

# PME 3380 – Modelagem de Sistemas Dinâmicos

Lista G – 03/12/2020

Gabriel Barbosa Paganini – NUSP 10772539

## Exercício 1 – Modelo de 1/2 carro

No primeiro exercício, pede-se a dedução matemática do modelo de 1/2 carro e sua representação no espaço de estados. A Figura 1 apresenta uma base para o modelo, além dos parâmetros numéricos de simulação que serão adotados a frente:

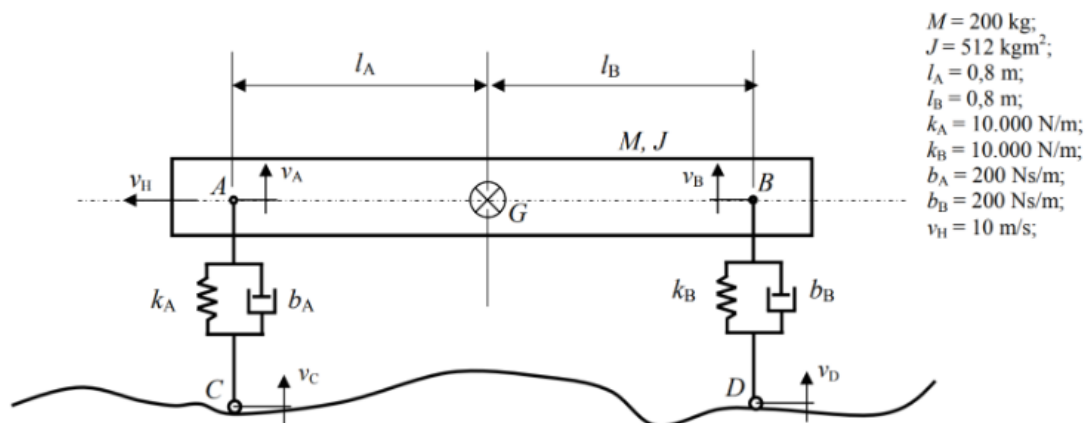


Figura 1 - Desenho esquemático de 1/2 carro

Aplicando o teorema do movimento do baricentro (TMB), o teorema do momento da quantidade de movimento (TMQM) e a cinemática do corpo rígido, temos as equações:

$$M\dot{v}_G = -k_A(x_A - x_C) - b_A(\dot{x}_A - \dot{x}_C) - k_B(x_B - x_D) - b_B(\dot{x}_B - \dot{x}_D)$$

$$J\dot{\omega} = l_A k_A(x_A - x_C) - l_B k_B(x_B - x_D) + l_A b_A(\dot{x}_A - \dot{x}_C) - l_B b_B(\dot{x}_B - \dot{x}_D)$$

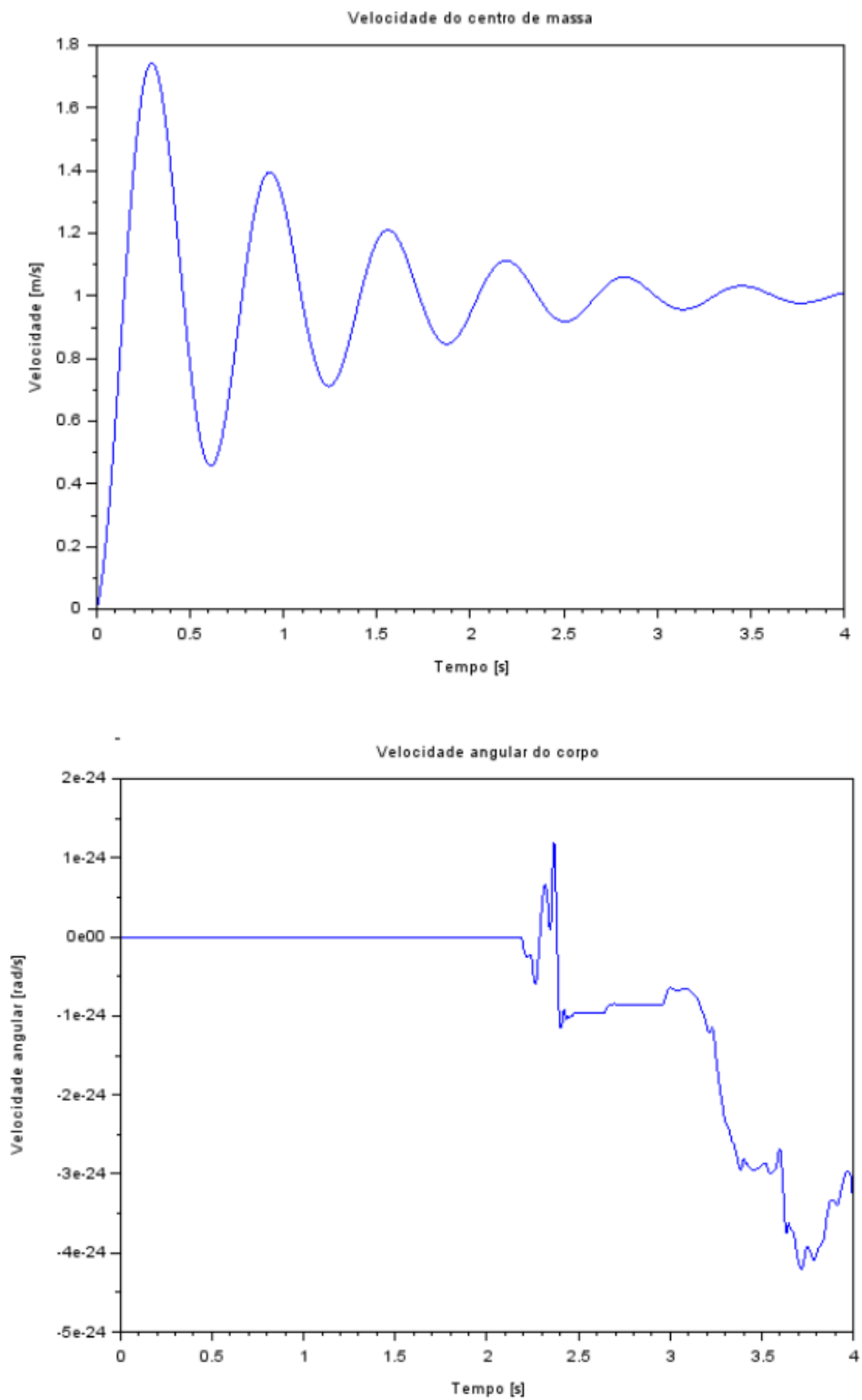
$$\dot{x}_A = v_G - l_A \omega$$

$$\dot{x}_B = v_G - l_B \omega$$

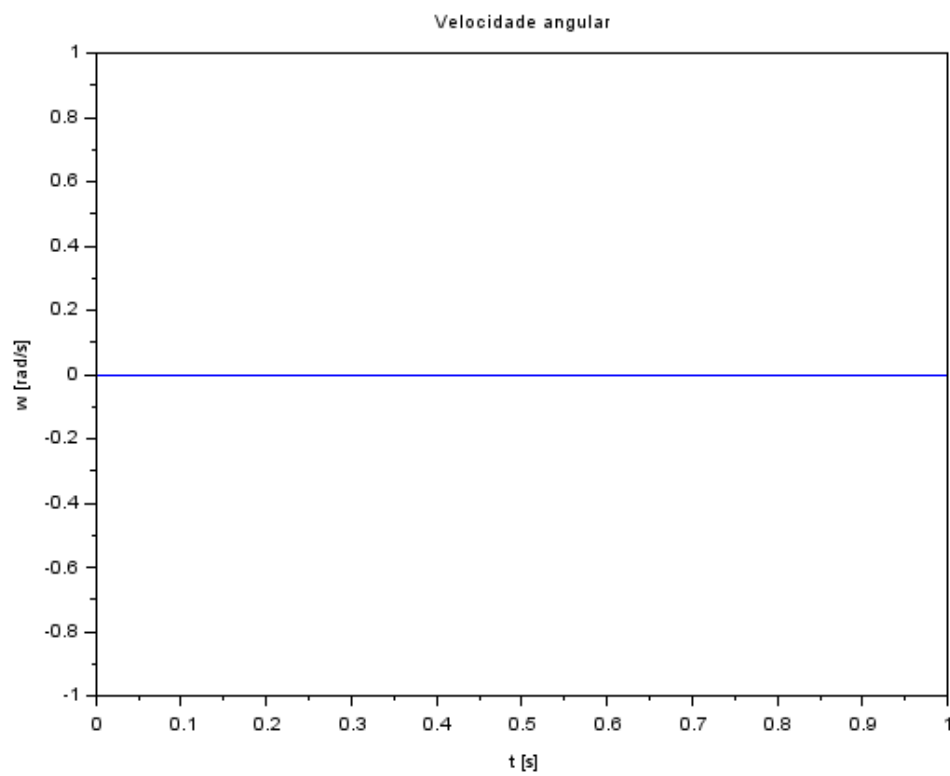
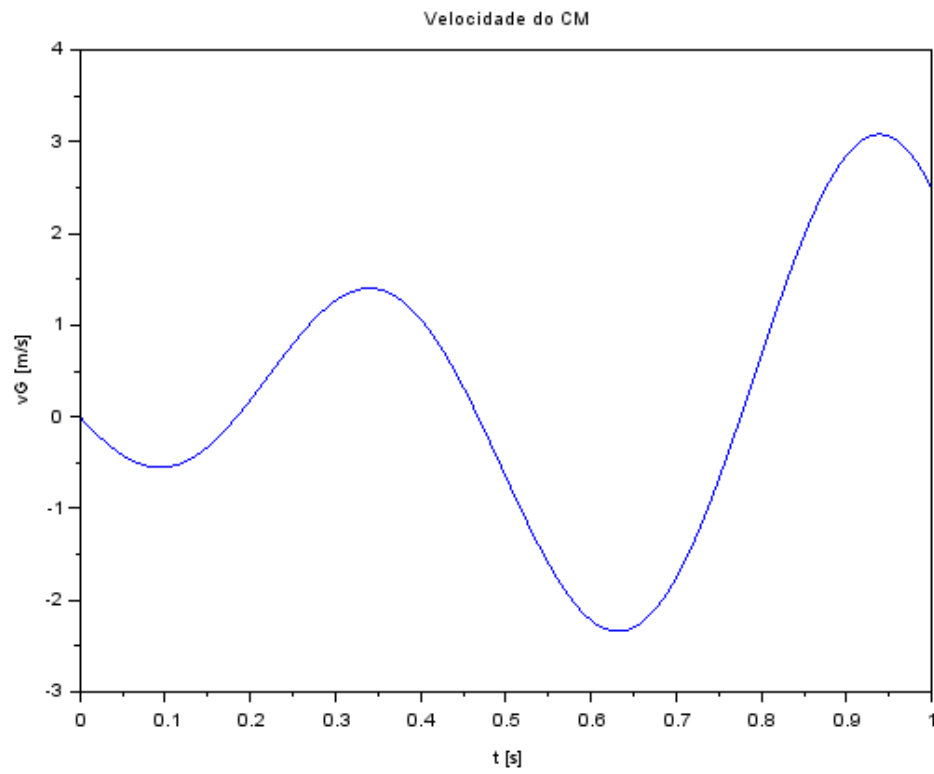
Isolando as velocidades dos pontos A, B, G e a rotação  $\omega$  do corpo em um vetor de estados, temos que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{x}_B \\ \dot{v}_G \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -l_A \\ 0 & 0 & 1 & l_B \\ -k_A/M & -k_B/M & -(b_A + b_B)/M & (b_A l_A - b_B l_B)/M \\ k_A l_A/J & -k_B l_B/J & (b_A l_A - b_B l_B)/J & (b_A l_A^2 - b_B l_B^2)/J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ v_G \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_A/M & k_B/M & b_A/M & b_B/M \\ -k_A l_A/J & k_B l_B/J & -b_A l_A/J & b_B l_B/J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_C \\ x_D \\ \dot{x}_C \\ \dot{x}_D \end{bmatrix}$$

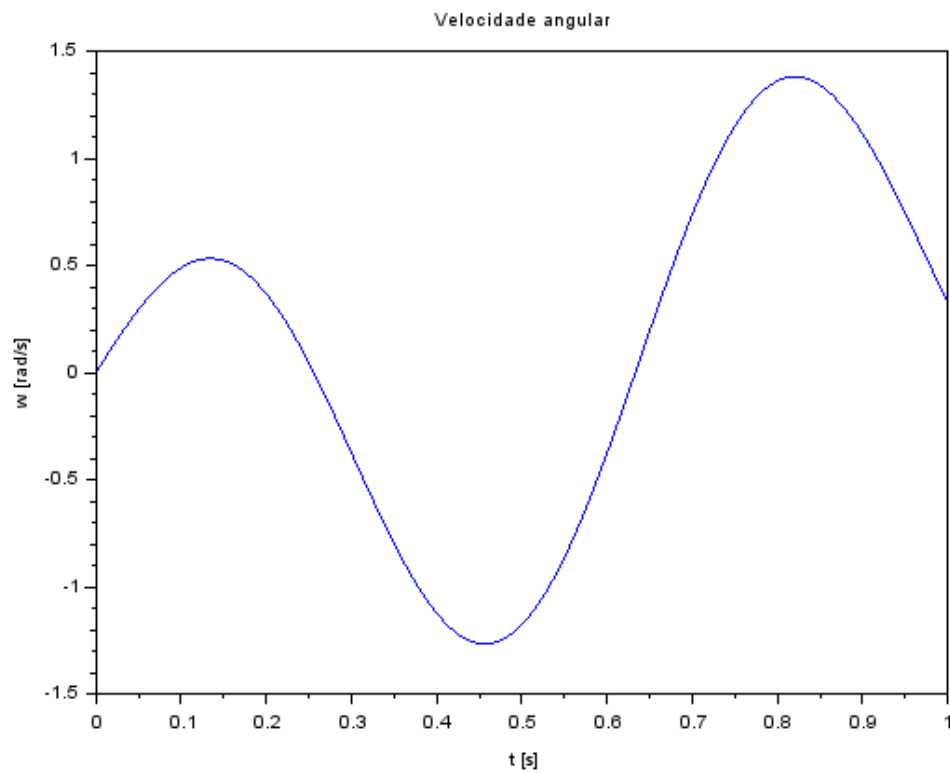
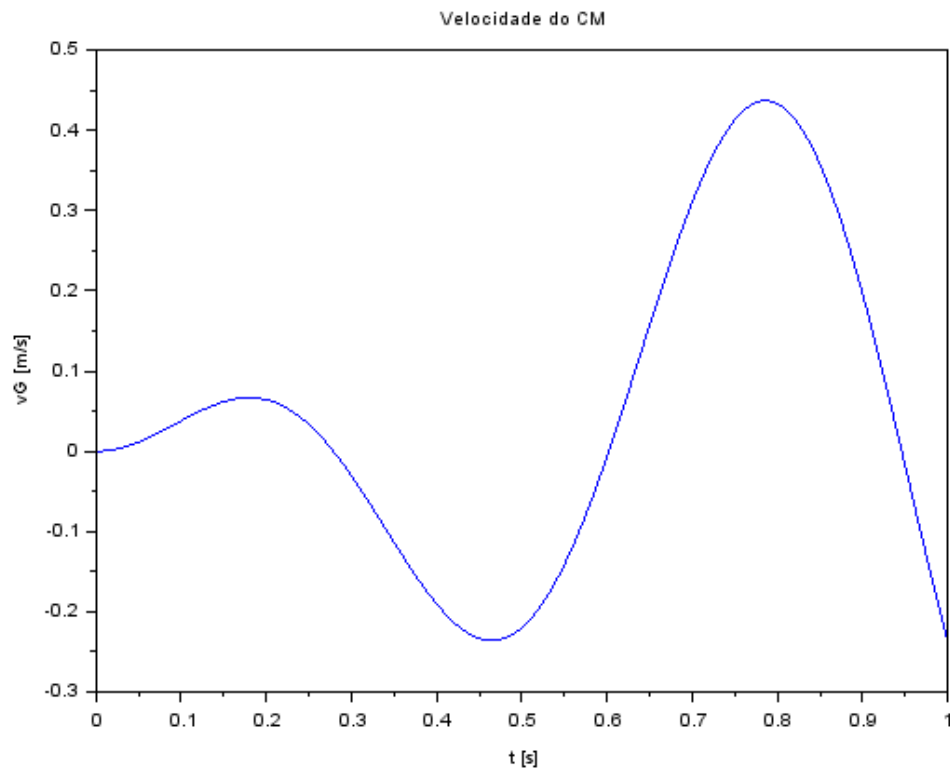
Simulação 1 do modelo de 1/2 carro:



Simulação 2 do modelo de 1/2 carro:



Simulação 3 do modelo de 1/2 carro:



Código de simulação:

*//Gabriel Barbosa Paganini - 10772539*

*//PME 3380 - Lista G*

clear;

xdel(winsid());

*//Parametros da simulacao:*

M = 200; *//massa [kg]*

J = 512; *//Momento de inércia [kg m<sup>2</sup>]*

lA = 0.8; *// comprimento de a [m]*

lB = 0.8; *// comprimento de b [m]*

kA = 10<sup>4</sup>; *//constante da mola a [N/m]*

kB = 10<sup>4</sup>; *//constante da mola b [N/m]*

bA = 200; *//coeficiente de amortecimento a [N s/m]*

bB = 200; *//coeficiente de amortecimento b [N s/m]*

vH = 10; *//velocidade horizontal [m/s]*

td = (lA+lB)/vH *//tempo de resposta [s]*

*//Condições de simulacao:*

t\_inic = 0;

t\_final = 1;

t = linspace(t\_inic,t\_final,1000);

sim = 3;

*//Condições iniciais:*

xA0 = 0;

xB0 = 0;

vG0 = 0;

w0 = 0;

*//Escolha da simulação*

if sim==1 then

function func=u1(t)

func=t;

endfunction

if t<td then

function func=u2(t)

func=0;

endfunction

else

function func=u3(t)

func = t;

endfunction

end

function **func**=u3(t)

**func** = 1;

endfunction

if t<td then

function **func**=u4(t)

**func**=0;

endfunction

else

function **func**=u4(t)

**func**=1;

endfunction

end

elseif sim==2 then

function **func**=u1(t), **func**=-cos(9.8995\*t)/9.8995,endfunction

function **func**=u2(t), **func**=-cos(9.8995\*t)/9.8995,endfunction

function **func**=u3(t), **func**=sin(9.8995\*t),endfunction

function **func**=u4(t), **func**=sin(9.8995\*t),endfunction

elseif sim==3 then

function **func**=u1(t), **func**=-cos(9.8995\*t)/4.9875,endfunction

function **func**=u2(t), **func**=cos(9.8995\*t)/4.9875,endfunction

function **func**=u3(t), **func**=sin(4.9875\*t),endfunction

function **func**=u4(t), **func**=-sin(4.9875\*t),endfunction

end

//Vetor de estados:

funcprot(0)

function **dy**=vetordeestados(t, y)

**dy**(1)=y(3)-IA\*y(4);

**dy**(2)=y(3)+IB\*y(4);

**dy**(3)=-(kA/M)\*y(1)-(kB/M)\*y(2)-

((bA+bB)/M)\*y(3)+((bA\*IA+bB\*IB)/M)\*y(4)+(kA/M)\*u1(t)+(kB/M)\*u2(t)+  
(bA/M)\*u3(t)+(bB/M)\*u4(t);

**dy**(4)=(IA\*kA/J)\*y(1)-(IB\*kB/J)\*y(2)+((IA\*bA-IB\*bB)/J)\*y(3)-

((IA)^2\*bA-(IB)^2\*bB)/J)\*y(4)-(IA\*kA/J)\*u1(t)+(IB\*kB/J)\*u2(t)-  
(IA\*bA/J)\*u3(t)+(IB\*bB/J)\*u4(t);

endfunction

resultado=ode([xA0;xB0;vG0;w0],0,t,vetordeestados);

xA=resultado(1,:);

```
xB=resultado(2,:);  
vG=resultado(3,:);  
w=resultado(4,:);
```

```
scf(1)  
xtitle("Velocidade do CM");  
xlabel("t [s]");  
ylabel("vG [m/s]");  
plot(t,vG);
```

```
scf(2)  
xtitle("Velocidade angular");  
xlabel("t [s]");  
ylabel("w [rad/s]");  
plot(t,w);
```