9{,}8995t)$

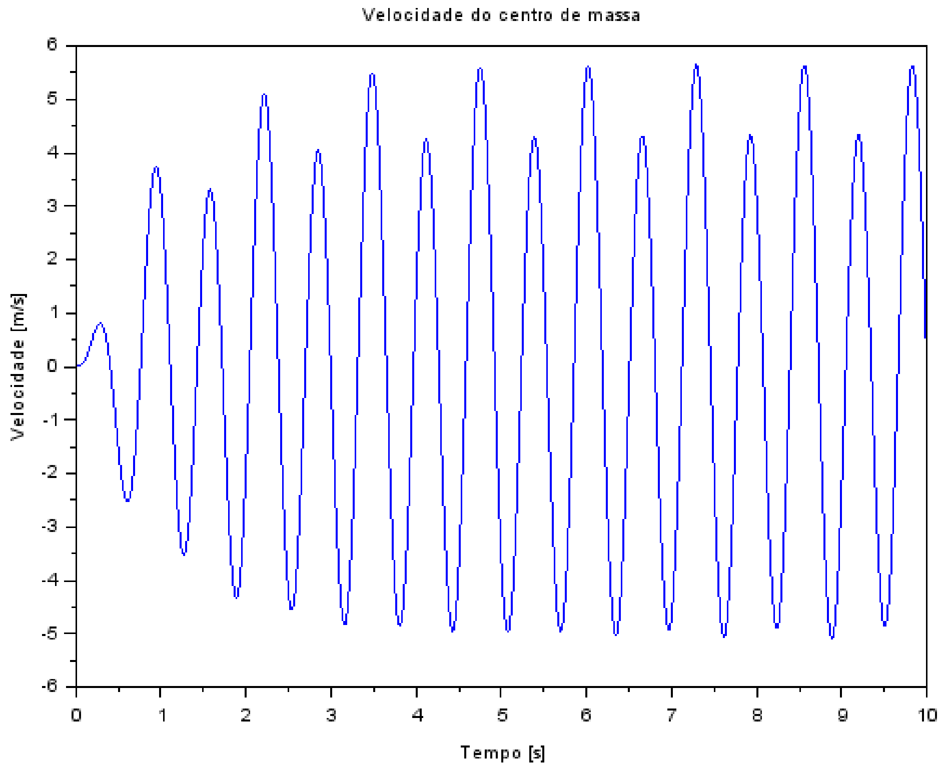
$v_C = -v_D = \text{sen}(4{,}9875t)$

Para sin(9,8995t) tem-se:





Para sin(4,9875t) tem-se:



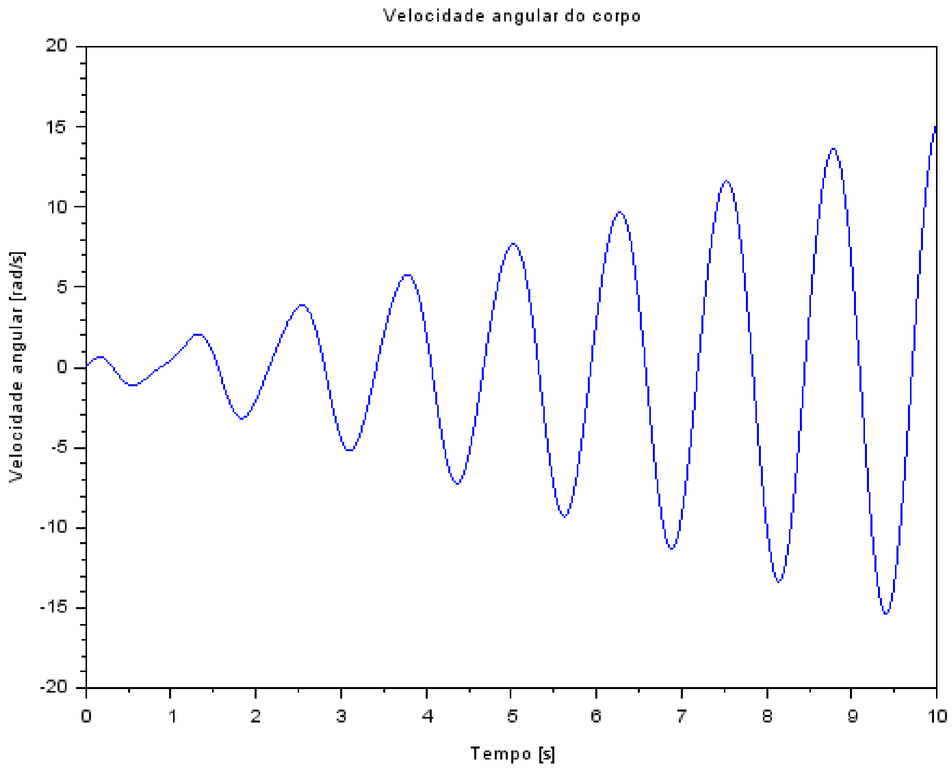


Diagrama de Bode

Os diagramas de bode obtidos foram: