Nome: Paulo Mateus Corrêa Vianna

Número usp: 10772741

Lista G - Modelagem de Sistemas Dinâmicos

São Paulo

2020

Enunciado

<u>MODELO DE ½ CARRO</u>

$M = 200$ kg;
$J = 512$ kgm^2;
$l_A = 0{,}8$ m;
$l_B = 0{,}8$ m;
$k_A = 10.000$ N/m;
$k_B = 10.000$ N/m;
$b_A = 200$ Ns/m;
$b_B = 200$ Ns/m;
$v_H = 10$ m/s;

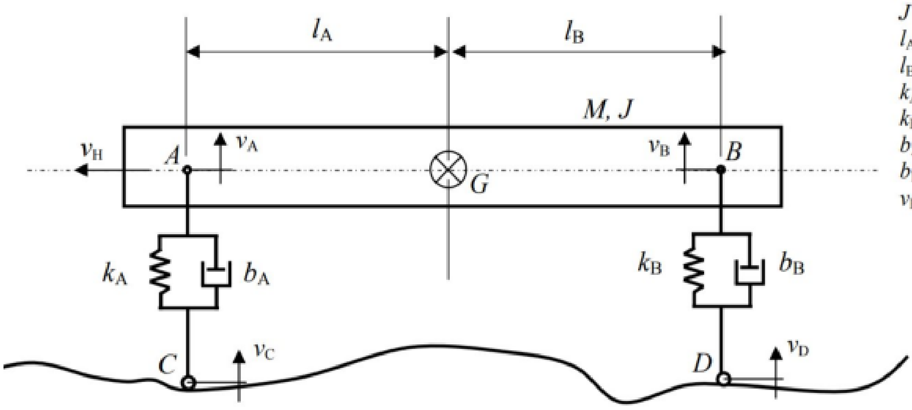


Figura 1: modelo de ½ carro

Modelo da dinâmica vertical:

A dinâmica referente ao movimento horizontal do centro de massa é desprezada, ou seja, a velocidade horizontal de G (vH) é constante, logo o modelo deve ter 4 variáveis de estado:

- velocidade vertical vG do centro de massa G.
- velocidade angular ω de AB em torno de G.
- elongação xA da mola de rigidez kA.
- elongação xB da mola de rigidez kB.

Entradas: velocidades verticais (vC e vD) dos pontos C e D.

Saídas: velocidade vertical vG do centro de massa G e velocidade angular ω de AB em torno de G.

Hipóteses simplificadoras:

- Movimento apenas no plano da página.
- AC e BD permanecem sempre na vertical.
- Considere molas e amortecedores lineares.
- O deslocamento angular do segmento AB é pequeno (tal que senα ≅ tanα ≅ α e cosα ≅ 1).

Equacionamento do sistema

Aplicação do TQMA:

$$(k_A x_A l_A - k_B x_B l_B) + (b_A l_A(\dot{x}_G - \dot{x}_e - \dot{\theta} l_A) - b_\theta l_\theta(\dot{x}_G + \dot{\theta} l_B - \dot{x}_D) = \ddot{\theta} J$$

Aplicação do TMB:

$$-(b_B(\dot{x}_G - \dot{\theta} l_B - \dot{x}_D) + b_A(\dot{x}_G - \dot{x}_e - \dot{\theta} l_A) + (k_A x_A - k_B x_B) = \ddot{x}_G M$$

Portanto, tem-se:

$$Y = \begin{pmatrix} V_G \\ w \end{pmatrix}; \quad U = \begin{pmatrix} V_L \\ V_D \end{pmatrix}; \quad x = \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \\ V_G \\ w \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_G \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \\ V_G \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_L \\ V_D \end{pmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Espaço de Estados:

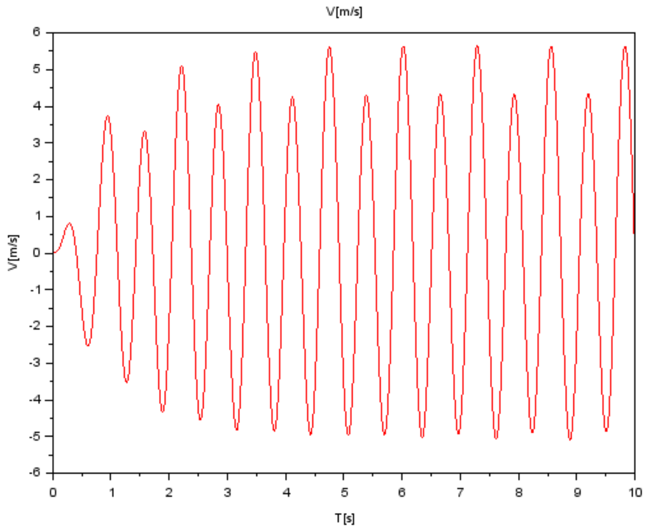
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -l_a \\ 0 & 0 & -1 & +l_B \\ k_a/m & -k_b/m & (-b_a - b_b)/m & \frac{-b_a l_a + b_b l_B}{m} \\ \frac{k_a \cdot l_a}{J} & \frac{-k_b \cdot l_B}{J} & \frac{-b_a l_a + b_b l_B}{J} & \frac{-b_a l_a^2 + b_b l_B^2}{J} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{b_a}{m} & \frac{b_b}{m} \\ \frac{b_a l_a}{J} & \frac{-b_b l_B}{J} \end{bmatrix}$$

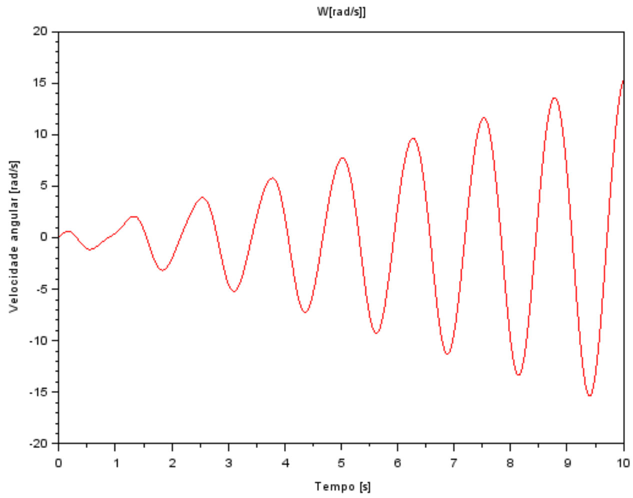
Análise do domínio da frequência:

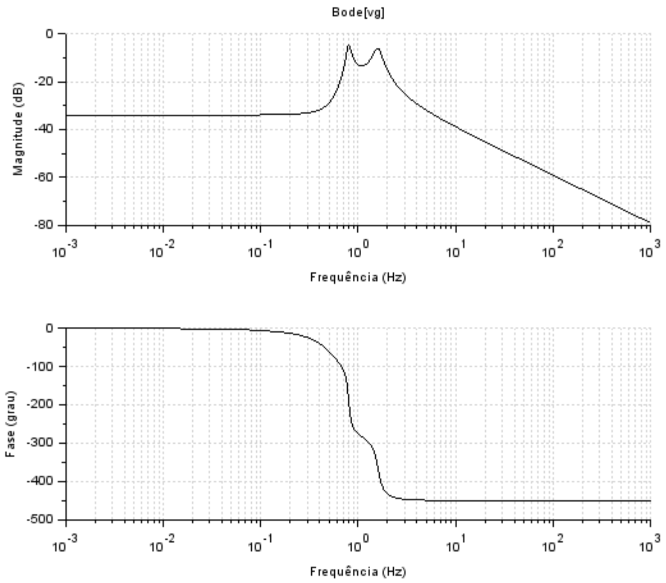
· Função de transferência: $s^4 + 2{,}5 s^3 + 132{,}25 s^2 + 112{,}5 s + 3125$

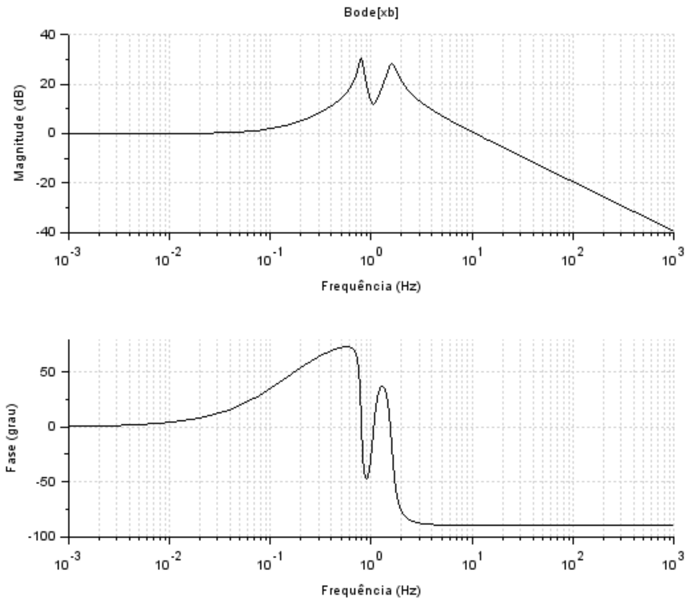
Identificação dos polos: $p_1 = -1 \pm 9{,}95$ e $p_2 = -0{,}25 \pm 5{,}58$

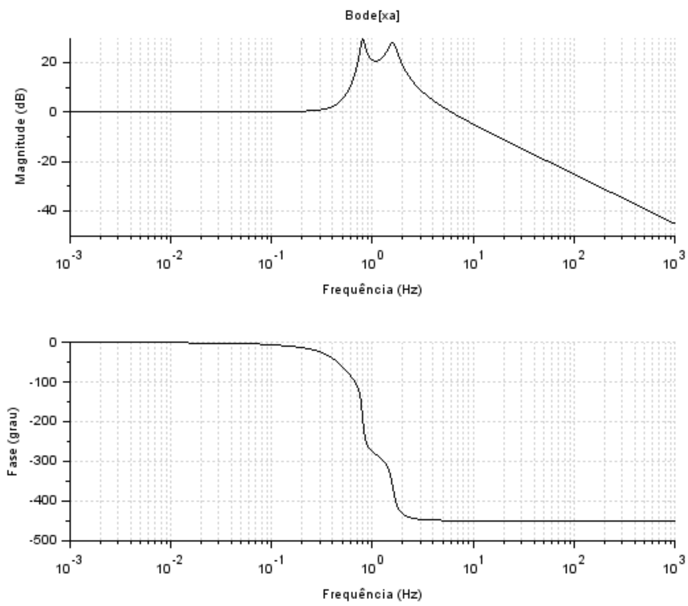
Gráficos gerados dos movimentos e da análise de Bode

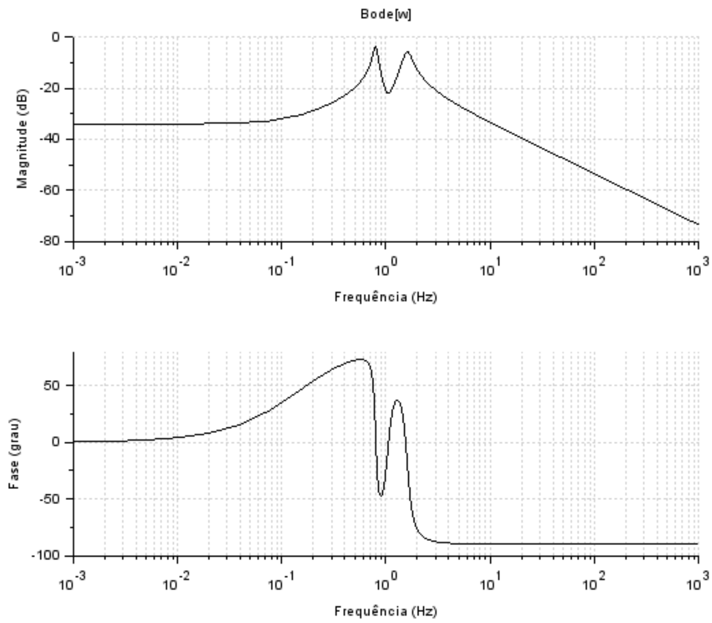












Código utilizado no scilab para a criação dos gráficos:

```
clear();

M = 200;
J = 512;
lA = 0.8;
lB = 0.8;
kA = 10000;
kB = 10000;
bA = 200;
bB = 200;
vH = 10;
td = (lA + lB)/vH;

t_inicial = 0;
t_final = 10;
t = linspace(t_inicial,t_final,10000);
simulação = 3;
xA0 = 0;
xB0 = 0;
vG0 = 0;
w0 = 0;
if simulação == 1 then
 function fun=u1(t), fun = t, endfunction
 if t < td then
 function fun=u2(t), fun = 0, endfunction
 else
 function fun=u2(t), fun = t, endfunction
 end

 function fun=u3(t), fun = 1, endfunction
 if t < td then
 function fun=u4(t), fun = 0, endfunction
 else
 function fun=u4(t), fun = 1, endfunction
 end
elseif simulação == 2 then
 function fun=u1(t), fun = -cos(9.8995*t)/9.8995, endfunction
 function fun=u2(t), fun = -cos(9.8995*t)/9.8995, endfunction
 function fun=u3(t), fun = sin(9.8995*t), endfunction
 function fun=u4(t), fun = sin(9.8995*t), endfunction
elseif simulação == 3 then
 function fun=u1(t), fun = -cos(9.8995*t)/4.9875, endfunction
 function fun=u2(t), fun = cos(4.9875*t)/4.9875, endfunction
 function fun=u3(t), fun = sin(4.9875*t), endfunction
 function fun=u4(t), fun = -sin(4.9875*t), endfunction
end
funcprot(0)
 function dy=estados(t, y)
 dy(1) = y(3) - lA*y(4);
 dy(2) = y(3) + lB*y(4);
 dy(3) = -(kA/M)*y(1) - (kB/M)*y(2)- ((bA + bB)/M)*y(3) + ((bA*lA -bB*lB)/M)*y(4) + (kA/M)*u1(t) + (kB/M)*u2(t) + (bA/M)*u3(t) +(bB/M)*u4(t);
 dy(4) = (lA*kA/J)*y(1)-(lB*kB/J)*y(2)+((lA*bA - lB*bB)/J)*y(3)-((bA*lA^2 - bB*lB^2)/M)*y(4)-(lA*kA/J)*u1(t) + (lB*kB/J)*u2(t)-(lA*bA/J)*u3(t)+(lB*bB/J)*u4(t);
 endfunction

result = ode([xA0;xB0;vG0;w0],0,t,estados);
xA = result(1,:);
xB = result(2,:);
vG = result(3,:);
w = result(4,:);
scf(1)
xtitle("V[m/s]");
xlabel("T[s]");
ylabel("V[m/s]");
plot(t,vG, 'r');
scf(2)
xtitle("W[rad/s]]");
xlabel("Tempo [s]");
ylabel("Velocidade angular [rad/s]");
plot(t,w, 'r');
A = [0,0,1,-lA;0,0,1,lB;-kA/M,-kB/M,-(bA+bB)/M,(bA*lA - bB*lB)/M;lA*kA/J,- lB*kB/J,(lA*bA-lB*bB)/J,-(bA*lA^2 + bB*lB^2)/J];
B = [0,0,0,0;0,0,0,0;kA/M,kB/M,bA/M,bB/M;-lA*kA/J,lB*kB/J,-lA*bA/J,lB*bB/J];
sl = syslin('c',A,B,[1,1,1,1]);
h = ss2tf(sl);
scf(3);
bode(h(1,1));
xtitle("Bode[xa]");
scf(4);
bode(h(1,2));
xtitle("Bode[xb]");
scf(5);
bode(h(1,3));
xtitle("Bode[vg]");
scf(6);
bode(h(1,4));
xtitle("Bode[w]");
```